

Formelblatt FTH2 vorne

Dienstag, 19. Januar 2021 11:04

Ideale Gasgleichung:

$$p \cdot v = R_i \cdot T$$

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$R_i: [J/kgK]$
 $V: [m^3]$
 $T: [K], p: [Pa]$

Umrechnungen:

- Arbeit: $1W = 1 \frac{J}{s} = 1 \frac{N \cdot m}{s}$
- Leistung: $1Ws$
- Druck: $1bar = 100'000 Pa, 1Pa = 1 \frac{N}{m^2}$
- Temperatur: $0^\circ C = 273,15 K$

Erste Hauptsatz für geschlossene Systeme:

$$Q_{12} + W_{12}^{rev} + W_{diss,12} = U_2 - U_1 [J]$$

Enthalpie:

$$H = U + p \cdot V [J]$$

Entropie

$$ds = \frac{dq + dw_{diss}}{T}$$

$$ds = \frac{dh - v \cdot dp}{T}$$

$s: [J/kgK]$
 $S: [J/K]$

Wellenarbeit:

$$W_{e,12} = \eta_m \cdot W_i$$

$$P_e = \eta_m \cdot P_E$$

η_m : Mechanischer Wirkungsgrad
 W_i : Spezifische techn. Arbeit $[J/kg]$

Wellenleistung:

$$P_{e,12} = M_d \cdot 2\pi \cdot n$$

$$W_{e,12} = M_d \cdot 2\pi$$

M_d : Moment an der Welle $[Nm]$
 n : Drehzahl $[1/s]$
 $W_{e,12}$: Wellenarbeit pro Umdrehung $[J]$

Isentropenexponent:

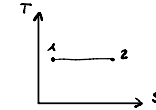
$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$c_p = c_v + R$$

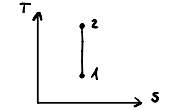
$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R$$

$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot R$$

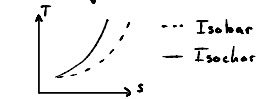
Isotherm



Isentrop



- Anstieg Isochor > Isobar



Zustandsänderung	Isochor	Isobar	Isotherm	Isentrop	Polytrop
Definition der Zustandsänderung	$v = \text{konstant}$	$p = \text{konstant}$	$T = \text{konstant}$	$s = \text{konstant d.h.}$ a) adiabatisch und reibungsfrei b) $q_{12} + q_{diss,12} = 0$	polytrop
Polytopen-Exponent	$n = \infty$ $p \cdot v^\infty = \text{konstant}$	$n = 0$ $p \cdot v^0 = \text{konstant}$	$n = 1$ $p \cdot v^1 = \text{konstant}$	$n = \kappa$ $p \cdot v^\kappa = \text{konstant}$	$n = n$ $p \cdot v^n = \text{konstant}$
Ideales Gasgesetz	$\frac{p}{T} = \text{konstant}$	$\frac{v}{T} = \text{konstant}$	$p \cdot v = \text{konstant}$	$p \cdot v^\kappa = \text{konstant}$	$p \cdot v^n = \text{konstant}$
Druck	$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$	$p_2 = p_1$	$p_2 = p_1 \cdot \frac{v_1}{v_2}$	$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\kappa$ $p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$	$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n$ $p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}$
Temperatur	$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1}$	$T_2 = T_1 \cdot \frac{v_2}{v_1}$	$T_2 = T_1$	$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1}$ $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$	$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}$ $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$
Volumen	$v_2 = v_1$	$v_2 = v_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$	$v_2 = v_1 \cdot \frac{p_1}{p_2}$	$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$ $v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$	$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{n-1}}$ $v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$
Spezifische Volumenänderungsarbeit $W_{v,12} = - \int_1^2 p dv$	$W_{v,12} = 0$	$= -p \cdot (v_2 - v_1)$ $= -R \cdot (T_2 - T_1)$	$= -p_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ $= p_2 \cdot v_2 \cdot \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ $= p_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $= R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$	$= \Delta u$ $= c_v \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{R}{\kappa - 1} \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{p_1 \cdot v_1}{\kappa - 1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{1}{\kappa - 1} \cdot (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$ $= \frac{p_1 \cdot v_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1} - 1\right]$ $= \frac{R \cdot T_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right]$	$= c_v \cdot \frac{\kappa - 1}{n - 1} \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{R}{n - 1} \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{p_1 \cdot v_1}{n - 1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{1}{n - 1} \cdot (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$ $= \frac{p_1 \cdot v_1}{n - 1} \cdot \left[\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} - 1\right]$ $= \frac{R \cdot T_1}{n - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$
					$n = \frac{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$

Zustandsänderung	Isochor	Isobar	Isotherm	Isentrop	Polytrop
spezifische innere Energie: $u_2 - u_1 =$	$= c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$= c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$= 0$ weil $\Delta T = 0$	$= c_v \cdot (T_2 - T_1)$ $= W_{v,12}$	$= c_v \cdot (T_2 - T_1)$
Spezifische Enthalpie: $h_2 - h_1 =$	$= c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$= c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$= 0$ weil $\Delta T = 0$	$= c_p \cdot (T_2 - T_1)$ $= W_{e,12}$	$= c_p \cdot (T_2 - T_1)$
Spezifische reversible technische Arbeit: $W_{t,12}^{rev} = \int_1^2 v \cdot dp$	$= v \cdot (p_2 - p_1)$ $= R \cdot (T_2 - T_1)$	$= 0$	$= -p_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ $= p_2 \cdot v_2 \cdot \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ $= p_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $= R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $W_{t,12} = W_{v,12}$	$= \Delta h$ $= c_p \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{R}{\kappa - 1} \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{R \cdot p_1 \cdot v_1}{\kappa - 1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{1}{\kappa - 1} \cdot (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$ $= \frac{p_1 \cdot v_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1} - 1\right]$ $= \frac{R \cdot T_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right]$ $= \kappa \cdot W_{v,12}$	$= n \cdot c_v \cdot \frac{\kappa - 1}{n - 1} \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{n \cdot R}{\kappa - 1} \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{n \cdot p_1 \cdot v_1}{\kappa - 1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{n}{\kappa - 1} \cdot (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)$ $= \frac{n \cdot p_1 \cdot v_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} - 1\right]$ $= \frac{n \cdot R \cdot T_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$ $= n \cdot W_{v,12}$
Spezifische Wärme und Dissipationsarbeit: $q_{12} + W_{diss,12} =$	$= u_2 - u_1$ $= c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$= h_2 - h_1$ $= c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$= -W_{t,12}$ $= -W_{v,12}$ $= p_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $= R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$	$= 0$ weil $q_{12} + W_{diss,12} = 0!$	$= \Delta u - W_{v,12}^{rev}$ $= \Delta h - W_{e,12}^{rev}$ $= c_v \cdot \frac{n - \kappa}{n - 1} \cdot (T_2 - T_1)$ $= \frac{q_{12} + W_{diss,12}}{W_{v,12}} = \frac{n - \kappa}{\kappa - 1}$ $\frac{q_{12} + W_{diss,12}}{W_{e,12}^{rev}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{n - \kappa}{\kappa - 1}$
Spezifische Entropie $s_2 - s_1 =$	$= c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$ $= c_v \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$	$= c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$ $= c_p \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$	$= R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ $= -R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$	$= 0$ da $s_2 - s_1 = 0$	$= c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ $= c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $= c_v \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + c_p \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ $= c_v \cdot \frac{n - \kappa}{n - 1} \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$

Arbeit im geschlossenen System:

$$W_{V12} = \int_1^2 p dV$$

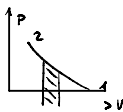
$$W_{V12} = -p_b \cdot (V_2 - V_1)$$

$$W_{N12} = W_{V12} - W_{U12} = -\int_1^2 (p - p_b) \cdot dV$$

$$W_{diss12} \geq 0!$$

$$W_{g12} = W_{V12} + W_{diss12}$$

W_V : Volumenänderungsarbeit
 W_U : Verschiebearbeit
 W_N : Nutzarbeit an Kolbenstange
 W_{diss} : Dissipationsarbeit
 W_g : Gesamtarbeit
 p_b : Umgebungsdruck [Pa]
 $[J] = [N \cdot m]$

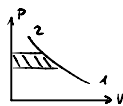


Arbeit am offenen System:

- Reversible technische Arbeit & potentielle, kinetische Energie:

ohne $W_{t,12}^{rev} = \int_1^2 v \cdot dp$ [J] $W_{t,12}^{rev} = \int_1^2 v \cdot dp$ [J/kg]

mit $W_{t,12}^{rev} = \int_1^2 v \cdot dp + \frac{m}{2} (c_2^2 - c_1^2) + m \cdot g \cdot (z_2 - z_1)$ z : Höhe [m]
 c : Geschwindigkeit [m/s]



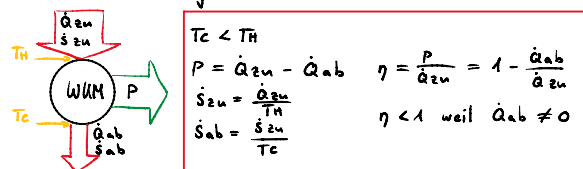
Auch hier $W_{diss12} \geq 0!$

$$W_{t,12} = W_{t,12}^{rev} + W_{diss12}$$

Kreisprozess:

- Rechtslaufender Prozess $\rightarrow$ Wärmekraftmaschine (WKM)

WKM sind Verbrennungsmotoren, Turbinen



$$T_c < T_h$$

$$P = \dot{Q}_{zu} - \dot{Q}_{ab} \quad \eta = \frac{P}{\dot{Q}_{zu}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{ab}}{\dot{Q}_{zu}}$$

$$\dot{S}_{zu} = \frac{\dot{Q}_{zu}}{T_h}$$

$$\dot{S}_{ab} = \frac{\dot{Q}_{ab}}{T_c}$$

$$\eta < 1 \text{ weil } \dot{Q}_{ab} \neq 0$$

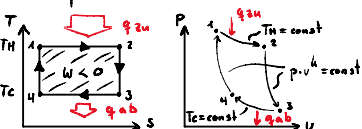


- Linkslaufender Prozess:

- Vorzeichen des rechtslaufenden werden gedreht.

- Kältemaschine: $E_{KM} = \frac{\dot{Q}_{zu}}{P}$
 - Wärmepumpe: $E_{WP} = \frac{|\dot{Q}_{ab}|}{P}$

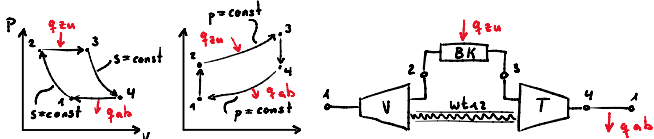
Carnotprozess:



$$\eta_{th, \text{carnot}} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Jouleprozess:

- Für offen/geschlossen, wie etwa Triebwerk, Gasturbine

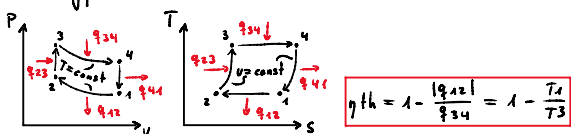


$$\eta_{th}^{rev} = 1 - \frac{T_4}{T_2} = 1 - \frac{|\dot{Q}_{41}|}{\dot{Q}_{23}} = 1 - \left(\frac{p_4}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \text{ mit } \pi = \frac{p_2}{p_4}$$

$$W_{t,12}^{rev} = c_p \cdot (T_2 - T_1 + T_4 - T_3) = (h_2 - h_1) + (h_4 - h_3)$$

$$P_{t,12}^{rev} = \dot{m} (W_{t,12}^{rev} - |W_{t,34}|)$$

Stirlingprozess:



$$\eta_{th} = 1 - \frac{|\dot{Q}_{42}|}{\dot{Q}_{23}} = 1 - \frac{T_4}{T_3}$$

$$W = m \cdot R \cdot (T_1 - T_3) \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

$$P = n \cdot m \cdot R \cdot (T_1 - T_3) \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

W : [J]
 P : [W]
 n : [1/s]
 m : Gasmasse [kg]

• Der 1. Hauptsatz für offene Systeme:

- Ohne kinetische & potentielle Energie:

$$\dot{Q}_{12} + W_{t,12}^{rev} + W_{diss12} = h_2 - h_1$$

$$\dot{Q}_{12} + \int_1^2 v \cdot dp + W_{diss12} = h_2 - h_1$$

$$\dot{m} \cdot \dot{Q}_{12} + \dot{m} W_{t,12}^{rev} + \dot{m} \cdot W_{diss12} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\dot{Q}_{12} + P_{t,12}^{rev} + P_{diss12} = \dot{H}_2 - \dot{H}_1$$

- Mit kinetische & potentielle Energie:

$$\dot{Q}_{12} + W_{t,12}^{rev} + W_{diss12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) \quad [\dot{Q}/\text{kg}]$$

$$\dot{Q}_{12} + P_{t,12}^{rev} + P_{diss12} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) + \frac{\dot{m}}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + \dot{m} \cdot g \cdot (z_2 - z_1) \quad [W]$$

• Adiabate Kompression:

$$T_c = T + \frac{W}{2 \cdot c_p} \quad T_c: \text{Totaltemperatur}$$

$$\eta_{is,V} = \frac{W_{t,12}^{rev}}{W_{t,12}} = \frac{h_{t,12} - h_{t,1}}{h_{t,12} - h_{t,1}} \quad \text{mit } h = c_p \cdot T$$

• Adiabate Expansion:

$$\eta_{is,T} = \frac{W_{t,12}^{rev}}{W_{t,12}} = \frac{h_{t,12} - h_{t,1}}{h_{t,12} - h_{t,1}}$$

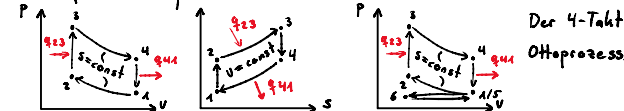
• Polytrope Kompression:

$$\eta_{poly,V} = \frac{W_{t,12}^{rev}}{W_{t,12}}$$

• Isotherme Kompression:

$$\eta_{isotherm,V} = \frac{W_{t,12}^{rev}}{W_{t,12}}$$

• Ottoprozess:

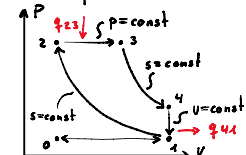


Der 4-Takt Ottoprozess.

$$\eta_{th} = 1 - \frac{|\dot{Q}_{41}|}{\dot{Q}_{23}} = 1 - \frac{c_v \cdot (T_4 - T_1)}{c_v \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{\kappa-1}} \quad \text{mit } \epsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$W = W_{V12} + W_{V34} = -\dot{Q}_{23} + |\dot{Q}_{41}| = \eta_{th} \cdot \dot{Q}_{23}$$

• Dieselprozess:



$0 \rightarrow 1$: Isobare Ansaugung*
 $1 \rightarrow 2$: Isentrope Kompression
 $2 \rightarrow 3$: Isobare Wärmezufuhr (Verbrennung)
 $3 \rightarrow 4$: Isentrope Expansion
 $4 \rightarrow 1$: Isochore Entspannung
 $1 \rightarrow 0$: Isobares Ausstoßen*
 * nur beim Viertakt

$$\dot{Q}_{23} = c_p \cdot (T_3 - T_2)$$

$$|\dot{Q}_{41}| = c_v \cdot (T_4 - T_1)$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{(q^{\kappa} - 1)}{K \cdot \epsilon^{\kappa} \cdot (q - 1)} \quad \epsilon: \text{Verdichtungsverhältnis}$$

q : Einspritzverhältnis

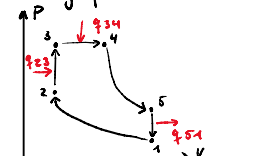
$$W = \dot{Q}_{23} - |\dot{Q}_{41}|$$

$$P = m \cdot \dot{m} \cdot n \cdot (\dot{Q}_{23} - |\dot{Q}_{41}|)$$

$$P = \frac{c_p \cdot h \cdot n \cdot p_1 \cdot V_1}{R} \cdot \left(\epsilon^{\kappa-1} (q - 1) - \frac{1}{K} \cdot (q^{\kappa} - 1) \right)$$

$K = 1$ bei 2-Takt
 $= 0,5$ bei 4-Takt
 n : Drehzahl [1/s]

• Seiligerprozess:



$1 \rightarrow 2$: Isentrope Kompression
 $2 \rightarrow 3$: Isochore Wärmezufuhr
 $3 \rightarrow 4$: Isobare Wärmezufuhr (Verbrennung)
 $4 \rightarrow 5$: Isentrope Expansion
 $5 \rightarrow 1$: Isochore Entspannung

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q^{\kappa} \cdot (\psi - 1)}{\epsilon^{\kappa-1} \cdot (\psi - 1 + K \cdot \psi \cdot (q - 1))}$$

$\epsilon = V_1/V_2$
 $q = p_3/p_2$
 $\psi = V_4/V_3$ (Drucksteigerungsverhältnis)