

1. Modelle

White Box (Glassbox) -> Trägheitsmoment etc.

- First principles
- Structure known
- Parameters have physical meaning

Black Box -> Man weiss nicht wie viele Speicher

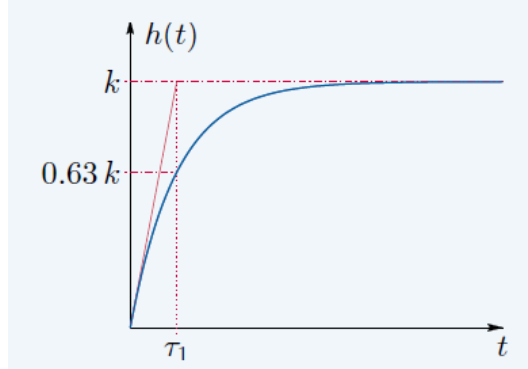
- Not related to first principles
- No structure known
- Parameters have no physical relation

Grey Box -> Wegen Regelung Feedback korrigiert

- Partially based on first principles
- Part of the structure known
- Simplifications

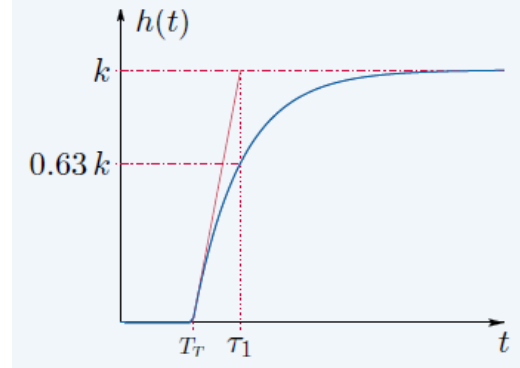
2. Systemidentifikation

2.1. Systeme 1. Ordnung



$$G(s) = \frac{k}{\tau_1 s + 1}$$

2.2. Erste Ordnung mit Totzeit



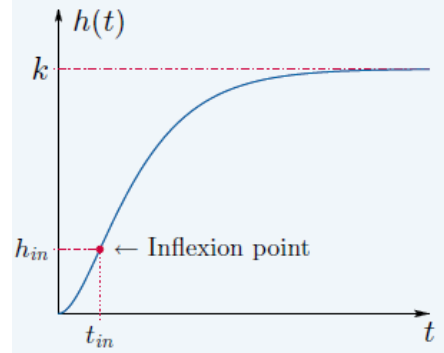
$$G(s) = \frac{k}{\tau_1 s + 1} e^{-T_r s}$$

0 auf Totzeit setzen (Totzeit wegdenken)

tau\_1 ist der Abstand von T\_t zu tau\_1

2.3. Systeme 2. Ordnung

2.3.1. Aperiodisch (alle Pole auf realer Achse)



$$G(s) = \frac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

$$h(t) = k * (1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} * e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} * e^{-\frac{t}{\tau_2}})$$

for tau\_1 != tau\_2

$$x = \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

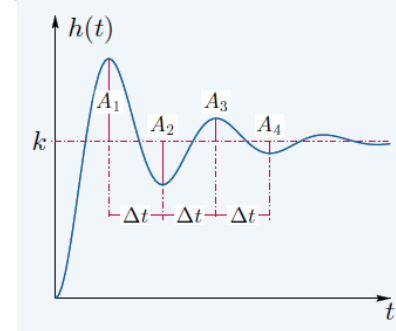
$$\tau_1 = \frac{t_{in}(x - 1)}{\ln(x)}$$

x	h <sub>in</sub> /k
0.0	0
0.05	0.1032
0.1	0.1483
0.15	0.1772
0.2	0.1975
0.25	0.2125
0.3	0.2240
0.35	0.2329
0.4	0.24
0.45	0.2455
0.5	0.25
0.55	0.2536
0.6	0.2564
0.7	0.2604
0.8	0.2627
0.9	0.2639

1. k berechnen
2. Inflexionspkt. bestimmen  $\ddot{u}(t) = 0$
3. x bestimmen mit h<sub>in</sub>/k
4. tau<sub>1,2</sub> bestimmen

**Achtung:** Wenn  $\frac{h_{in}}{k} > 0.25$  liegt kann ein kleiner Fehler einen grossen Einfluss auf x haben.

2.3.2. Periodisch



$$G(s) = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\Lambda^2}}}$$

$$\Lambda = \ln\left(\frac{A_{k+1}}{A_k}\right) = \frac{\pi D}{\sqrt{1-D^2}}$$

$$\omega_0 = \frac{\Delta t \sqrt{1-D^2}}{\pi * D}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = e^{\frac{\pi * D}{\sqrt{1-D^2}}} = e^{-D \omega_0 \Delta t}$$

## 2.4. Frequenz Antwort & Bode Diagramm

$$u(t) = \alpha_1 * \sin(\omega_k * t)$$

$$y(t) = \alpha * \sin(\omega_k * t + \phi_k)$$

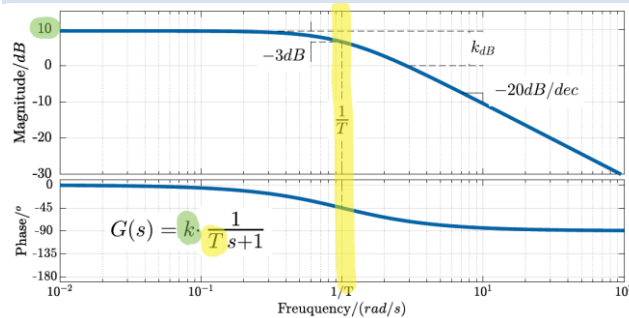
$$U(s) = \alpha * \frac{\omega_k^2}{s^2 + \omega_k^2}$$

$$Y(s) = \alpha * \frac{s * \sin(\phi) + \omega_k * \cos(\phi)}{s^2 + \omega_k^2}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} =$$

$$G(j\omega_k) = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} e^{j\phi_k}$$

### 2.4.1. 1. Ordnung (Tiefpass)



$$G(s) = k * \frac{1}{T_1 * s + 1} * \frac{1}{T_2 * s + 1} = k G_1 G_2$$

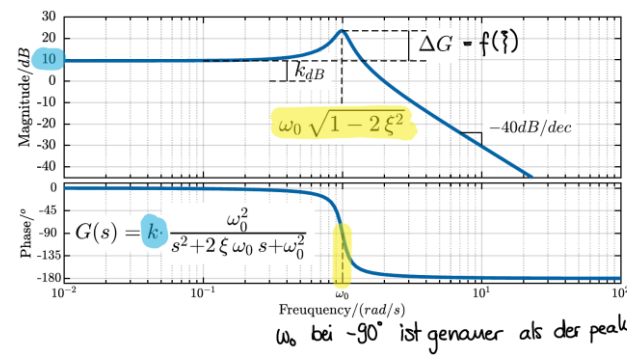
$$G(s) = k * |G_1| * |G_2| * e^{j(\phi_1 + \phi_2)}$$

$$|G| = \log(G)$$

$$\angle G = \phi_1 + \phi_2$$

$$\text{Hochpass: } G(s) = k * (T * s + 1)$$

### 2.4.2. 2. Ordnung

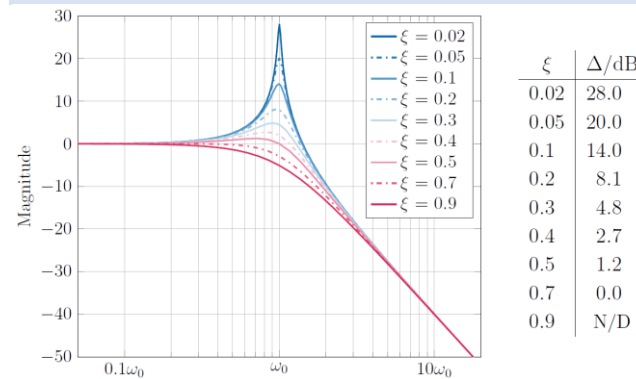


$$s_{1,2} = \omega_0(D \pm \sqrt{1-D^2})$$

$$\text{Re} = -D * \omega_0$$

$$\text{Im} = \omega_0 \sqrt{1-D^2}$$

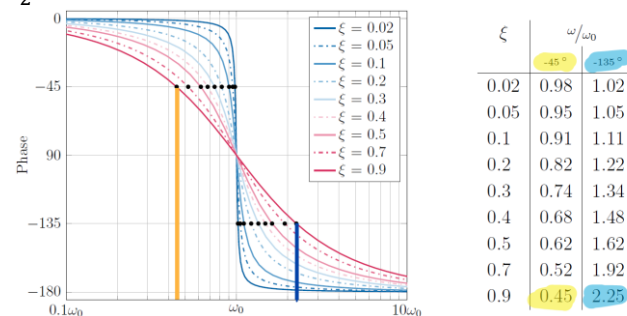
### 2.4.3. Frequenzantwort Systeme 2. Ordnung



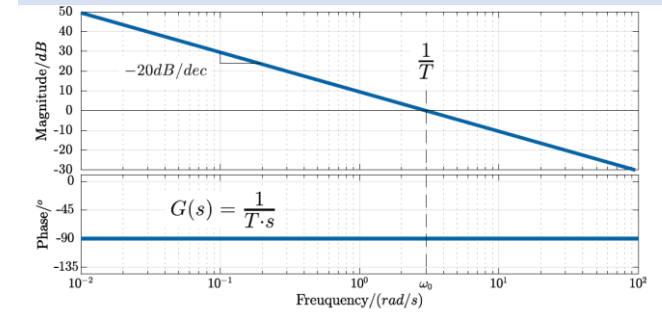
$$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$$

$$\omega_0 \sqrt{1-2\xi^2} = \omega_0 \sqrt{1-2 * \frac{2}{4}} = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \xi \leq 1 \rightarrow \text{Keine Überhöhung}$$



### 2.4.4. Integrator



$$G(s) = \frac{1}{T * s} = k * \frac{1}{s}$$

0 db = Verstärkung von 1

$$G(s) = \frac{1}{T * s} \rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$$

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{1}{T * j\omega} \right| = 1 \rightarrow T = \frac{1}{\omega}$$

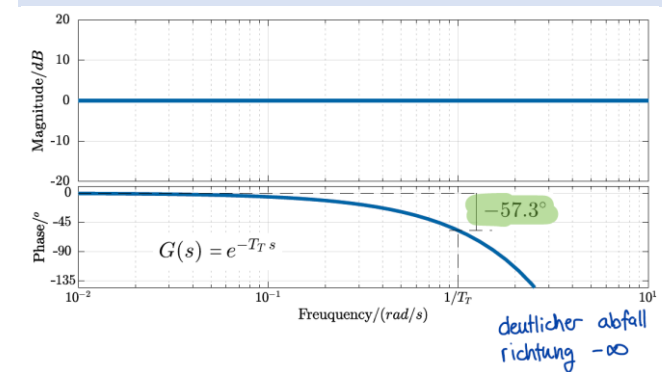
### 2.4.5. Differentiator

$$G(j\omega) = k * s = T * s$$

Mag=+20db/dec

Amplitude=const. +90°

### 2.4.6. Totzeit



$$G(j\omega) = e^{-Tt*j\omega}$$

$$|G(j\omega)| = 1 = 0 \text{ db}$$

$\angle G(j\omega) = T_t * j\omega \rightarrow$  linear betrachtet wäre der Phasengang eine fallende Gerade der Steigung  $-T_t$

$$\phi_t = -T_t * \omega_t = -1 \rightarrow T_t = \frac{1}{\omega_t}$$

$$2\pi = 360^\circ \rightarrow -1 = -57.3^\circ$$

## 2.5. Hohe Frequenzen

Relative Ordnung  $n-q \rightarrow n - q \geq 0$  sonst nicht kausal

Amplitudengang:  $\Delta G = (n - q) * 20db/dec$

Phasengang:  $\nabla G = (n - q) * \frac{\pi}{2}$

$n - q = 0 \rightarrow$  Sprungfähig

$n - q \geq 2$

$n - q = 1$

## 3. Least square error Schätzung

Each set of measurement  $(x_i; y_i)$  is falsified by uncertainty  $v_i$ .

$v_i$ : Residuen (beschreibt die Ungenauigkeit)

$$v_i = y_i - f(x_i)$$

$$v_i = y_i - a * x_i - b$$

$$\sum_{i=1}^N v_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2$$

The best model  $_t$  is reached, when the sum of all squared residuals is minimal, i.e.

$$\min_{\theta} \sum_i v_i^2 = \min_{\theta} \sum_i (y_i - f(x_i))^2$$

where  $\theta$  describes a vector of all parameters.

### 3.1. Matrix schreibweise

$$y_i = \theta_1 * x_{i,1} + \theta_2 * x_{i,2} + \theta_3 * x_{i,3} + v_i$$

$\rightarrow \theta$  gesucht

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & x_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n,1} & x_{n,2} & x_{n,3} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

$$y = M * \theta + v$$

$$\theta = (M^T M)^{-1} * M^T * y$$

$$M = N * T$$

$N$ : #Sätze von Messungen,  $T$ : # Parameter

#### 3.1.1. Parametrische System Identifikation

$$\min_{\theta} \sum_i v_i^2 = \min_{\theta} [Y^T Y - 2\theta^T M^T Y + \theta^T M^T M \theta]$$

$$\theta = [M^T M]^{-1} M^T Y$$

$$M^+ := [M^T M]^{-1} M^T$$

$Y = n \times 1 \rightarrow n = \#$  Messungen (Sätze)

$M = n \times T \rightarrow T = \#$  Parameter  $\theta_i$

$M^T M = T \times T \rightarrow$  quadratisch/invertierbar

$M^T y = T \times 1$

$\theta = M \setminus y \rightarrow$  "\": Left Matrix division in Matlab

$\rightarrow$  Wenn  $n=T$  gibt es eine exakte Lösung (M

Quadratisch)

$\rightarrow$  Wenn  $n>T$  Gleichung ergibt kleinste

Fehlerquadrate (M nicht Quadratisch)

$$\text{Problem: } \frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{b_q s^q + b_{q-1} s^{q-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

$$\text{with: } \theta = \{a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0, b_q, b_{q-1}, \dots, b_1, b_0\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{s Y(s)\} = \frac{d}{dt} y(t) \approx \frac{y_{k+1} - y_k}{T_s}$$

$$y_{k+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{T_s}{\tau}\right)}_{=: \theta_1} y_k + \underbrace{k \frac{T_s}{\tau}}_{=: \theta_2} u_k$$

$$\tau = \frac{T_s}{1 - \theta_1}$$

$$k = \frac{\tau * \theta_2}{T_s} = \frac{\theta_2}{1 - \theta_1}$$

#### 3.1.2. Matlab

`>>Gs = tf([2], [4 1]);`

$T_s = 0.1$ ; % Sampling time

% Uses 'zero-order-hold' discretisation method

`>>Gz = c2d(Gs, Ts)` % continuous to discret

% Uses tustin's (bilinear) discretisation method

`>>Gz = c2d(Gs, Ts, 'tustin')`

% d2c discret to continuous

$x(z) \rightarrow x_k$

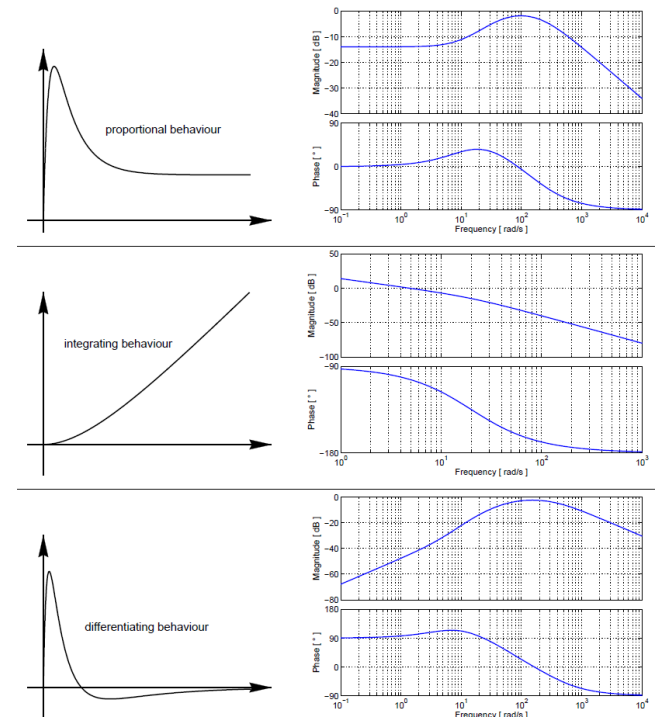
$x(z) * z^{-1} \rightarrow x_{k-1}$

$x(z) * z^{-2} \rightarrow x_{k-2}$

$x(z) * z^{-3} \rightarrow x_{k-3}$

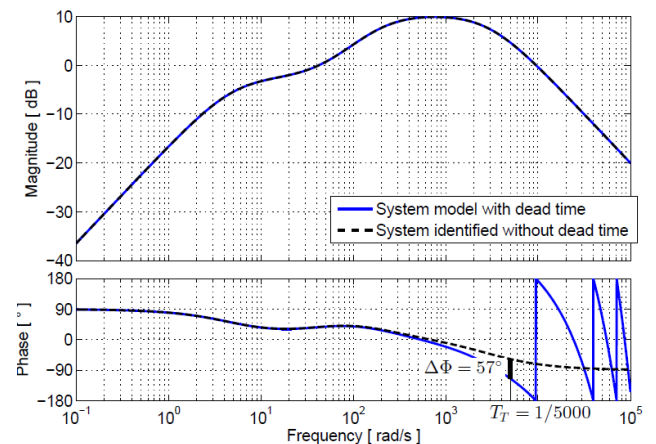
`>>margin()` % Amplitude und Phasenreserve

### 3.2. Frequenzantwort



#### 3.2.1. Totzeit bestimmen

Ein System mit Totzeit zeigt eine um  $57^\circ$  (1rad) tiefere Phase am Punkt  $\omega_T$  als das System ohne Totzeit.



$$T_T = \frac{1}{\omega_T}$$

## 4. Linearisation

Annahme: Der Betriebspunkt ist stationär  $\rightarrow \Delta \dot{y} = 0$   
 im Betriebspunkt  $\rightarrow f(y_0, u_0) = 0$

$$\Delta \dot{x} = f_x * \Delta x + f_u * \Delta u$$

### 1. Arbeitspunkt bestimmen

Am Arbeitspunkt ist die abgeleitete Grösse = 0!  
 $\rightarrow$  Formel umstellen

$$\dot{y}|(y = y_0, u = u_0) = 0 \rightarrow f(y_0, u_0) = 0$$

### 2. $\Delta$ Variablen bestimmen

Input & Output Grössen in der Form  $u = u_0 + \Delta u$  beschreiben. Für eine Grösse  $u_0$  die umgestellte Formel aufgelöst nach dem Wert einsetzen

### 3. Gradienten am Arbeitspunkt berechnen:

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta y}, \quad \text{mit } u = u_0 \text{ \& } y = y_0$$

$$\beta = \frac{\delta f}{\delta u}$$

### 4. Linearisierte Formel erstellen:

$$\Delta \dot{y} = \alpha \cdot \Delta y + \beta \cdot \Delta u$$

Laplace-Transformiert:

$$s \cdot \Delta Y = \alpha \cdot \Delta Y + \beta \cdot \Delta U$$

$$G(s) = \frac{\Delta Y}{\Delta U}$$

## 5. Nonminimum-phase System

- 1 Derive relative order  $\rho = n - q$
- 2 Proportional, derivative or integrating behaviour?
- 3 Assess the dominant behaviour PT1, PT2 (real or complex poles) or higher order?
- 4 Assess oscillation, overshoot, and non-minimum phase behaviour  $\rightarrow$  Number of zeros in RHP? Number of zeros in LHP?

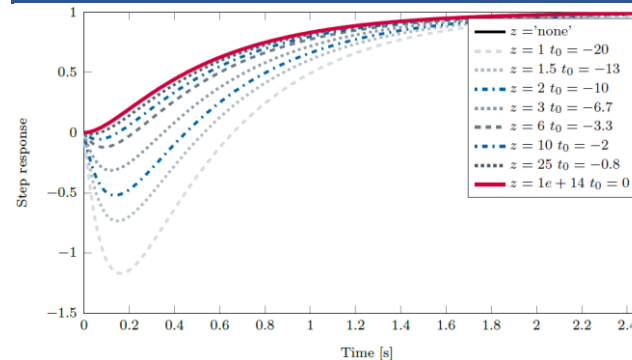
### Definition (Minimum-phase System)

A continuous time system is called *minimum-phase*, if the phase range is minimal compared to any other system with the same magnitude response.

### Corollary (Nonminimum-phase System)

A continuous time system is called *nonminimum-phase* if there exists a system with the same magnitude response that covers a smaller phase range.

## 6. Influence of the zero location on the dynamic behaviour



### Definition (Minimum-phase System)

A continuous time system is called *minimum-phase*, if the phase range is minimal compared to any other system with the same magnitude response.

### Corollary (Nonminimum-phase System)

A continuous time system is called *nonminimum-phase* if there exists a system with the same magnitude response that covers a smaller phase range.

### Corollary (Nonminimum-phase System and Positive Zero's)

A system with a rational transfer function is called *nonminimum-phase*, if it has zeros in the right half-plane.

### Corollary (Nonminimum-phase System and Time delay)

A system with a time delay (or dead time) of the form

$$G(j\omega) = e^{-j\omega T_d} \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)}$$

is a *nonminimum-phase* system. The magnitude response of  $e^{-j\omega T_d}$  is 1 and the phase response tends to  $-\infty$  for large  $\omega$  values. The phase range covered by  $N(j\omega)/D(j\omega)$  is therefore always smaller than for  $G(j\omega)$ .

Relative Ordnung	NST positiv	NST negativ
1	System schwingt zuerst in falsche Richtung, Ableitung bei t=0: >0	System schwingt in die richtige Richtung, Ableitung bei t=0: >0
2	System schwingt zuerst in falsche Richtung, Ableitung bei t=0: =0	System schwingt in die richtige Richtung, Ableitung bei t=0: =0

- Bei differenzierendem Verhalten (System schwingt auf Anfangswert ein), ist die NST auf dem Ursprung.
- Falls ein sehr dominantes Überschwingen am Anfang stattfindet, ist die NST in der Nähe des Ursprungs. (Richtung der ersten Schwingung zeigt ob positiv oder negativ)

## 7. Definition der Wurzelortskurven (WOK)

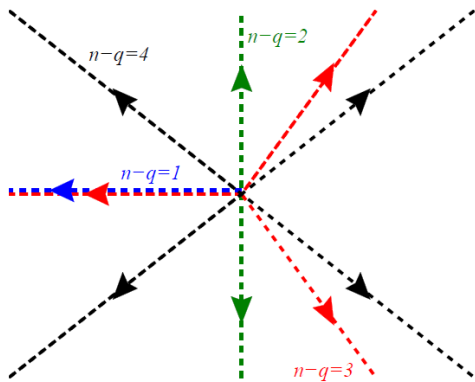
Teile des Reglers werden also im System  $\tilde{G}_R(s)$  sein und die Gesamtverstärkung  $k$  davon abgetrennt. Die Polstellen eines System berechnen sich durch Lösung der charakteristischen Gleichung

$$1 + k * \tilde{G}_R(s) * G_{RS}(s) = 0$$

Der Wurzelort ist der Ort der Wurzeln von obiger Gleichung es sind also alle Lösungen  $s$ , die diese Gleichung erfüllen. Die Wurzelortskurven (WOK) stellt die Abhängigkeit dieser Wurzelorte vom Verstärkungsfaktor  $k$  dar. Es sind Kurven in der komplexen  $s$ -Ebene, die den Verlauf der Polstellen des geschlossenen Regelkreises unter Variation von  $k = 0 \dots \infty$  beschreiben.

## 7.1. Konstruktionsregeln für WOK

1. Pole & Nullstellen einzeichnen
2. Es läuft immer eine Polstelle in eine Nst, die restlichen Polstellen kommen später
3. Der Schnittpkt. der Asymptoten: siehe entspr. Kapitel.
4.  $n = \text{Anzahl Polstellen}$ ,  $q = \text{Anz. Nst.}$   
Die Asymptoten sind wie auf der Abbildung unten.
5. Die nicht zu einer Nst. Gehörenden Pole nähern sich der Asymptote an. Wenn 2 Strahlen sich treffen, „stossen sie sich ab“



## 7.2. Amplituden- und Phasenbedingung

Amplitudenbedingung:  $|k| = \frac{\prod_i |s-p_i|}{\prod_i |s-z_i|}$

Phasenbedingung:

$$\sum_{i=1}^q \varphi_{z_i} - \sum_{i=1}^n \varphi_{p_i} = \pm(2l+1)\pi \quad l = 0, 1, \dots$$

## 7.3. Eigenschaften der Wurzelortskurve (WOK)

1. Für  $k = 0$  sind die Wurzelorte gleich den Polstellen von  $G_0$ . Sie bilden den Startpunkt für die WOK.
2. Die WOK hat mehrere Zweige und es gilt: Anzahl Polstellen von  $G_0 = \text{Anzahl Zweige der WOK}$ .
3. Bei  $G_0 = k \frac{s^q + \dots}{s^n + \dots}$  ist immer  $n \geq q$ . Dann gilt für  $k \rightarrow \infty$ :
  - $q$  Polstellen laufen in NST
  - $n - q$  Polstellen laufen in der  $s$ -Ebene ins  $\infty$
4. Die WOK ist symmetrisch zur reellen Achse!
5. Die WOK umfasst **Abschnitte** der reellen Achse, die **rechts** davon eine ungerade Anzahl Pol- und Nullstellen aufweist.
6. Verzweigungspunkte auf der reellen Achse sind mehrfache Nullstellen der char. Gleichung.
7. Die  $n-q$  Zweige, die nach 1 streben, können durch Geraden angenähert werden (Asymptoten).

## 7.4. Asymptoten der WOK

Wenn  $q$  die Anzahl der Nullstellen und  $n$  die Anzahl Polstellen von  $G_0$  ist, dann nähern sich  $(n-q)$  Zweige der WOK Asymptoten an und laufen gegen 1. Man kann zeigen, dass das Argument einer Asymptote folgende Bedingung für den Phasenwinkel erfüllen muss:

$$\arg(s) = \frac{l * 360^\circ + 180^\circ}{n - q} \quad l = 0, 1, \dots$$

Dies zeigt die Grafik rechts für Polüberschüsse  $n - q = 1 \dots 4$ . Der Schnittpunkt der Asymptoten liegt nicht im Ursprung sondern bei:

$$s_p = \frac{\sum_i p_i - \sum_i z_i}{n - q}$$

Anmerkung: für  $n-q = 1$  gilt dies nicht, da die Asymptote auf der reellen Achse liegt, der Schnittpunkt kann zwar formal berechnet werden, ist aber nicht sinnvoll.

Imaginärteil kann weggelassen werden weil er sich weg kürzt

## 8. Reglerauslegung mit WOK

# Zweige = # Polstellen (Kompensation durch Regler ignorieren).

Für jedes  $k > 0$  fangen die closed Loop Polstellen an zu wandern.

- Durch den Regler werden Pol- und Nullstellen zugefügt, der Regler muss kausal sein!
- Dadurch wird  $G_0$  verändert und somit auch die WOK.
- Zahl der Asymptoten (Polüberschuss) bleibt typischerweise gleich (ggf. steigt die Zahl der Asymptoten)
- Die Polstellen werden mit positivem Vorzeichen aufsummiert, d.h. wenn Polstellen des Reglers nach links gezogen werden, wandern Schnittpunkte der Asymptoten ebenfalls nach links, das heisst in Richtung "mehr Stabilität" (nach rechts ganz entsprechend)
- Bei den Nullstellen steht ein negatives Vorzeichen, d.h.: wenn Nullstellen nach links gezogen werden, wandern Schnittpunkte der Asymptoten nach rechts also in Richtung "weniger Stabilität".

## 8.1. Kompensation von Polstellen und Matlab Werkzeuge

- Eine Polstelle, die durch eine Nullstelle des Reglers kompensiert wird, verharrt dort bei beliebiger Verstärkung  $k$ . Dennoch wird dies als Zweig bezeichnet und formal mitgezählt.
- **Instabile Polstellen** dürfen nie kompensiert werden. ->Modellfehler & Messfehler & Rundungsfehler /Bei endlichem  $k$  bleibt der instabile Pol immer instabil
- Es können auch Nullstellen durch Polstellen kompensiert werden.
- Sehr langsame Polstellen können kompensiert werden, es hat aber ggf. negative Auswirkungen auf das Störverhalten.

>> rlocus(G0)

zeichnet die Wurzelortskurve der offenen Kette. Die verschiedenen Zweige werden farblich gekennzeichnet. Durch ziehen auf einem Zweig kann ein Verstärkungsfaktor herausgelesen werden. Für anspruchsvollere Strecken und genauere Designs bietet sich das Werkzeug control System Designer an. Der Aufruf erfolgt mit:

>> controlSystemDesigner ('rlocus', Strecke, Regler)

### 8.1.1. ControlSystemDesigner

>> controlSystemDesigner ('rlocus', Strecke, Regler)

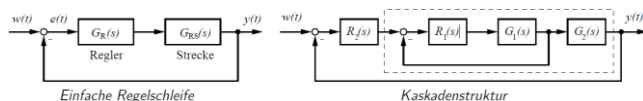
Session speichern -> Mat-file

Konfiguration ändern

Regler exportieren

## 9. Kaskadenregelung

Prinzipiell ist es auch möglich, mehrere Sensorsignale mit einem Regler zu verarbeiten und Stellgrößen zu erzeugen. Meistens erfolgt die Regelung aber in einer so genannten Kaskadenstruktur:



1. Eine Parametrierung / Inbetriebnahme erfolgt stets von innen nach aussen
2. Die Dynamik nimmt von innen nach aussen hin ab (innen schnell - aussen langsam)
3. Bei instabilen Systemen ist man bestrebt, dass das System durch den inneren Regelkreis stabil wird.
4. Der innere Regelkreis regelt Störungen bereits weitgehend aus.

### 9.1. Vor- und Nachteile der Kaskadenstruktur

- + in der Regel dynamischeres Verhalten möglich (breitbandig), da mehr Messgrößen verwendet werden
- + Linearisierung nichtlinearer Teilübertragungstrecken (vgl. Pumpe aus Skript)
- + innere Regelkreise sind näher an der Störung
- + unempfindlich gegenüber Variation von Parametern
- + klar strukturierter, schrittweiser Regelentwurf
- + einfache Begrenzung von Sollwerten möglich
- - Mehr Aufwand bei Sensorik, Regelung, Reglerentwurf und Inbetriebnahme

### 9.2. Vorsteuerung, Verbesserung des Führungsverhaltens

Übliche Reglerstrukturen haben die Eigenschaft, dass der Regler immer nur auf Regelabweichungen reagiert.

Hier liegt eine gewisse Widersprüchlichkeit, da man ja eigentlich keine Regelfehler möchte. Der Regelstrecke müsste also irgendwie" direkter eine Stellgröße beaufschlagt werden können.

Eine Systeminvertierung, wie sie oben beschrieben wird, ist allerdings üblicherweise nicht möglich, denn:

- die meisten Systeme führen bei Invertierung zu akausalen Systemen

- inverse Modelle sind gegebenenfalls instabil (falls Nullstellen in rechter komplexer Halbebene existieren)
- Modelle sind nie exakt bekannt, bzw. verhalten sich nie exakt linear

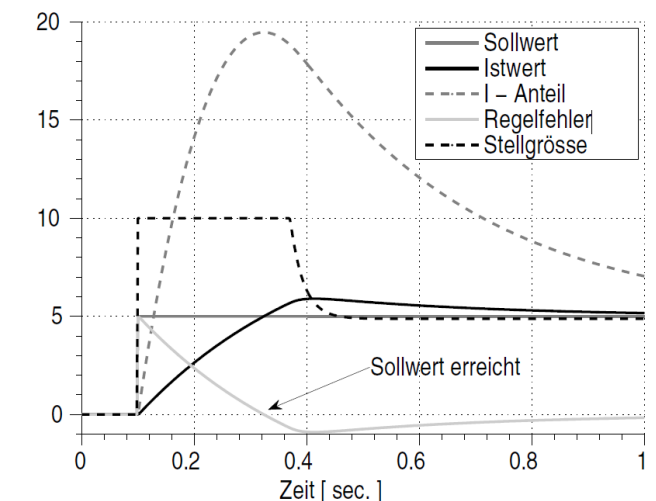
Es ist zu berücksichtigen, dass es sich dabei um eine Steuerung handelt (Vorsteuerung), da es im Vorsteuerzweig keine Rückkopplung gibt. Dies macht Vorsteuerungen im allgemeinen empfindlich auf Veränderungen bei der Regelstrecke.

### 9.3. Integrator-Windup

In realen Anwendungen existieren bei Stellgliedern stets Begrenzungen (Motor hat maximales Moment und Drehzahl, Pumpe hat maximale Pumpleistung, Ventil hat maximalen Durchlass etc.). Beim Einsatz von I-Reglern kann dies dazu führen, dass der I-Anteil aufgrund einer Regelabweichung und wenn das Stellglied am Limit ist, immer mehr aufintegriert (aufwinden engl. windup).

#### 9.3.1. Integrator-Windup

Ist ein Teil der Regelstrecke in Sättigung, so kann sich der I-Anteil des Systems aufwickeln/aufwinden. Es resultiert ein starkes Überschwingen der Istgröße, die nur langsam abklingt. Dieses Phänomen kann mit geeigneten Massnahmen verhindert werden (sog. AWR-Massnahmen).



Diesem Problem kann abgeholfen werden durch so genannte AWR-Massnahmen. Dazu gibt es verschiedene Ansätze. Das Prinzip dahinter ist, dass sobald die Stellgrösse über ihre Begrenzung läuft, eine zusätzliche Rückführung aktiv wird. Diese Rückführung verhindert, dass der I-Anteil nicht über alle Masse wegläuft.

## 10. Abtastregelung

Die meisten heutzutage eingesetzten Regler werden als Abtastregler umgesetzt. Die Implementierung erfolgt dabei durch Programmcode auf einem Embedded-System

\_ Sie haben dies stets im Rahmen des Praktikums mit SLDRT benutzt. Der Programmcode wurde dabei automatisch generiert.

\_ Abtastregler haben gegenüber Analogregler zahlreiche praktische Vorteile bei der Implementierung und Wartung.

- Die Theorie der Abtastregelung behandelt:
- die zeitdiskrete Beschreibung von Regelstrecken
- die zeitdiskrete Beschreibung von Reglern
- Aspekte der Implementierung von Reglern und Filtern
- für Abtastsysteme spezifische Besonderheiten
- Regeln zur Wahl der Abtastzeit
- An dieser Stelle kann nur auf Unterpunkte 2 und 3 eingegangen werden.

## 10.1. Verknüpfung von realem System mit zeitkontinuierlichem Regler

### 10.1.1. Systembeschreibung

Aus Sicht des Reglers kann die Regelstrecke als abgetastetes System mit Systemeingang  $u_k$  und Systemausgang  $y_k$  beschrieben werden. Auf Seiten des Abtastreglers sind  $y_k$  Zahlenwerte, die in jedem Abtastschritt eingelesen und verarbeitet werden. Der Regler selbst ist Programmcode, der in jedem

Abtastschritt Stellwerte  $u_k$  erzeugt, die an die Hardware ausgegeben werden (DAC, PWM,...).

## 10.2. Differenzgleichung

Es zeigt sich: Aus der Differentialgleichung 1ter Ordnung entsteht eine Differenzgleichung, dabei treten um 1 Abtastschritt versetzte Grössen auf. Dies gilt allgemein: Eine DGL n-ter Ordnung führt zu einer Differenzgleichung n-ter Ordnung. Dessen allgemeinste Form ist:

Eine Differenzgleichung ist eine zeitdiskrete Entsprechung der DGL, aber noch viel mehr: Beim Beispiel oben ist gut zu erkennen, dass es direkt eine Rechenvorschrift für eine dynamische Grösse ist.

### 10.2.1. vom s-Operator zum z-Operator

Der Laplaceoperator  $s$  wird bei uns vor allem im Zusammenhang mit Übertragungsfunktionen benutzt.

Es gibt für die neu kennengelernten Abtastsysteme einen entsprechenden Operator  $z$  mit der Eigenschaft  $z = e^{sT}$  einzuführen.

- Linke komplexe Halbebene wird zu Einheitskreis
- Rechte kompl. Halbebene wird zu ausserhalb des Einheitskreises
- Imaginäre Achse = Einheitskreis

→Stabil, wenn alle Polstellen innerhalb vom Einheitskreis sind.

## 10.3. Diskretisierung PID1-Regler

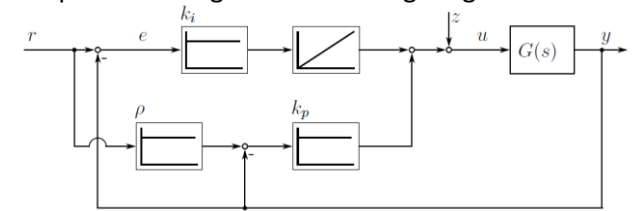
$$G_{PID}(z) = K_p + \frac{K_i T_s}{T_f(z-1)} + K_D \frac{(z-1)}{z}$$

## 11. Regler mit 2 Freiheitsgraden

Ein Nachteil des PI-Reglers ist einerseits, dass bei sprungförmigen Bewegungsvorgaben das Stellglied stark belastet wird, da über den P-Pfad die sprungförmige Änderung des Regelfehlers direkt auf das System wirkt.

Des weiteren neigt das Führungsverhalten oft zu starkem Überschwingen.

Dies kann verbessert werden, indem der PI-Regler entsprechend folgender Schaltung umgesetzt wird



Es hat einen weiteren "Tuning" Parameter  $p$ , mit welchem man das Verhalten beeinflussen kann.

- Die Sollwerte werden bei  $p = 0$  nur auf den Integrator gegeben.
- Sprungförmige Sollwertänderungen werden dann lediglich nach und nach aufintegriert.
- Das Störverhalten wird nicht verändert und ist wie bisher!
- Für  $p = 1$  ergibt sich der PI-Regler wie bisher.