

Elektro- und Antriebstechnik

$$U_{eff} = \frac{U_{Amplitude}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = \frac{I_{Amplitude}}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{U}{X_L}$$

$$X_L = 2\pi fL = \omega L$$

1. Transformator

1.1. Magnetfelder

1.1.1. Durchflutungsgesetz

Zusammenhang zw. Strom und der erzeugten magnetischen Feldstärke

$$\Theta_l = \sum_{k_i} I_{k_i} = \int_A \vec{j} d\vec{A} = \oint \vec{H} d\vec{l}$$

Bei Spulen:

$$\Theta_l = N \cdot I$$

Falls \vec{H} konstant:

$$\Theta_l = H \cdot l$$

1.1.2. Materialgesetz

Berücksichtigt die unterschiedliche magnetische Leitfähigkeit

$$B = \mu H = \mu_r \mu_0 H; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

Für unmagnetische Werkstoffe (Luft, Kupfer, Alu...):

$$\mu_r = 1$$

1.1.3. Magnetischer Fluss in einer Fläche

$$\phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}$$

Dadurch induzierte Spannung:

$$u_i = N \frac{d}{dt} \phi = \frac{d}{dt} \psi, \text{ mit } \psi = N\phi$$

$$U_{Peak} = \omega \phi_{Peak} N$$

1.2. Induktivität

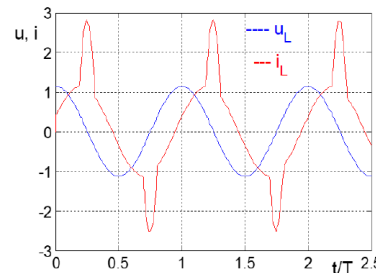
$$L = \frac{\psi}{i} = \frac{\mu_0 A_{Fe}}{l_{Fe} + l_{\delta}} N^2 = \Lambda \cdot N^2 = A_L \cdot N^2$$

$$u_i = L \frac{d}{dt} i$$

$$i = \frac{1}{L} \int u dt$$

1.2.1. Einfluss der Sättigung

In der Sättigung ändert sich die Permeabilität in Fkt. des Stromes → keine lineare Beziehung zw. Feldstärke und Flussdichte mehr!



→ Bei Sättigungsgrenze nimmt die Induktivität ab, somit verändert sich der Strom schneller

1.3. Gekoppelte Spulen

1.3.1. Übersetzung

$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2}$$

1.3.2. Verketteter Fluss

$$\psi_1 = N_1 \cdot \phi_1 = N_1 \cdot \phi_{\sigma 1} + N_1 \cdot \phi_h = L_1 i_1 + L_{12} i_2$$

$$\psi_2 = N_2 \cdot \phi_2 = N_2 \cdot \phi_{\sigma 2} + N_2 \cdot \phi_h = L_{12} i_1 + L_2 i_2$$

In Abhängigkeit vom Strom:

$$\psi_1 = L_{\sigma 1} i_1 + L_{h1} i_1 + \frac{N_1}{N_2} L_{h2} i_2$$

$$\psi_2 = \frac{N_2}{N_1} L_{h1} i_1 + L_{\sigma 2} i_2 + L_{h2} i_2$$

Streulüsse:

$$L_{h1} = N_1^2 \mu \frac{A_h}{l_h} = \ddot{u}_{12}^2 L_{h2}$$

$$L_{h2} = N_2^2 \mu \frac{A_h}{l_h} = \frac{1}{\ddot{u}_{12}^2} L_{h1} = \ddot{u}_{21}^2 L_{h1}$$

Gegeninduktivität / Koppelinduktivität:

$$L_{12} = \ddot{u}_{12} L_{h2}$$

Kopplungsfaktor:

$$k_1 = \frac{L_{h1}}{L_1} = \frac{N_1 L_{12}}{N_2 L_1}$$

$$k_2 = \frac{L_{h2}}{L_2} = \frac{N_2 L_{12}}{N_1 L_2}$$

$$k_1 \cdot k_2 = \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}$$

$$L_{12} = \sqrt{k_1 \cdot k_2} \sqrt{L_1 L_2}$$

$$\ddot{u} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}; \text{ bei } k_1 = k_2: \ddot{u} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

Hauptinduktivität:

$$L_{\sigma 1} = (1 - k_1) L_1$$

$$L_{\sigma 2} = (1 - k_2) L_2$$

1.3.3. Spannungsberechnung

$$u_2 = \frac{1}{\ddot{u}} u_1 - \frac{1}{\ddot{u}} \cdot L_{\sigma 2} \cdot \frac{d}{dt} i_1 + L_{\sigma 2} \cdot \frac{d}{dt} i_2$$

Bei kleinen Strömen und Induktivitäten:

$$u_2 = \frac{1}{\ddot{u}} u_1 = \frac{N_2}{N_1} u_1$$

$$\ddot{u} = \frac{u_1}{u_2}$$

1.3.4. Stromübersetzung

$$i_1 = -i_2 \frac{N_2}{N_1} + i_{\mu}$$

Bei ideal leitendem Magnetkreis:

$$i_1 = -i_2 \frac{N_2}{N_1} = -i_2 \cdot \frac{1}{\ddot{u}}$$

$$\ddot{u} = -\frac{i_2}{i_1}$$

1.3.5. Leistungen

Momentane Leistung:

$$P_1(t) = u_1 i_1 = -u_2 i_2 = -\left(u_1 \frac{N_2}{N_1}\right) \left(-i_1 \frac{N_1}{N_2}\right)$$

Wechselstrom im Stationären Betrieb:

$$\text{Wirkleistung} = \text{Blindleistung}$$

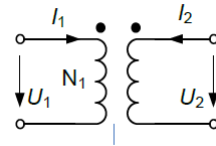
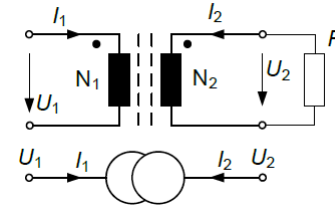
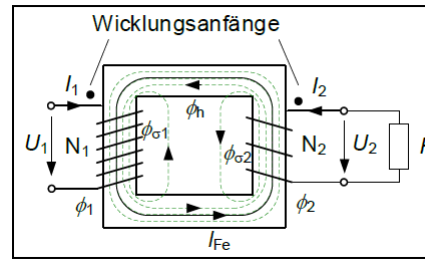
$$\underline{S}_1 = U_1 \cdot I_1^* = \underline{U}_2 \cdot (-I_2^*) = -\underline{S}_2$$

Scheinleistung:

$$S_N = U_{1N} \cdot I_{1N} = \sqrt{2} \pi f \cdot A_{Fe} B \cdot A_{Cu1} \cdot J$$

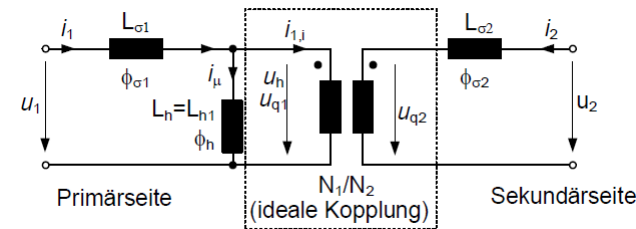
$$N_1 I_1 = A_{Cu1} \cdot J$$

1.4. Einphasen-Transformator

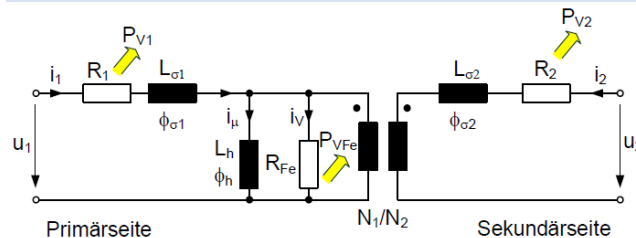


1.5. Ersatzschaltbilder

1.5.1. T-Ersatzschaltbild



1.5.2. Modell mit Verlusten



1.5.3. Netzwerktransformation

Spannungsübersetzung:

$$u_{q2} = \frac{N_2}{N_1} u_{q1}$$

$$u'_{q2} = \ddot{u} u_{q2}$$

Stromübersetzung:

$$i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_{1,i}$$

$$i'_2 = \frac{1}{\ddot{u}} i_2$$

Verlustleistung:

$$P_{V2} = R_2 i_2^2 = R'_2 i_2'^2 \rightarrow R'_2 = \ddot{u}^2 R_2$$

Blindleistung:

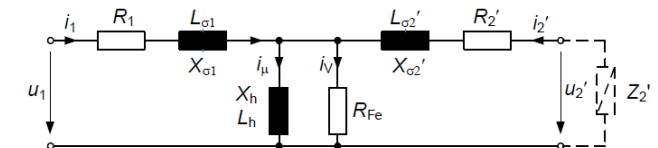
$$Q_{\sigma 2} = X_{\sigma 2} i_2^2 = X'_{\sigma 2} i_2'^2$$

$$X'_{\sigma 2} = \ddot{u}^2 X_{\sigma 2}$$

$$L'_{\sigma 2} = \ddot{u}^2 L_{\sigma 2}$$

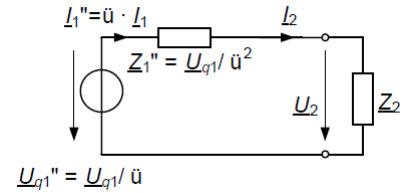
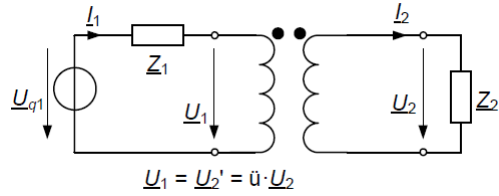
Lastimpedanz:

$$Z'_2(t) = \ddot{u}^2 \cdot Z_2$$



1.5.4. Transformation auf Sekundärseite

Kennzeichnung mit 2 Strichen



1.5.5. Symmetrisches Modell

Annahme: Streuungen auf Primär & Sekundärseite gleich.

$$k_{12} = k_1 = k_2$$

$$\ddot{u} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$L_{12} = k_{12} \sqrt{L_1 L_2}$$

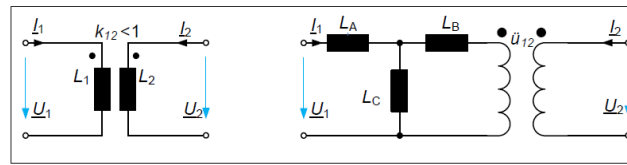
$$L_1 = \ddot{u}^2 \cdot L_2 = L_2'$$

Für Streuinduktivitäten gilt:

$$L_{\sigma 1} = (1 - k_{12}) L_1$$

$$L'_{\sigma 2} = (1 - k_{12}) \frac{L_1}{\ddot{u}^2} = L_{\sigma 1}$$

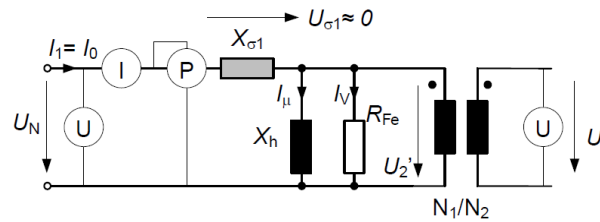
$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = [Z] \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$



Modell	\ddot{u}_{12}	L_A	L_B	L_C
1	$\ddot{u} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$(1 - k_{12}) L_1$	$k_{12} L_1$	$(1 - k_{12}) L_1$
2	$\ddot{u} = k_{12} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	$(1 - k_{12}^2) L_1$	$k_{12}^2 L_1$	0
3	$\ddot{u} = \frac{1}{k_{12}} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$	0	L_1	$\frac{1 - k_{12}^2}{k_{12}^2} L_1$

1.6. Messtechnische Bestimmung

1.6.1. Leerlaufversuch



$$R_{Fe} \approx \frac{U_N^2}{P_{VFe}}; P_{VFe} = P_V - I^2 R_1$$

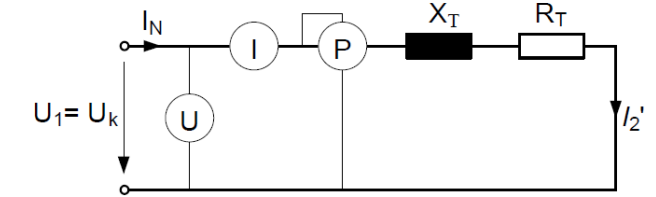
$$X_h \approx X_1 = \frac{U_N^2}{Q_0}$$

$$Q_0 = \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = \sqrt{(U_N I_0)^2 - P_0^2}$$

$$k_1 = \frac{L_\sigma}{L_1} = \frac{U_1 - \ddot{u} U_{h2}}{U_1}$$

$$X_\sigma = \omega L_\sigma = \frac{U_1 - \ddot{u} U_{h2}}{U_1} X_1$$

1.6.2. Kurzschlussversuch



$$R_1 + R_2' \approx R_T = \frac{P_K}{I_N^2}$$

$$X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} \approx X_T = \frac{Q_K}{I_N^2}$$

$$Q_K = \sqrt{S_K^2 - P_K^2}$$

$$\varepsilon_c = \frac{U_k}{U_N} = \frac{I_N \cdot Z_T}{U_N}$$

$$I_k = \frac{U_N}{Z_T} = \frac{I_N}{\varepsilon_c}$$

2. Drehstrom

2.1. Grundlegendes

$$\underline{U}_{1N} = U_Y \angle 0^\circ$$

$$\underline{U}_{2N} = U_Y \angle -120^\circ$$

$$\underline{U}_{3N} = U_Y \angle -240^\circ = U_Y \angle +120^\circ$$

U_Y : Betrag der Sternspannung

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N} = U_\Delta \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{3N} = U_\Delta \angle -90^\circ$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{1N} = U_\Delta \angle -210^\circ$$

$$U_\Delta = \sqrt{3} U_Y$$

U_Δ : Betrag der Leiterspannungen

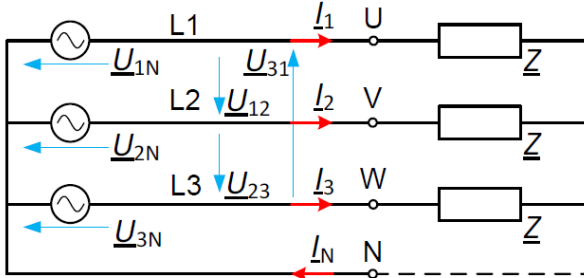
$$u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$$

$$\underline{U}_{1N} + \underline{U}_{2N} + \underline{U}_{3N} = 0$$

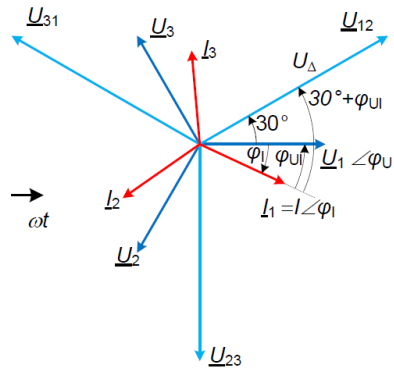
2.2. Symmetrische Belastung

$$\underline{Z} = Z \angle \varphi = Z e^{j\varphi} = Z (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

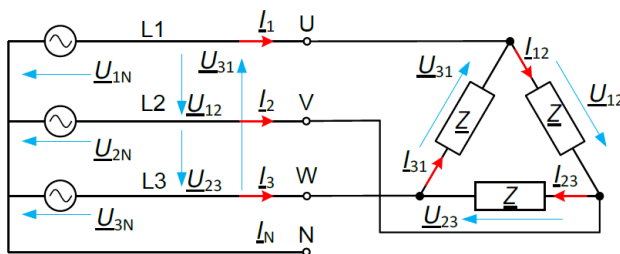
2.2.1. Sternschaltung



$$I_1 = \frac{U_{1N}}{Z}; I_2 = \frac{U_{2N}}{Z}; I_3 = \frac{U_{3N}}{Z};$$



2.2.2. Dreieckschaltung



$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{Z} = \frac{U_{\Delta}}{Z} \angle (\varphi_U + \pi/6 - \varphi_Z)$$

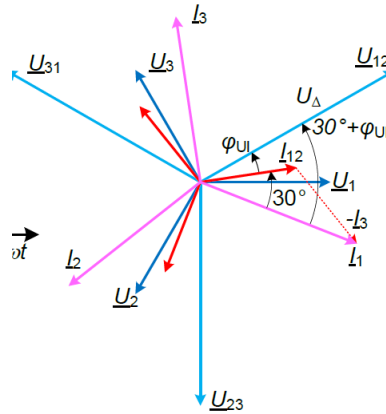
$$\underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{Z} = \frac{U_{\Delta}}{Z} \angle (\varphi_U + \pi/6 - \varphi_Z - 2\pi/3)$$

$$\underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{Z} = \frac{U_{\Delta}}{Z} \angle (\varphi_U + \pi/6 - \varphi_Z - 4\pi/3)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$



2.2.3. Leistungsberechnung

$$P(t) = u_{str1} \cdot i_{str1} + u_{str2} \cdot i_{str2} + u_{str3} \cdot i_{str3}$$

→ 3.11

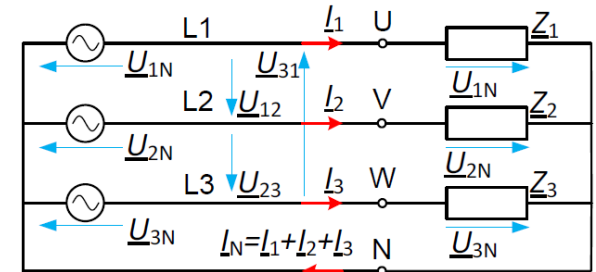
$$P(t) = 3U_{Str}I_{Str} \cdot \cos(\varphi_{UI})$$

$$\underline{S} = 3\underline{U}_{Str}\underline{I}_{Str}^* = 3U_{Str}I_{Str} \angle \varphi_{UI}$$

Grösse	Sternschaltung	Dreieckschaltung
Strangspannung	U_Y	U_{Δ}
Strangstrom	I_Y	I_{Δ}
Aussenleiterspannung	$U = \sqrt{3} U_Y$	$U = U_{\Delta}$
Aussenleiterstrom	$I = I_Y$	$I = \sqrt{3} I_{\Delta}$
Leistung mit Stranggrössen	$\underline{S} = 3 \underline{U}_Y \underline{I}_Y^*$ $= 3 U_Y I_Y \angle \varphi$	$\underline{S} = 3 \underline{U}_{\Delta} \underline{I}_{\Delta}^*$ $= 3 U_{\Delta} I_{\Delta} \angle \varphi$
Leistung mit Aussenleitergrössen	$\underline{S} = \sqrt{3} U I \angle \varphi$	$\underline{S} = \sqrt{3} U I \angle \varphi$

2.3. Asymmetrische Belastung

2.3.1. Sternschaltung am Vierleiternetz



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1N}}{Z_1} = \frac{U_Y}{Z_1} \angle (\varphi_U - \varphi_{Z1})$$

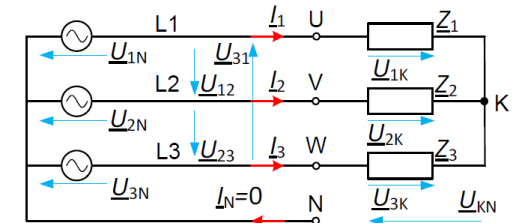
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2N}}{Z_2} = \frac{U_Y}{Z_2} \angle (\varphi_U - \varphi_{Z2} - 2\pi/3)$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3N}}{Z_3} = \frac{U_Y}{Z_3} \angle (\varphi_U - \varphi_{Z3} - 4\pi/3)$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

$$\underline{S} = \underline{U}_{1N}\underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N}\underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N}\underline{I}_3^*$$

2.3.2. Sternschaltung am Dreileiternetz



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1K}}{Z_1} = \underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{1K}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2K}}{Z_2} = \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{2K}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3K}}{Z_3} = \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{3K}$$

$$\underline{U}_{1K} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{KN}$$

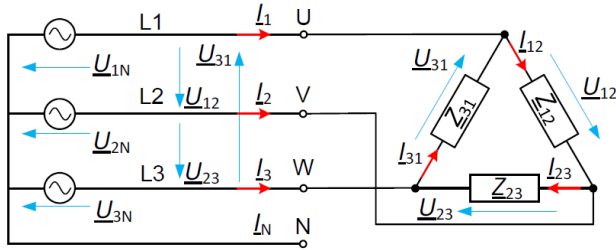
$$\underline{U}_{2K} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{KN}$$

$$\underline{U}_{3K} = \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{KN}$$

$$I_N = I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\underline{U}_{KN} = \frac{\underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{1N} + \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{2N} + \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{3N}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

2.3.3. Dreieckschaltung am Dreileiternetz



$$I_{12} = \frac{U_{12}}{Z_{12}} = U_{\Delta} / Z \angle (\varphi_U + \pi/6 - \varphi_{Z12})$$

$$I_{23} = \frac{U_{23}}{Z_{23}} = U_{\Delta} / Z \angle (\varphi_U + \pi/6 - \varphi_{Z23} - 2\pi/3)$$

$$I_{31} = \frac{U_{31}}{Z_{31}} = U_{\Delta} / Z \angle (\varphi_U + \pi/6 - \varphi_{Z31} - 4\pi/3)$$

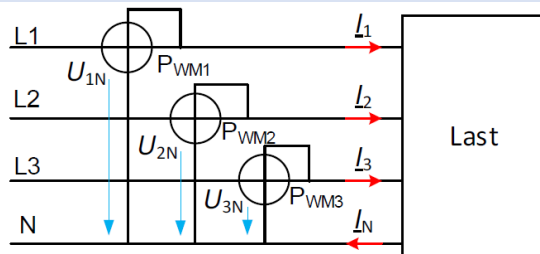
$$I_1 = I_{12} - I_{31}$$

$$I_2 = I_{23} - I_{12}$$

$$I_3 = I_{31} - I_{23}$$

2.4. Leistungsmessung

2.4.1. Wirkleistung



Messung mit Wattmeter (P_{WM})

Gesamte Wirkleistung:

$$P = P_{WM1} + P_{WM2} + P_{WM3}$$

2.4.2. Scheinleistung

$$\underline{S}_{3WM} = P + jQ = \underline{U}_{1N} I_1^* + \underline{U}_{2N} I_2^* + \underline{U}_{3N} I_3^*$$

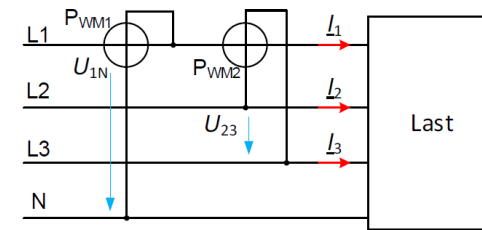
Falls $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (Kein Neutralleiter):

$$S_{2WM} = U_{13} I_1^* + U_{23} I_2^*$$

$$P = P_{WM1} + P_{WM2}$$

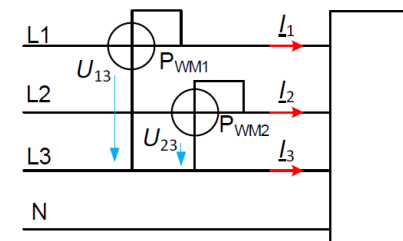
2.4.3. Blindleistung

Variante 1:



$$P_{WM2} = \sqrt{3} Q_{1N} = \sqrt{3} U_{1N} I_1 \sin(\varphi_{UI})$$

Variante 2:



$$Q = \sqrt{3} (P_{WM1} - P_{WM2})$$

$$P_{WM1} = U_{13} * I_1 * \cos(\varphi_Z - 30^\circ)$$

3. Dimensionierung

3.1. Bilanzgleichung

$$P_{el} = P_{mech} + P_v + \frac{d}{dt} W_{mag} + \frac{d}{dt} W_{kin}$$

3.2. Bewegungsgleichungen

3.2.1. Translation

$$F = m \cdot a$$

$$P = F \cdot v$$

$$W_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

3.2.2. Rotation

$$M = J \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{d}{dt} \Omega = \ddot{\phi}$$

$$P = M \cdot \Omega = F \cdot r \cdot \Omega = F \cdot v$$

$$W_{kin} = \frac{1}{2} J \cdot \Omega^2$$

$$f_{mech} = \frac{\Omega}{2\pi}$$

Energie:
 Beschl.: $E = \frac{W_{kin}}{\eta}$
 Bremsen: $E = W_{kin} \cdot \eta$
 Bremsen gerät
 Energie zurück!

3.2.3. Übergang Rotation-Translation

$$a_{Rad} = r \cdot \alpha_{Rad}$$

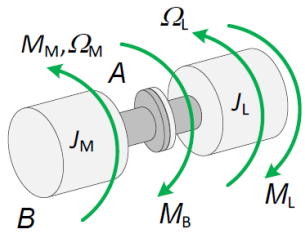
$$F_{Rad} = \frac{M_{Rad}}{r}$$

$$v = r \cdot \Omega$$

$$s = r \cdot \phi$$

$$P = M \cdot \Omega = F \cdot v$$

3.2.4. Massenträgheit



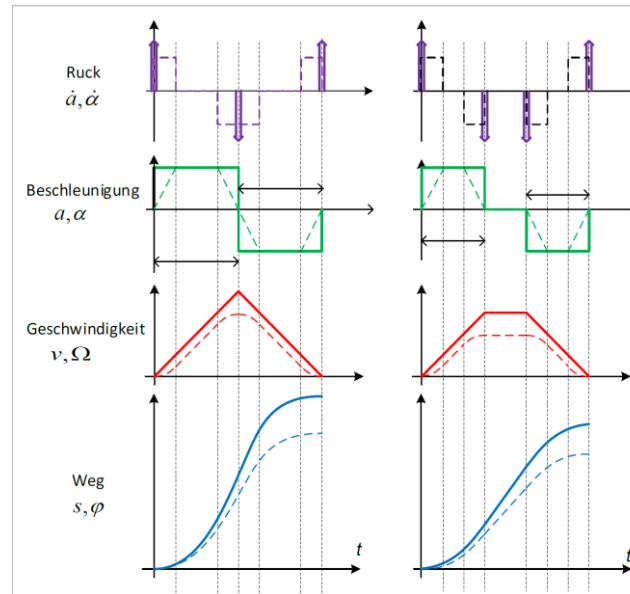
$$M_M - M_L - M_B = 0$$

$$M_B = (J_M + J_L) \frac{d}{dt} \Omega$$

$$M_M = J_{Tot} \dot{\Omega} + M_L$$

Verschiedene Massenträgheiten (Rotation):

Körper	Massenträgheit
Idealer Massepunkt	$J = mr^2$
Vollzylinder mit spez. Gewicht ρ	$J = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{\pi}{32} \rho d^4 l$
Hohlzylinder	$J = \frac{1}{8} m(d_a^2 + d_i^2) = \frac{\pi}{32} \rho(d_a^4 - d_i^4) l$



3.3. Grobdimensionierung

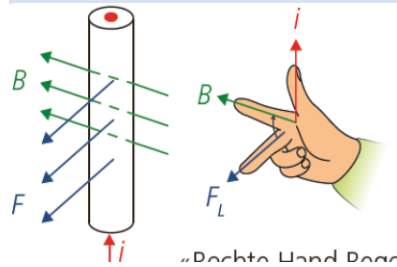
Lorentz-Kraft pro Leiter:

$$\vec{F} = i(\vec{l} \times \vec{B})$$

Bei elektrischer Maschine kann zu Beträgen vereinfacht werden:

$$F = I \cdot l \cdot B$$

3.3.1. Rechte-Hand-Regel



3.3.2. Drehschub

Gefordertes Drehmoment:

$$M = F_{tot} \cdot r$$

Definition Drehschub σ :

$$\sigma = \frac{F}{A_{Rotoroberfläche}}$$

$$M = \sigma \cdot A_{Rotoroberfläche} \cdot r_R = \sigma \cdot 2\pi r \cdot r_R \cdot l_{Fe}$$

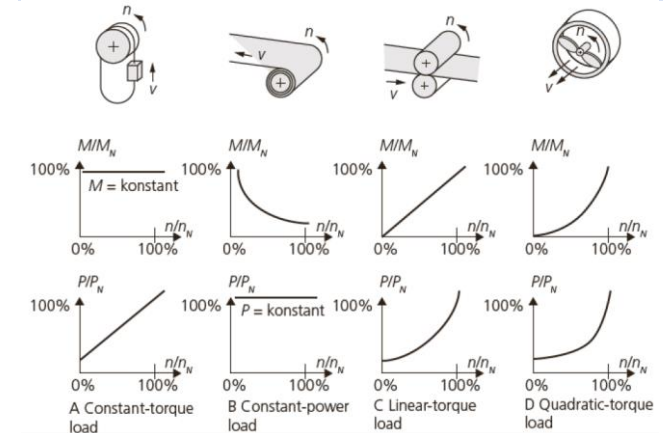
Bereiche von σ :

$$6 \frac{kN}{m^2} < \sigma < 10 \frac{kN}{m^2}$$

$$10 \frac{kN}{m^2} < \sigma < 20 \frac{kN}{m^2}$$

3.4. Belastung

3.4.1. Lastformen



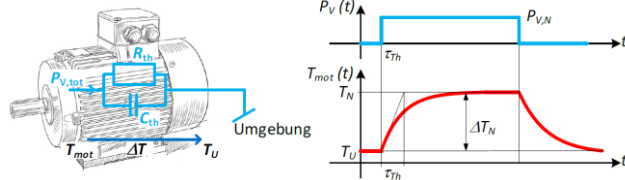
3.4.2. Betriebsarten

Betriebsart	Beschreibung	Zeitverläufe	Angaben
S1	Dauerbetrieb Betrieb mit konstanter Belastung, dessen Dauer ausreicht, um das neue thermische Gleichgewicht zu erreichen.		Nennleistung, Nennmoment
S2	Kurzzeitbetrieb Betrieb mit konstanter Belastung, dessen Dauer nicht ausreicht, das thermische Gleichgewicht zu erreichen; gefolgt von einer Pause, deren Dauer ausreicht, daß der Motor den kalten Zustand wieder erreicht. (t_b < 3 T_th, t_p > 3 T_th)		Nennleistung, Nennmoment; t_b: Betriebszeit (ohne Angaben 10 Min.); t_p: Pausenzeit
S3	Aussetzbetrieb Periodischer Betrieb mit einer Folge gleichartiger Spiele, von denen jedes eine konstante Belastung während t_b und eine Pause t_p enthält. Der Anlaufstrom spielt für die Erwärmung keine wesentliche Rolle.		Nennleistung, Nennmoment Einschaltdauer und t_b / t_p; (15, 25, 40, 60 % empfohlen); Spieldauer 10 Min. oder erwähnt
S6	Dauerbetrieb mit Aussetzbelastung Periodischer Betrieb mit einer Folge gleichartiger Spiele, von denen jedes eine konstante Belastung und eine Leerlaufzeit enthält. Es tritt keine Pause auf. In der Leerlaufzeit dreht die Maschine ohne Last weiter.		Nennleistung, Nennmoment Einschaltdauer und t_b / t_p; (15, 25, 40, 60 % empfohlen); Spieldauer 10 Min. oder erwähnt

Vorgehen:

1. Betriebliche Belastung $M = f(t)$ erfassen
2. Mit Antriebsmodell Leistungsfkt $p(t)$ und Erwärmung $\theta(t)$ berechnen

3.4.3. Erwärmung



$$M_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T M(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T i(t)^2 dt}$$

$$P_V = M_{eff}^2 = \text{Verluste}$$

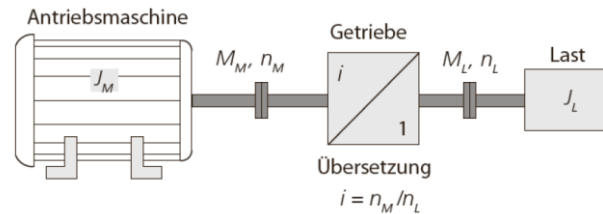
$$\Delta T_N = P_{VN} \cdot R_{Th}$$

$$\Delta T_{AP} = \Delta T_N \left(\frac{M_{eff, AP}}{M_N} \right)^2$$

$$\Delta T(t) = (\Delta T_2 - \Delta T_1) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{Th}}} \right)$$

3.5. Mechanische Übertragungselemente

3.5.1. Getriebe



$$i = \frac{n_M}{n_L} = \frac{M_L}{M_M}$$

$$J'_L = \frac{1}{i^2} J_L$$

$$J_{Ges} = J'_L + J_M + J_{Zusatz}$$

$$M_M = J_M i \alpha_L + \frac{J_L}{i} \alpha_L + \frac{M_L}{i}$$

Optimale Übersetzung:

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{J_L \alpha_L + M_L}{J_M \alpha_L}}$$

Bei sehr kleinem Antriebsmoment:

$$i_{opt} = \sqrt{\frac{J_L}{J_M}} \text{ für } M_L \rightarrow 0$$

3.5.2. Spindel

$$v_L = \Omega_M \frac{l}{2\pi}; \text{ lineare Bewegung}$$

$$P_M = M_M n_M \frac{2\pi}{60} = P_L = F_L v_L = F_L n_M$$

$$F_L = M_M \frac{2\pi}{l}$$

$$M_M = m_L \dot{\Omega}_M \left(\frac{l}{2\pi} \right)^2$$

$$j_L = m_L \left(\frac{l}{2\pi} \right)^2$$

3.5.3. Zahnstange

$$v_L = \frac{n_M}{i} 2\pi r_M$$

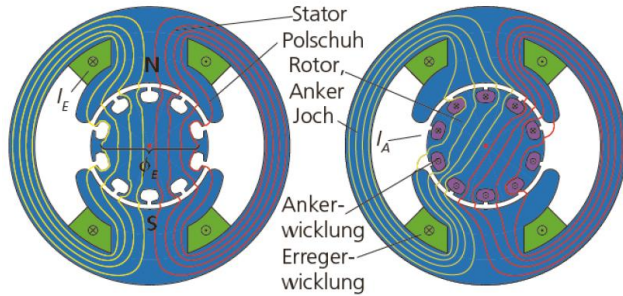
$$F_Z = \frac{M_M i}{r_M}$$

$$F_Z - mg = ma$$

4. GM-Antriebe

4.1. Permanentterregte GM

4.1.1. Aufbau



4.1.2. Formeln

$\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$; Lorentzkraft auf 1 Leiter

$\Psi_A = k\Phi$; verketteter Fluss der Ankerwicklung

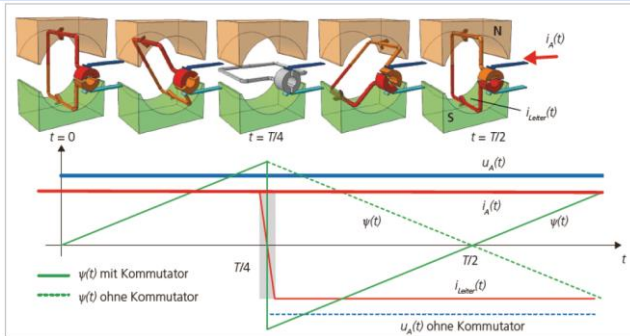
$M_i = k\Phi \cdot I_A$; inneres Moment

$\Omega = 2\pi \cdot f_{mech} = 2\pi \cdot n \cdot \frac{\text{min}}{60s}$; mech. Winkelges.

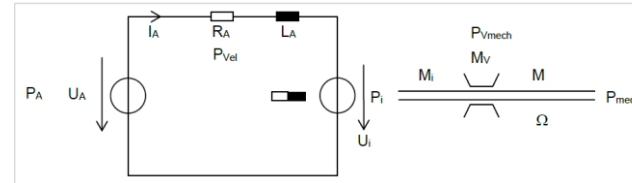
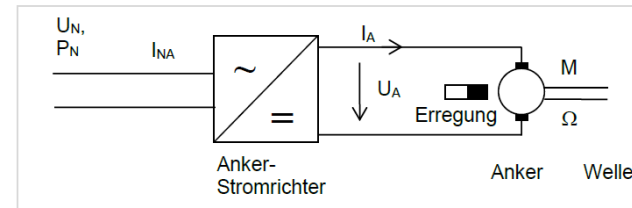
$u_i(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$; ind. Spannung einer Windung

$U_i = k\Phi \cdot \Omega$; ind. Spannung in Ankerwicklung

4.1.3. Funktionsweise



4.1.4. Ersatzschaltung



$U_A = U_i + R_A \cdot I_A$; Ankerspannung

$M = M_i - M_V$; Moment (statisch)

4.1.5. Leistungsfluss, statisch

$P_{el} = P_A = U_A \cdot I_A$; elektrische Leistung

$P_{Vel} = P_{VA} = R_A \cdot I_A^2$; elektr. Verluste

$P_i = U_i \cdot I_A = M_i \cdot \Omega$; innere Leistung

$P_{Vmech} = M_V \cdot \Omega$; mech. Verluste

$P_{mech} = M \cdot \Omega$; mech. Leistung

$\eta_{Motor} = \frac{P_{mech}}{P_{el}}$; Wirkungsgrad Motorbetrieb

Motorbetrieb:

Motorbetrieb: alle Leistungen positiv!

Bedingungen für Motorbetrieb:

$|U_A| > |U_i|$

$|M_i| > |M_V|$

Generatorbetrieb:

P_{mech}, P_i, P_A werden negativ

Bedingungen für Generatorbetrieb:

$|U_A| < |U_i|$

$|M_i| < |M_V|$

4.1.6. Betriebskennlinien für Ankerstellbereich

Formel für Kennlinie:

$$\Omega = \frac{U_A}{k\Phi} - \frac{R_A}{(k\Phi)^2} (M + M_V)$$

$$= -\frac{R_A}{(k\Phi)^2} \cdot M + \left(\frac{U_A}{k\Phi} - \frac{R_A M_V}{(k\Phi)^2} \right)$$

Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie:

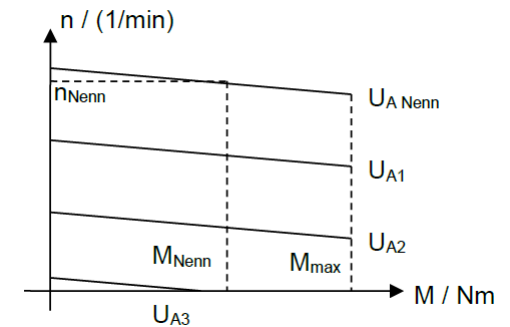
$$n = \left(-\frac{R_A}{(k\Phi)^2} \cdot M + \left(\frac{U_A}{k\Phi} - \frac{R_A M_V}{(k\Phi)^2} \right) \right) \cdot \frac{60s}{2\pi \cdot \text{min}}$$

Falls U_A, Φ, M_V, R_A konstant:

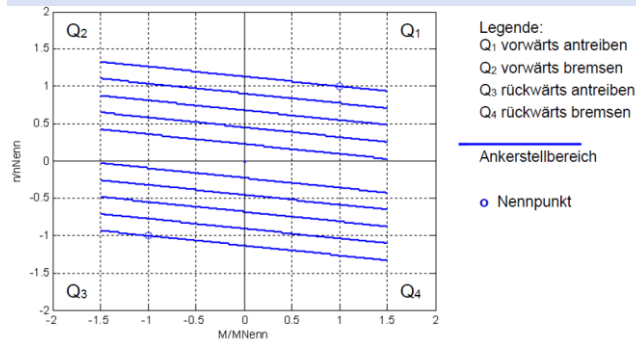
$n = a \cdot M + b$

Steigung a negativ, $b = n_0$

n_0 : Leerlaufdrehzahl

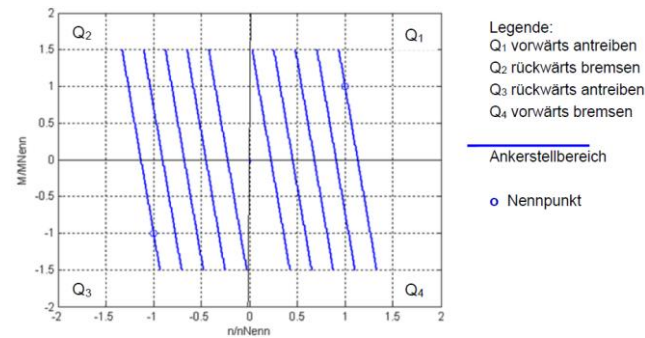


4.1.7. Betriebskennlinien 4 Quadranten

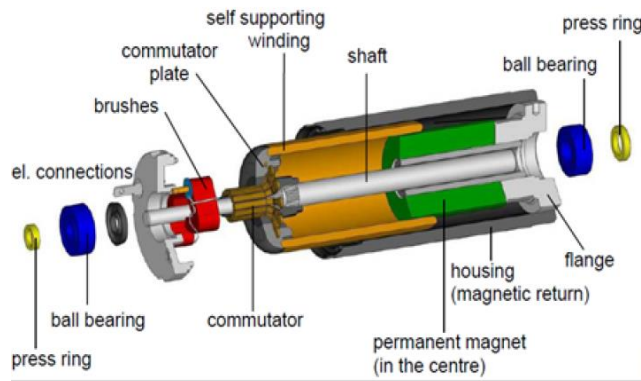


Betriebskennlinie als Fkt der Drehzahl:

$$M = -\frac{2\pi \cdot (k\Phi)^2}{R_A} \cdot n \cdot \frac{\min}{60s} + \frac{k\Phi \cdot U_A}{R_A} - M_V$$



4.2. Innenliegende Permanentmagnete



4.3. Erregung mit Feldwicklung

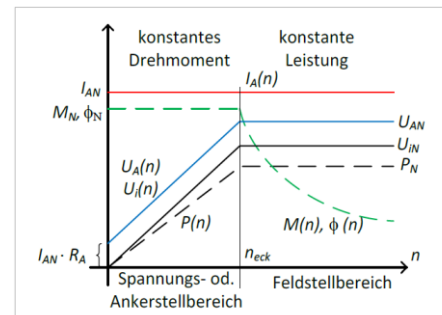
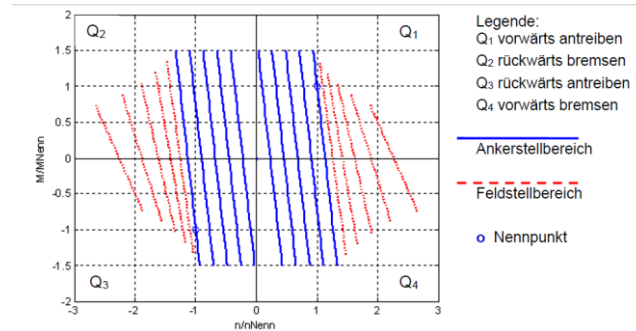
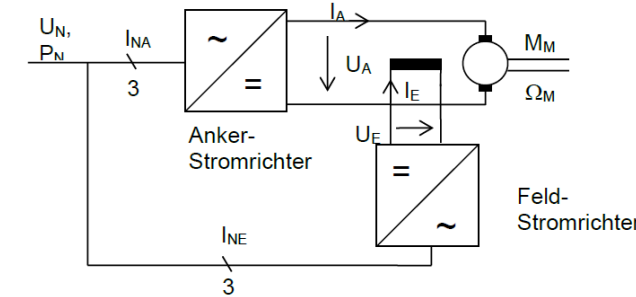
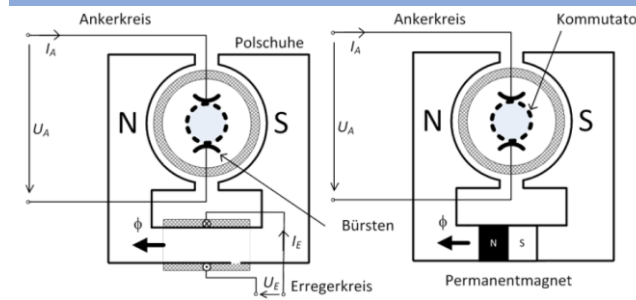
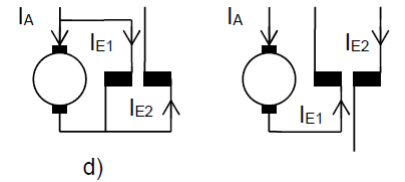
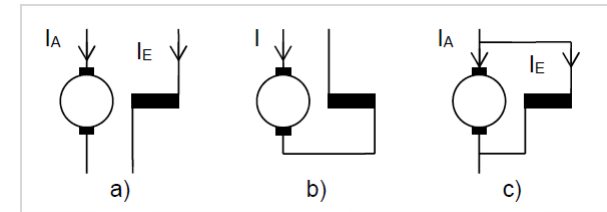
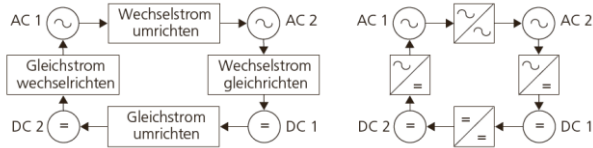
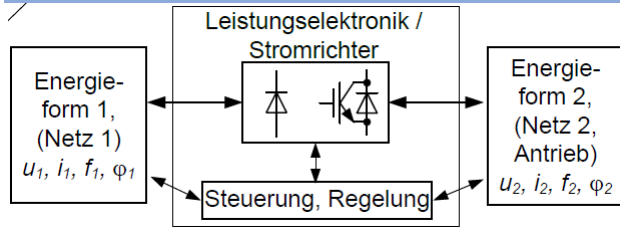


Abbildung 6-20 Betriebsgrößen in Funktion der Drehzahl bei Ankernennstrom



- fremderregte Gleichstrommaschine: Die Erregung ist steuerbar, unabhängig vom Anker.
- Hauptschluss- bzw. Reihenschlussmaschinen haben eine Serie-Erregung. Die Erregung ist abhängig vom Ankerstrom. Die Erregerwicklung ist niederohmig.
- Nebenschlussmaschinen haben eine Parallel-Erregung. Die Erregung ist abhängig von der Ankerspannung. Die Erregerwicklung ist hochohmig.
- Doppelschlussmaschine haben eine gemischte Erregung (Serie- und Parallel-Erregung oder Fremd- und Serie-Erregung).

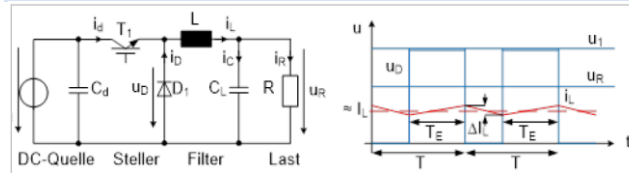
4.4. Stromrichter



Stromrichterfunktion	Stromrichterbezeichnung
Wechselstrom gleichrichten	Gleichrichter (rectifier)
Gleichstrom umrichten	Gleichstromsteller, DC-Steller (dc-dc converter)
Gleichstrom wechselrichten	Wechselrichter (inverter)
Wechselstrom umrichten	Gleiche Frequenz bei AC1 und AC2: Wechselstromsteller, AC-Steller (ac power controller) Verschiedene Frequenzen bei AC1 und AC2: Frequenzumrichter (frequency converter)

4.5. Gleichstromsteller

4.5.1. Tiefsetzsteller als 1 Quadranten-Steller



$$D = a_T = \frac{T_{ein}}{T}$$

Ausgangsspannung:

$$U_2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^{T_{ein}} u_2(t) dt = \frac{T_{ein}}{T} U_1 = D \cdot U_1$$

$$i_L(T) = I_{2min} + \frac{1}{L} \int_0^T u_L(t) dt = I_{2min}$$

$$U_L = \frac{1}{T} \int_0^T u_L(t) dt = 0$$

$$U_r = U_2 - U_L = U_2; \text{ Lastspannung}$$

$$I_1 = \frac{1}{T} \int_0^{T_{ein}} i_1(t) dt = D \cdot I_2; \text{ Eingangsstrom}$$

Annahme: Lastspannung voll geglättet

$$u_L(t) = u_2(t)$$

$$\Delta I_2 = I_{2max} - I_{2min} = \frac{U_1 - U_2}{L} \cdot T_{ein} = \frac{U_2}{L} \cdot T_{aus}$$

$$P_2 = P_R \approx U_2 \cdot I_2; \text{ Ausgangsleistung}$$

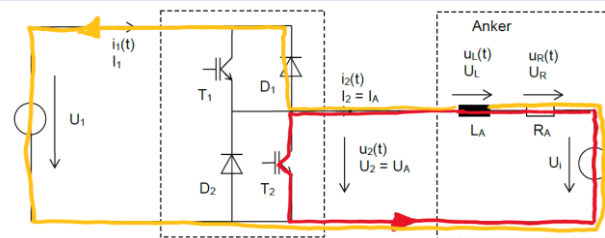
$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} \approx P_2 \approx U_2 \cdot I_2 = U_1 \cdot I_1; \text{ Eingangsleist.}$$

4.5.2. Steuerverfahren

Es gibt 3:

- Pulsbreiten-Steuerung: T_{ein} variabel, T konstant
- Pulsfolge-Steuerung: T_{ein} konstant, T variabel
- 2-Punkt-Regelung: T_{ein} und T variabel

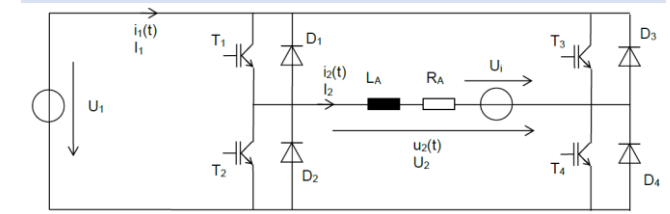
4.5.3. 2 Quadranten-Steller



$$a_H = \frac{U_1}{U_2} = \frac{T}{T_{aus}} = \frac{T}{T - T_{ein}} = \frac{1}{1 - D}$$

a_H : Übersetzungsfaktor

4.5.4. 4 Quadranten



5. EC-Motoren

5.1. Funktion

5.1.1. Induktion

Drehender Rotor erzeugt induzierte Spannung im Stator.

Induzierte Spannung:

$$u = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} \psi$$

$$\phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Drehzahlkonstante:

$$k_n = \frac{n}{U_i}; [k_n] = \frac{U}{V \cdot \text{min}} = \frac{\text{rpm}}{V}$$

Spannungskonstante:

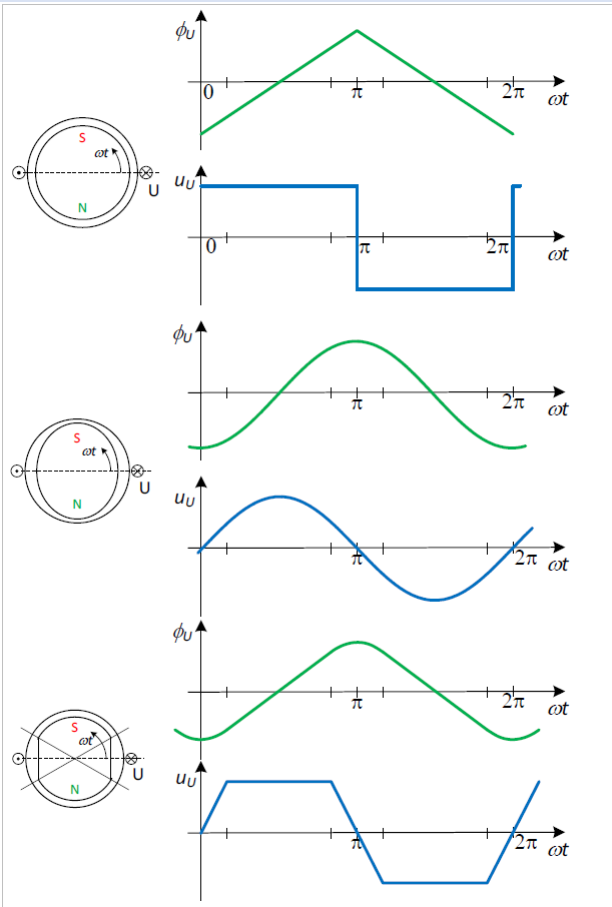
$$k_U = \frac{1}{k_n} = \frac{U_i}{n}$$

Polpaarzahl: $p \approx \frac{60 \cdot \frac{1}{T_i}}{n} = \frac{f_n \cdot 60}{n_n}$

$\rightarrow T_i = \text{Periodendauer induz. Spannung}$

$$f = \frac{n}{60} \cdot p$$

5.1.2. Wicklungsformen

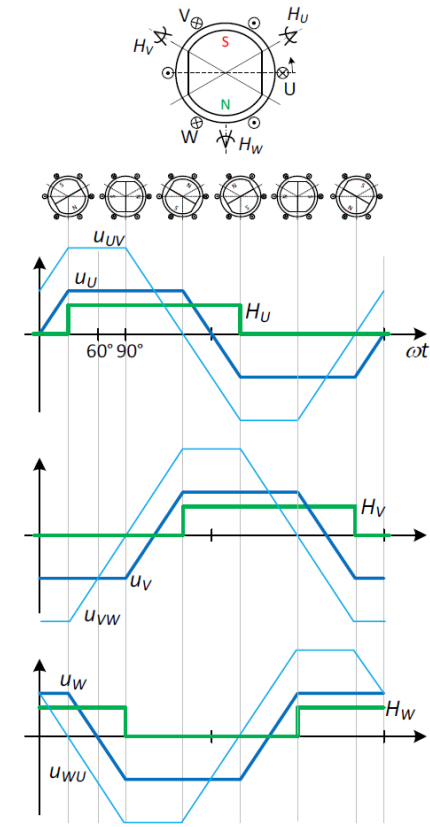


5.1.3. Kommutierung

Leistung der Wechselspannung:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Anzulegende Spannung wird mit Sensoren ermittelt



5.1.4. Drehmoment und Leistung

Bei Trapezförmigen Verhältnissen:

$$P = U_{UV} \cdot I_U = U \cdot I = \frac{n}{k_n} I = M \Omega$$

$$= k_T I \cdot 2\pi \cdot n \frac{\text{min}}{60\text{s}}$$

$$M = \frac{P}{\Omega} = k_T I$$

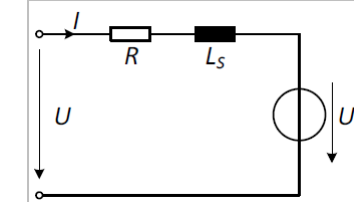
Bremsen: Energie wiedergewinnen!

$$k_n k_T = \frac{60}{2\pi}$$

$$k_T = \frac{60}{2\pi} k_U$$

→ Achtung: k_n muss für die oberen Gleichungen in rpm/V sein!

5.1.5. Modellierung der Maschine



$$X_A = 2\pi f L$$

$$I = \frac{U - U_i}{R} = \frac{U - k_U n}{R} = \frac{M}{k_T} \quad \rightarrow U_i = U - \frac{k_T}{M} \cdot R$$

Anfangsbeschleunigung aus Stillstand:

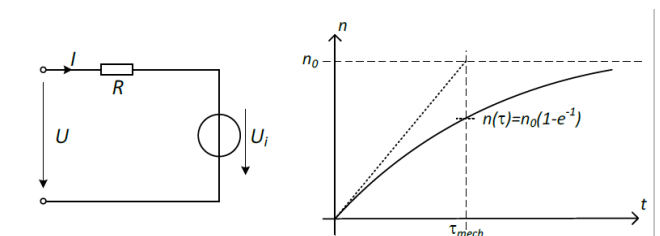
$$\dot{\Omega} = \frac{M}{J} = \frac{k_T I}{J} = \frac{U k_T}{R J}$$

$$\dot{n} = \frac{60 U k_T}{2\pi R J}$$

Endgeschwindigkeit im unbelasteten Zustand:

$$n_0 = \frac{U}{k_U} = \frac{U \cdot 60}{2\pi \cdot k_T} = \dot{n} \cdot \tau_{mech}$$

$$\tau_{mech} = \frac{n_0}{\dot{n}(0)} = \frac{U \cdot 60}{2\pi \cdot k_T} \frac{2\pi \cdot R J}{60 \cdot U \cdot k_T} = \frac{R J}{(k_T)^2}$$



5.2. Synchronmaschinen

5.2.1. Drehstromspeisung

$$U_{\text{Verkettet}} = \sqrt{3} U_{\text{Strang}}$$

$$I_{\text{Leiter}} = \sqrt{3} I_{\text{Strang}}$$

$$P = 3P_{\text{Strang}} = 3U_{\text{Strang}}I_{\text{Strang}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{\text{Verkettet}} I_{\text{Leiter}} \cos \varphi$$

5.2.2. Vektorregelung mit Raumzeiger

Maschine wird über 2 Ströme gesteuert, einer erzeugt die Kraft, der andere beeinflusst das Magnetfeld.

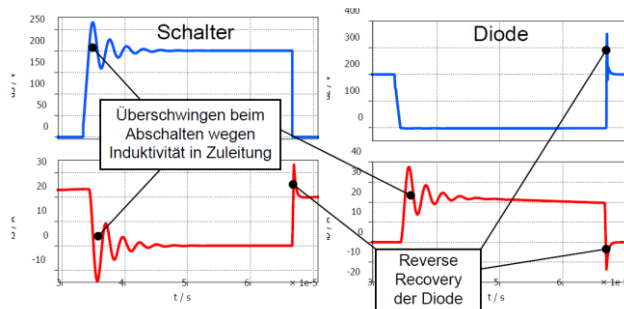
5.2.3. Betriebsverhalten & Parameter

$$M = k_T i_q$$

$$U_i = k_U \cdot n$$

5.3. Stromrichter

Nichtidealer Schalter:



5.3.1. Überschwingen

Energie in Induktivität:

$$W_L = \frac{1}{2} L i_L^2$$

Energie in Kapazität:

$$W_C = \frac{1}{2} C u_C^2$$

Bei kompletter Umlagerung der Energie:

$$u_C = \sqrt{\frac{L}{C}} i_L$$

Resonanzfrequenz:

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

6. Asynchronmaschinen

6.1. Grundlegende Formeln

Winkelgeschwindigkeit Statorfeld:

$$\frac{\omega_s}{p} = \frac{2\pi f_s}{p}$$

$$n_s = \frac{f_s \cdot 60s}{p \text{ min}}$$

$p \approx \frac{f_n \cdot 60}{n_n}$
↳ Dann p runden!

p : Polpaarzahl

n_s : Synchrondrehzahl

$$f_R = (n_s - n) \cdot p = s \cdot f_s, \quad \text{Rotorfrequenz}$$

$$s = \frac{f_R}{f_s} = \frac{\omega_s - p \cdot \Omega}{\omega_s} = \frac{n_s - n}{n_s}, \quad \text{Schlupf}$$

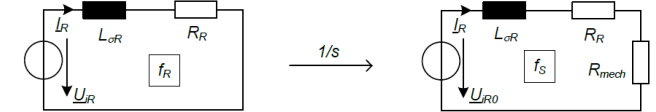
$$\frac{\omega_R}{p} = \frac{2\pi \cdot f_R}{p} = \frac{\omega_s}{p} - \Omega$$

$$n = (1 - s)n_s, \quad \text{Drehzahl Rotor}$$

$$\Omega = (1 - s) \cdot \frac{2\pi \cdot f_s}{p}, \quad \text{Winkelgeschw. Rotor}$$

6.2. Ersatzschaltung

6.2.1. Rotorstrang



Induzierte Spannung bei Statorfrequenz:

$$U_{iR0} = \frac{U_{iR}}{s}$$

Blindwiderstand bei Statorfrequenz:

$$\omega_s \cdot L_{\sigma R} = \frac{\omega_R}{s} L_{\sigma R}$$

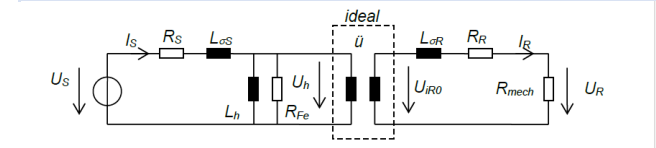
Wirkwiderstand bei Statorfrequenz:

$$R_R + R_{mech} = \frac{R_R}{s}$$

Äquivalenter Lastwiderstand:

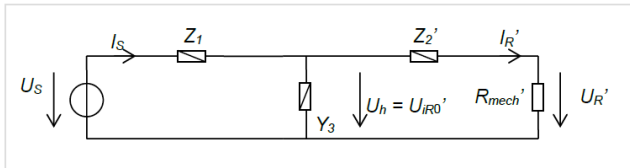
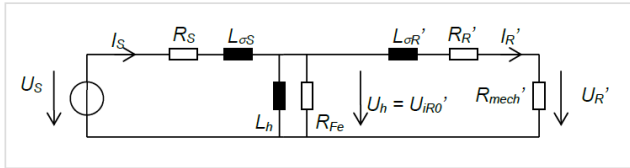
$$R_{mech} = \frac{1 - s}{s} R_R$$

6.2.2. Maschinenstrang



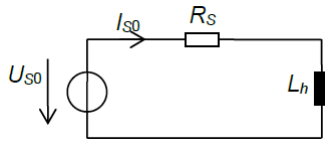
$$\ddot{u} = \frac{U_h}{U_{iR0}} = \frac{U_h \cdot s}{U_{iR}} = \frac{k_{WS} \cdot N_S}{k_{WR} \cdot N_R}$$

6.2.3. Maschinenstrang umgerechnet



Leerlaufversuch:

- $s = 0$
- $R_{mech} \rightarrow \infty$
- $I_R \rightarrow 0$
- Rotor vernachlässigen!
- R_{Fe} vernachlässigen!



Stillstandversuch:

- $s = 1$
- $R_{mech} \rightarrow 0$
- Kurzschluss bei R_{mech} !
- $L_{σS} \approx L_{σR}'$

$$\rightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{X_S + X_R'}{R_S + R_R'}\right)$$

Berechnung vereinfachen mit:

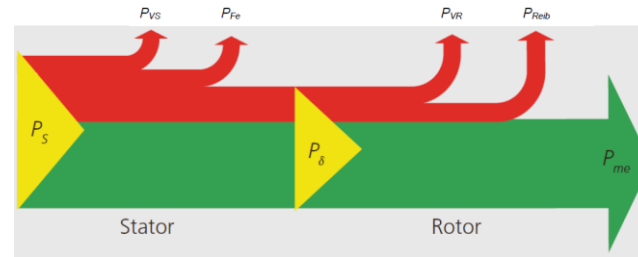
$$Z_1 = R_S + j\omega_S \cdot L_{\sigma S}$$

$$Z_2' = R_R' + j\omega_S \cdot L_{\sigma R}'$$

$$Y_3 = G_{Fe} + \frac{1}{j\omega_S \cdot L_h}$$

6.3. Leistungsfluss

Im Motorbetrieb!



$$S_S = 3U_S I_S, \quad \text{primäre Scheinleistung}$$

$$P_S = S_S \cdot \cos(\varphi_S), \quad \text{primäre Wirkleistung}$$

$$P_{VS} = 3 \cdot R_S \cdot I_S^2, \quad \text{Wicklungsverluste Stator}$$

$$\text{Dreieckschaltung: } I_S = \frac{I/\sqrt{3}}$$

$$P_{Fe} = 3 \cdot \frac{U_h^2}{R_{Fe}} \approx 3 \cdot \frac{U_S^2}{R_{Fe}}, \quad \text{Eisenverluste}$$

$$P_\delta = P_S - P_{VS} - P_{Fe} = \frac{P_{VR}}{s} = P_i + P_{VR} = M_i \cdot \frac{\omega_S}{p}$$

P_δ : Luftspaltleistung

P_i : Innere Leistung = Leistung vor P_{Reib}

M_i : Inneres Moment = Mom. vor Reibungsverl.

$$P_{VR} = s \cdot P_\delta = 3 \cdot R_R' \cdot I_R'^2 = M_i \cdot \frac{\omega_R}{p}$$

P_{VR} : Wicklungsverl. Rotor

$$P_i = P_\delta - P_{VR} = (1 - s) \cdot P_\delta = 3R_{mech}' I_R'^2 = M_i \Omega$$

$$P_{Reib} = M_V \cdot \Omega$$

$$P_{mech} = P_i - P_{reib} = M \cdot \Omega$$

6.3.1. Bedingungen für Motorbetrieb

- $0^\circ < \varphi_S < 90^\circ$
- $0 < s < 1$
- $0 < n < n_S$
- $M_i > M_{Reib}$

6.3.2. Bedingungen für Generatorbetrieb

- $90^\circ < \varphi_S < 180^\circ$
- $s < 0$
- $n > n_S$
- $|M| > M_{Reib}$

6.4. Betriebskennlinien

Inneres Moment:

$$M_i = \frac{P_i}{\Omega} = P_\delta \cdot \frac{p}{\omega_S} = \frac{3 \cdot R_{mech}' \cdot I_R'^2}{\Omega}$$

6.4.1. Kloss'sche Näherung

Gilt falls gut gekoppelt:

$$X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = X_\sigma \ll X_h, \quad \text{gute Kopplung}$$

$$M_i \approx M_K \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}, \quad \text{inneres Moment}$$

$$M_K \approx \frac{3 \cdot p \cdot U_S^2}{2 \cdot \omega_S \cdot X_\sigma}, \quad \text{Kippmoment}$$

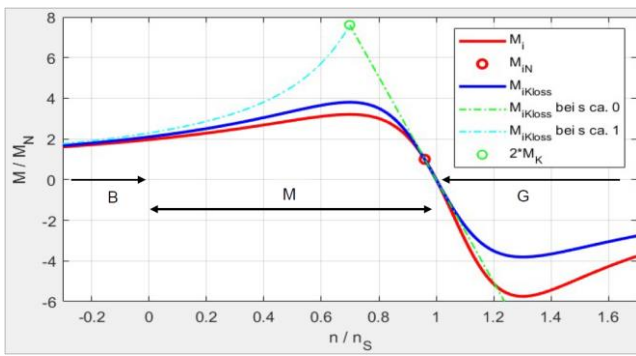
$$s_K \approx \frac{R_R'}{X_\sigma}, \quad \text{Kippschlupf}$$

$$M_i \approx \frac{2M_K}{s_K} s, \quad \text{falls } s \approx 0$$

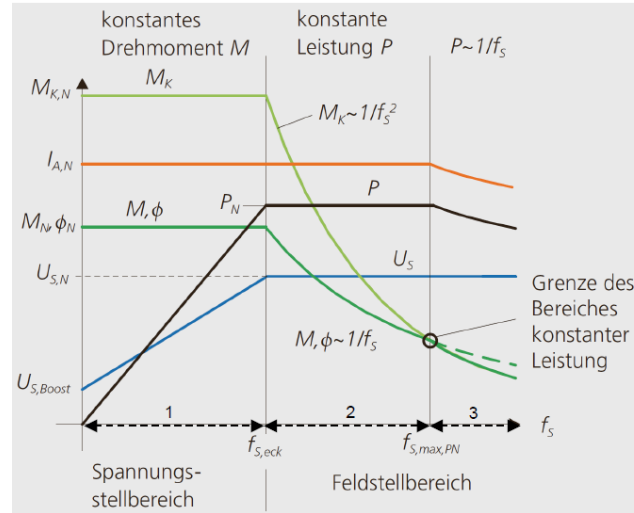
$$M_i \approx 2M_K \cdot s_K \cdot \frac{1}{s}, \quad \text{falls } s \approx 1$$

$$s_K \approx \frac{2M_K}{M_N} \cdot s_N$$

$$M_A \approx 2M_K \cdot s_K, \quad \text{Anlaufmoment}$$

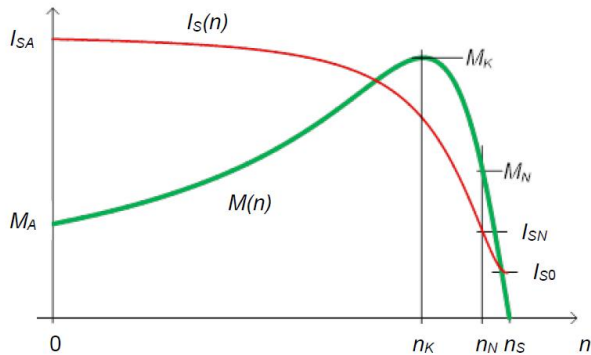


6.4.2. Drehzahlvariabler Betrieb



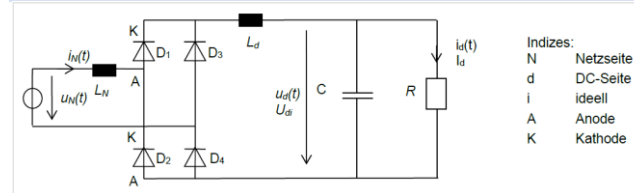
Statorstrom:

$$I_S = \frac{U_S}{Z_{tot}} = \frac{U_S}{Z_1 + \frac{1}{Y_3 + \frac{1}{Z_2' + R_{mech}'}}} = \frac{U_S}{Z_1 + \frac{1}{Y_3 + \frac{1}{\frac{R_R'}{s} + jX_{\sigma R}'}}}$$



6.5. Umrichter

6.5.1. Netzstromrichter für Wechselstrom



→B2U-Schaltung

Annahmen:

- Halbleiterverluste vernachlässigbar
- Glättung ideal, Gleichrichtwert erreicht
- Dachwert der Wechselspannung
- Netzstrom hat keine Phasenverschiebung

$$k_{B2} = \frac{U_{di}}{U_N} = \sqrt{2}, \quad \text{Gleichrichtfaktor } C - \text{Glättung}$$

$$U_{di} = U_{ZK} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u_d(t) dt, \quad \text{ideelle Gleichspannung}$$

$$I_d = I_{ZK} = \frac{U_{Di}}{R} = \frac{P_{ZK}}{U_{di}}, \quad \text{Gleichstrom}$$

$$P_d = P_{ZK} = R \cdot I_{d,eff}^2 = U_{di} \cdot I_d, \quad \text{Gleichstromleist.}$$

$$\eta_{NSR} = \frac{P_d}{P_N} \geq 99\%, \quad \text{Wirkungsgrad NSR}$$

$$I_{N1} \approx \sqrt{2} \cdot I_d, \quad \text{Wechselstrom (Grundschw.)}$$

$$g_1 = \frac{I_{N1}}{I_N} \approx 0.5, \quad \text{Grundschwingungsgehalt}$$

$$S_N = U_N \cdot I_N, \quad \text{Eingangsscheinleistung}$$

$$P_N = S_N \cdot \lambda_N \approx P_d, \quad \text{Eingangswirkleistung}$$

$$Q_N = \sqrt{S_N^2 - P_N^2}, \quad \text{Eingangsblindleistung}$$

$$\varphi_{N1} \approx 0, \quad \text{Phasenversch. Netzseite}$$

$$\lambda_N = \frac{P_N}{S_N} = g_1 \cdot \cos(\varphi_{N1}) \approx 0.5,$$

Leistungsfaktor

6.5.2. Netzstromrichter für Drehstrom

$$k_{B6} = \frac{U_{di}}{U_N} = \sqrt{2} \quad \text{Gleichrichtfaktor } C\text{-Glättung}$$

$$U_{di} = U_{ZK} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u_d(t) \cdot dt = k_{B6} \cdot U_N \quad \text{ideelle Gleichspannung}$$

$$I_d = I_{ZK} = \frac{U_{di}}{R} \quad \text{Lade- und Entladestrom Zwischenkreis}$$

$$P_d = P_{ZK} = R \cdot I_{d,eff}^2 = U_{di} \cdot I_d \quad \text{Gleichstromleistung}$$

$$\eta_{NSR} = \frac{P_d}{P_N} \geq 99\% \quad \text{Wirkungsgrad NSR (bei grösseren Anlagen)}$$

$$I_{N1} \approx \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot I_d \quad \text{Leiterstrom (Grundschwingung)}$$

$$g_1 = \frac{I_{N1}}{I_N} \approx 0.9 \quad \text{Grundschwingungsgehalt Strom (aus Fourieranalyse)}$$

$$S_N = \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \quad \text{Eingangsscheinleistung}$$

$$P_N = S_N \cdot \lambda_N \approx P_d \quad \text{Eingangswirkleistung}$$

$$Q_N = \sqrt{S_N^2 - P_N^2} \quad \text{Eingangsblindleistung}$$

$$\varphi_{N1} \approx 0 \quad \text{Phasenverschiebung Netzseite}$$

$$\lambda_N = \frac{P_N}{S_N} = g_1 \cdot \cos(\varphi_{N1}) \approx 0.9 \quad \text{Leistungsfaktor Netzseite}$$

6.5.3. Maschinenstromrichter

→ Pulsstromrichter für Drehstrom

Realisierung der Pulsbreitenmodulation:

M	Modulationsgrad
f_1	Modulationsfrequenz, Grundschiwingung
$m_U(t) = M \cdot \cos(2\pi f_1 \cdot t)$	Modulationsfunktion Phase U
$m_V(t) = M \cdot \cos(2\pi f_1 \cdot t - 2\pi/3)$	Modulationsfunktion Phase V
$f_P = \frac{1}{T_P} \gg f_1$	Dreiecksfrequenz, Pulsfrequenz
$u_{UV}(t) = u_{U0}(t) - u_{V0}(t)$	gepulste Leiterspannung UV

Grundschiwingung:

$$U_{M1} = M \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot U_d = M \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot U_N, \quad \text{bei } M \leq M_{lin\ max}$$

$$U_{M1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot U_N, \quad \text{bei } M = 1$$

Erweiterte Modulationsfunktion U:

$$m_U(t) = M \cdot \left[\sin(2\pi f_1 t) + \frac{1}{6} \sin(2\pi f_3 t) \right]$$

$$U_{M1} = \frac{M}{M_{lin\ max}} \cdot U_N, \quad \text{Grundschw. lin. Bereich}$$

$$M_{lin\ max} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155,$$

Modulationswert für $U_{M1} = U_N$

Berechnung PSR im Wechselrichterbetrieb (ASM im Motorbetrieb):

$$U_{M1} = \frac{f_{M1}}{f_{MN}} \cdot U_{MN}$$

$$U_{M1} = U_{MN} = U_N$$

$$g_U = \frac{U_{M1}}{U_M} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{U_{M1}}{U_N}$$

$$U_M = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (u_M(t))^2 \cdot dt} = \frac{U_{M1}}{g_U}$$

$$I_{M\Delta} = \frac{U_{M1}}{Z_\Delta}; \quad I_M = \frac{U_{M1}}{Z_Y}$$

$$S_M = \sqrt{3} \cdot U_M \cdot I_M$$

$$S_{M1} = \sqrt{3} \cdot U_{M1} \cdot I_M = g_U \cdot S_M$$

$$P_M = S_M \cdot \lambda_M = S_{M1} \cdot \cos(\varphi_{M1})$$

$$Q_M = \sqrt{S_M^2 - P_M^2}$$

$$\varphi_{M1}$$

$$\lambda_M = \frac{P_M}{S_M} = g_U \cdot \cos(\varphi_{M1})$$

$$\cos(\varphi_{M1}) = \frac{P_M}{S_{M1}}$$

$$\eta_{PSR} = \frac{P_M}{P_d} \geq 98\%$$

$$P_d = P_{ZK} = \frac{P_M}{\eta_{PSR}} \approx P_M$$

lineare Spannungsabsenkung
im Bereich $f_{M1min} \leq f_{M1} \leq f_{MN}$

konstante Spannung
im Bereich $f_{M1} > f_{MN}$

Grundschiwingungsgehalt Spannung
(aus Fourieranalyse; Näherung)

Spannung Maschine

Strom Maschine (Δ -, Y-Schaltung)

Scheinleistung

Grundschiwingungs-Scheinleistung

Wirkleistung

Blindleistung

Phasenverschiebung Grundschiwingung

Leistungsfaktor

Verschiebungsfaktor

Wirkungsgrad PSR (bei grösseren Anlagen)

Gleichstromleistung

7. Schrittmotoren

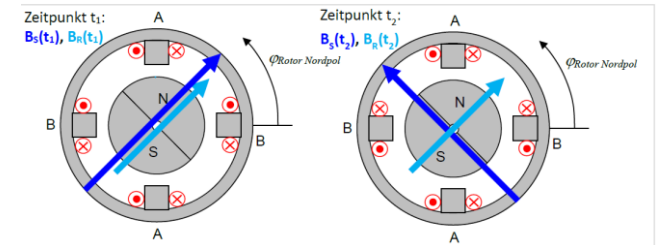
7.1. Permanentmagnet-Schrittmotor

7.1.1. Aufbau

Rotor besteht aus Permanentmagneten, bildet zusammen mit Luftspalten, Polschuhen und Stator einen magnetischen Kreis.

m : Strangzahl, Phasenzahl (auf Abb: $m = 2$)

p : Polpaarzahl pro Str., Phase (auf Abb: $p = 1$)



7.1.2. Wirkungsweise

- Wenn Gleichstrom in Wicklungen → Permanentmagnet richtet sich aus
- Damit es sich dreht, wird Strom in einer Wicklung umgepolt
- 3 Betriebsarten: Vollschritt, Halbschritt, Mikroschritt

k_S : Anzahl Teilschritte pro Vollschritt

$$z = 2m \cdot p \cdot k_S, \quad \text{Schrittzahl pro Umdr.}$$

$$\alpha_S = \frac{360^\circ}{z} = \frac{2\pi}{z}, \quad \text{Schrittwinkel in } ^\circ \text{ und rad}$$

$$f_S = \frac{\Omega}{\alpha_S} = z \cdot n \cdot \frac{\text{min}}{60s}$$

f_S : Schrittfrequenz in Kilo – Schritt pro s

Ausgangslage immer gemäss Abbildung bei 7.1.1 links.

Vollschrittbetrieb, $k_S = 1$

$\varphi_{\text{Rotor-Nordpol}}$	45°	135°	225°	315°
$i_A(t)$	$+I_0$	$+I_0$	$-I_0$	$-I_0$
$i_B(t)$	$+I_0$	$-I_0$	$-I_0$	$+I_0$

$$\alpha_S = 90^\circ$$

$$z = 4$$

2 Varianten, um Schrittwinkel zu verkleinern:

- Mehr Pole in Stator & Rotor
- Andere Ansteuerung

Halbschrittbetrieb, $k_S = 2$

$\varphi_{\text{Rotor-Nordpol}}$	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°	360°
$i_A(t)$	$+I_0$	$+I_1$	$+I_0$	0	$-I_0$	$-I_1$	$-I_0$	0
$i_B(t)$	$+I_0$	0	$-I_0$	$-I_1$	$-I_0$	0	$+I_0$	$+I_1$

$$\alpha_S = 45^\circ$$

$$z = 8$$

$$I_1 = \sqrt{2}I_0$$

Mikroschrittbetrieb, $k_S = 4$

$\varphi_{\text{Rotor-Nordpol}}$	45°	67.5°	90°	112.5°	135°	157.5°	180°	202.5°
$i_A(t)$	$+0.71 I_1$	$+0.92 I_1$	I_1	$+0.92 I_1$	$+0.71 I_1$	$+0.38 I_1$	0	$-0.38 I_1$
$i_B(t)$	$+0.71 I_1$	$+0.38 I_1$	0	$-0.38 I_1$	$-0.71 I_1$	$-0.92 I_1$	$-I_1$	$-0.92 I_1$

$$\alpha_S = 22.5^\circ$$

$$z = 16$$

→ Schritte werden hier in kleinen Schritten sinusförmig verändert

Heutzutage normalerweise $k_S = 256$, daher viel kleinere α_S .

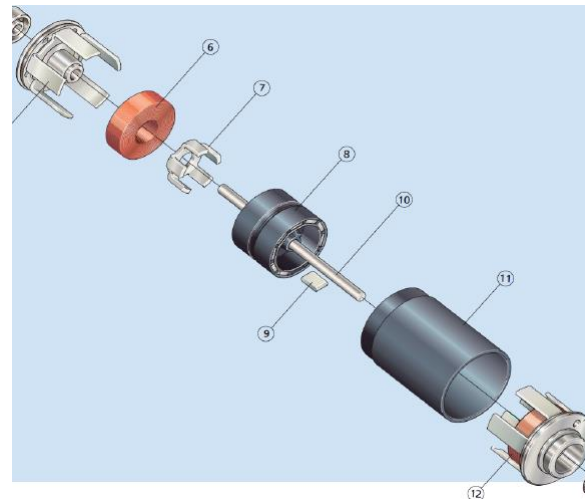
Formeln für Mikroschrittströme in den Spulen:

$$i_A(\varphi_{\text{Rotor-Nordpol}}) = I_1 \cos(\varphi_{\text{Rotor-Nordpol}})$$

$$i_B(\varphi_{\text{Rotor-Nordpol}}) = I_1 \sin(\varphi_{\text{Rotor-Nordpol}})$$

7.1.3. Mit Klauenpolen

Zwei Reihen Permanentmagnete (8) mit separater Spule (6,12), 2 Reihen Statorpole (5,7,12), die Spule umfassend, welche so separat magnetisiert werden können. Die beiden Statorpolringe sind um eine halbe Polteilung versetzt, so können kleinere Schritte gemacht werden.

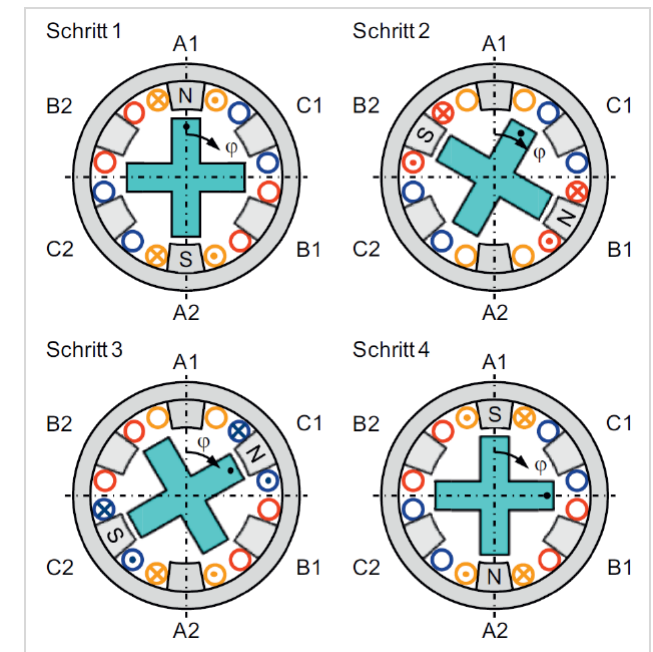


7.2. Reluktanz-Schrittmotor

Stator wie Permanentmagnet-Schrittmotor. Rotor aus Weicheisen mit Längszähnen.

$$\text{Zahnzahl} < \text{Polzahl von Stator}$$

Strom durch Statorwicklung magnetisiert Rotor, welcher sich ausrichtet. Wicklungen werden weitergeschaltet für Drehung.



Vorteile

- Kleine Schrittwinkel möglich
- Kostengünstig

Nachteile

- Kleines Moment
- Kein Selbsthaltemoment, wenn kein Strom fließt

→ Nachteile überwiegen, wird kaum noch eingesetzt

7.3. Hybrid-Schrittmotor

→ Häufigste Bauform

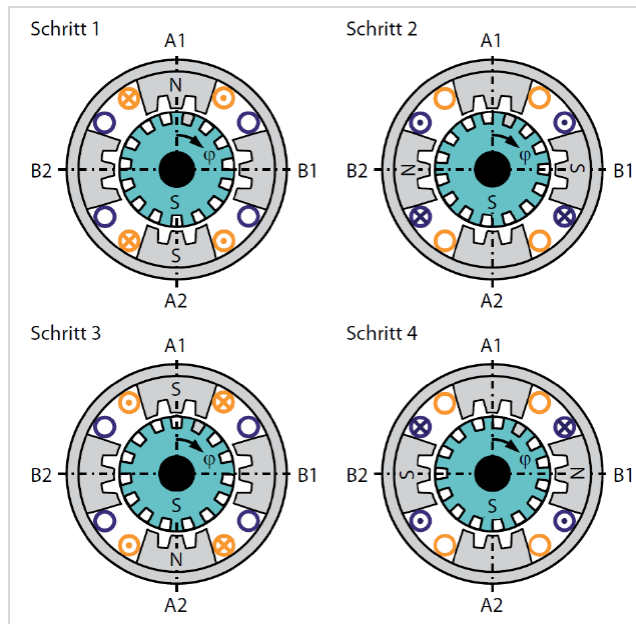
Vereint positive Eigenschaften beider anderen Formen:

- Hohes Drehmoment
- Feine Schritteilung

7.3.1. Aufbau

Rotor: axialer Permanentmagnet mit 2 gezahnten Weicheisenkränzen auf Polen, um halben Schritt versetzt. Um Drehmoment zu erhöhen, können weitere Magnete mit Zahnkränzen hinzugefügt werden.

Stator: Ebenfalls gezahnt, 2 Spulen



1. Magn. Fluss von A1 in Rotor & hinten (Zähne versetzt) bei A2 in Stator und über Gehäuse zurück zu A1
2. Strom in Spule B negativ, dadurch Vierteldrehung im Uhrzeigersinn

3. Strom in Spule A negativ, dadurch Vierteldrehung im Uhrzeigersinn
4. Strom in Spule B positiv, Vierteldrehung im Uhrzeigersinn

7.4. Drehmoment & Drehzahl

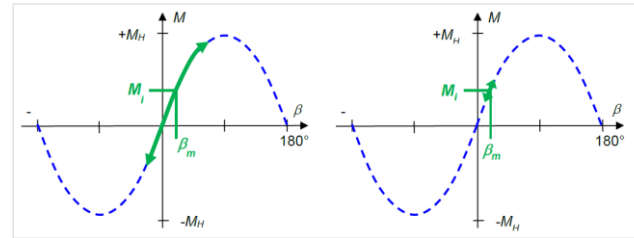
7.4.1. Moment

$$M_{H(I)} = k\Phi \cdot I, \quad \text{Haltemoment}$$

$$\beta = p \cdot (\varphi_{StatorNordpol} - \varphi_{RotorNordpol})$$

$$M_i(I, \beta) = M_H(I) \cdot \sin \beta, \quad \text{inneres Moment}$$

β : Lastwinkel (elektrisch)



$$\beta_m = \frac{1}{T} \int_0^T \beta(t) dt, \quad \text{mittlerer Lastwinkel}$$

Mittleres inneres Moment bei Voll- & Halbschritt:

$$M_i = M_H \cdot \sin\left(\frac{p\alpha_S}{2}\right) \cdot \sin \beta_m \cdot \frac{2}{p\alpha_S}$$

Mittleres inneres Moment bei Mikroschritt ($\alpha_S \rightarrow 0$):

$$M_i = M_H \cdot \sin \beta_m$$

Reibung mit Verlustmoment:

$$M = M_i - M_V, \quad \text{mittleres Moment}$$

7.4.2. Drehzahl

$$f_{mech} = \frac{f_S}{Z}, \quad \text{mechanische Frequenz}$$

$$n = f_{mech} \cdot \frac{60s}{min}, \quad \text{Drehzahl}$$

$$\Omega = 2\pi f_{mech}, \quad \text{mechanische Winkelgeschw.}$$

7.5. Schaltung

2 Arten:

- Bipolar: In einer Wicklung kann der Strom 2 Flussrichtungen haben
- Unipolar: In einer Wicklung kann der Strom nur in eine Richtung fließen

7.5.1. Unipolare Schaltung

Jede Wicklung wird mit 2 Drähten gewickelt, es gibt 2 Spulen (A1, A2, B1, B2).

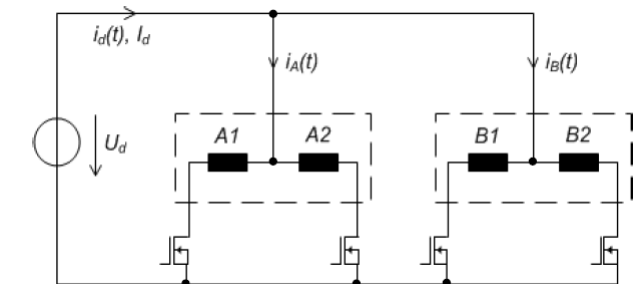
Vorteile:

- Einfachere Ansteuerung

Nachteile:

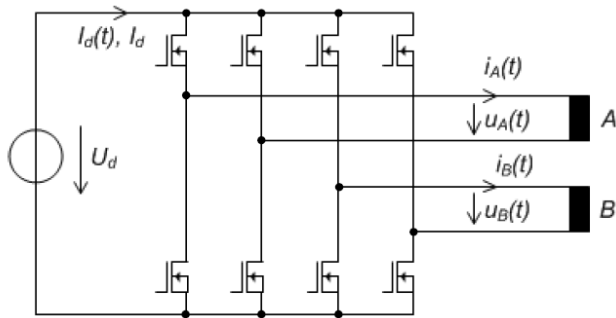
- Aufwändige Wicklung
- Nutzt Wicklung schlecht

→ Ist heute selten

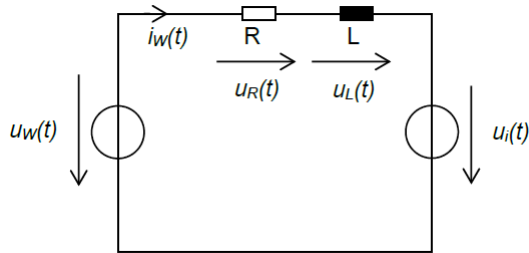


7.5.2. Bipolare Schaltung

Jede Wicklung benötigt 4 Schalter. Heute Standard.



7.5.3. Ersatzschaltung Wicklung



R : Kupferverluste

L : Wicklungsinduktivität

u_w : Ausgangsspannung des Steuergeräts

u_i : fremdinduzierte Spannung

$$\tau = \frac{L}{R}, \quad \text{elektr. Zeitkonst. der Wicklung}$$

$$f_1 = \frac{f_s}{2m \cdot k_s}, \quad \text{Grundschwingungsfreq. Wickl.}$$

$$k_U = \hat{U}_l \frac{k_s}{f_s},$$

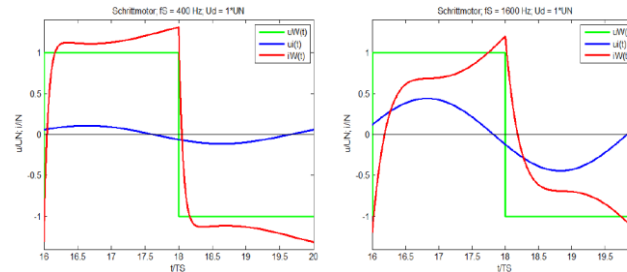
Spannungskonst. für Ampl. in $\frac{Vs}{k\text{Schritt}}$

7.5.4. Speisungsart

3 Arten:

- Rechteckförmige Nennspannung
- Rechteckförmige, erhöhte Spannung und Zusatzwiderstand (τ sinkt)
- Gepulste, erhöhte Spannung mit Stromregelung (uni- oder bipolar)

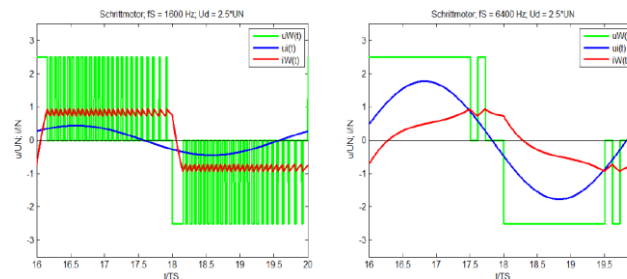
Rechteckförmige Nennspannung:



Tiefe Schrittfolgen: Nennstrom fließt unabhängig von Last.

Nachteil: zunehmende Schrittfolgen \rightarrow höhere induzierte Spannung \rightarrow sinkende Spulenspannung, -strom, Moment

Gepulste, erhöhte Spannung mit 2-Pkt-Stromregelung (unipolar):



Um Stromänderung zu beschl., wird Spannung erhöht. Bei tiefer bis mittlerer Frequenz wird durch Stromregelung der Strom nicht zu groß. Bei hoher

Schrittfrequenz sinkt der Strom & das Moment wieder.

\rightarrow Leicht tieferer Wirkungsgrad!

7.5.5. Formeln, Zeigerdiagramm

$$U_W = \sqrt{\frac{T_{ein}}{T}} \cdot U_d$$

U_W : Wicklungsspannung (Eff.wert)

$$I_w = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (i_w(t))^2 dt}, \quad \text{Wicklungsstrom}$$

Grundschwingung bei Vollschritt oder Mikroschritt und tiefer Drehzahl:

$$U_{W1} \approx \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_W$$

$$I_{W1} \approx \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_W$$

Grundschwingung bei Mikroschritt und tiefer Drehzahl:

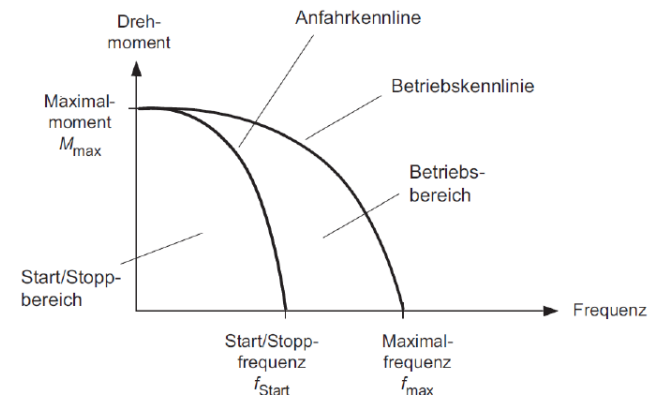
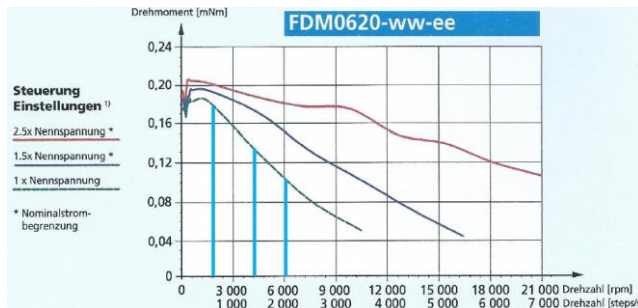
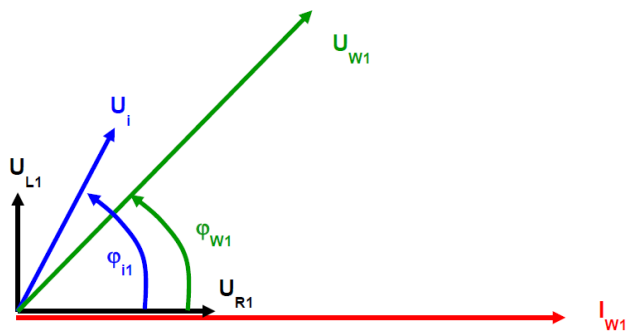
$$U_{W1} \approx \frac{\pi}{2\sqrt{2} \cdot U_d} \cdot U_W^2$$

$$I_{W1} = I_W$$

$$U_i = U_{i1} = \frac{k_U}{\sqrt{2}} \cdot \frac{f_s}{k_s} = \frac{k_U}{\sqrt{2}} \cdot \frac{z}{k_s} \cdot n \cdot \frac{\text{min}}{60s}$$

U_i : induzierte Spannung

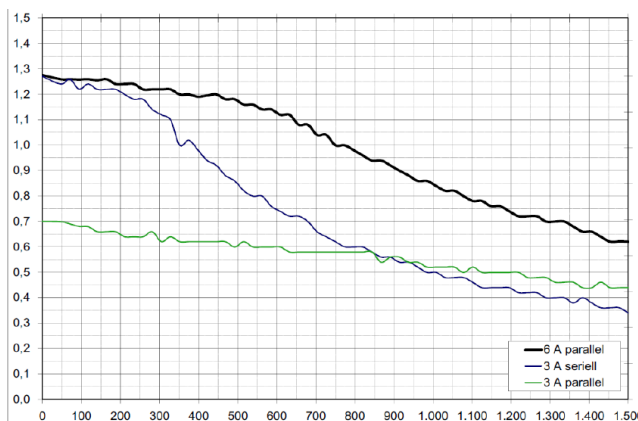
$$\varphi_{i1} = 90^\circ - \beta_m, \quad \text{Phasenverschiebung } (U_{i1} \text{ zu } I_{w1})$$



7.5.6. Leistungsfluss

- $P_d = U_d \cdot I_d$ Speiseleistung
- $P_{el} = P_d \cdot \eta_{SG}$ elektrische Motorleistung
- $P_{el} = m \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (U_{Wk} \cdot I_{Wk} \cdot \cos \varphi_{Wk}) \approx m \cdot U_{W1} \cdot I_{W1} \cdot \cos \varphi_{W1}$
- $P_{Vel} = P_R = m \cdot R \cdot I_W^2$ elektrische Verluste
- $P_i = M_i \cdot \Omega$ innere Leistung
- $P_i = m \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (U_{ik} \cdot I_{Wk} \cdot \cos \varphi_{ik}) \approx m \cdot U_{i1} \cdot I_{W1} \cdot \cos \varphi_{i1}$
- $P_{Vmech} = M_V \cdot \Omega$ mechanische Verluste
- $P_{mech} = M \cdot \Omega$ mechanische Leistung

- Parallelschaltung erlaubt höhere Spannung pro Teilwicklung und somit höhere Drehzahl



Steigung Drehzahlrampe:

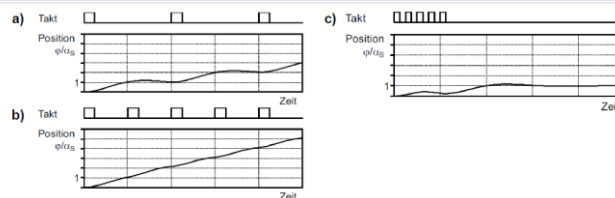
$$\dot{n} = \frac{\Delta n}{\Delta t}; [\dot{n}] = \frac{1}{s}$$

7.6. Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien

7.6.1. Statische Kennlinien

- Drehzahl ändert bei Belastung nicht
- Maximales Moment liegt deutlich unter Haltemoment, wegen:
 - o Welligkeit von Moment
 - o Reibung
 - o Nicht rechteckförmiger Strom
- Je höher Speisespannung umso mehr Drehmoment zur Verfügung bei hohen Drehzahlen, ohne Nennstrom zu überschreiten

7.6.2. Statisches Verhalten



- a) f_s zu klein
- b) f_s ok
- c) f_s zu hoch bei Anfahrt

→Damit Motor nicht aus Tritt fällt, darf von 0 nur auf Start-Stop-Frequenz gesprungen werden!

Bedeutung	Symbol
Durchflutung	Θ
Magnetische Feldstärke	\vec{H}
Magnetische Flussdichte	B
Magnetischer Fluss	ϕ
Induktivität	L
Verketteter Fluss	ψ
Momentane Leistung	P_i
Scheinleistung	S_N
Blindleistung	Q
Wirkleistung	S_1
Hauptinduktivität	X_h
Sternspannungen	\underline{U}_{1N}
Leiterspannungen	\underline{U}_{12}
Impedanz	\underline{Z}
Winkelgeschwindigkeit	Ω
Nennerwärmung	T_N