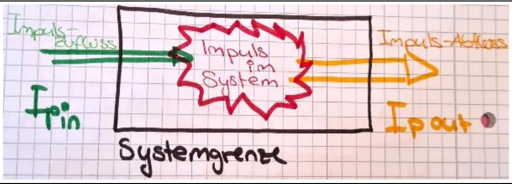
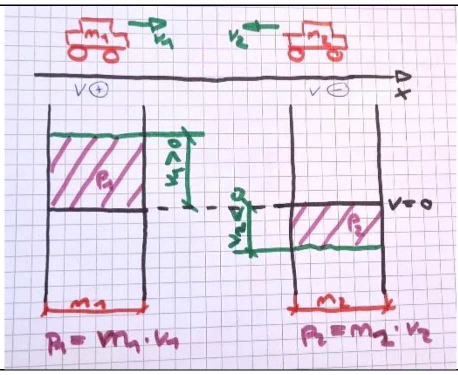
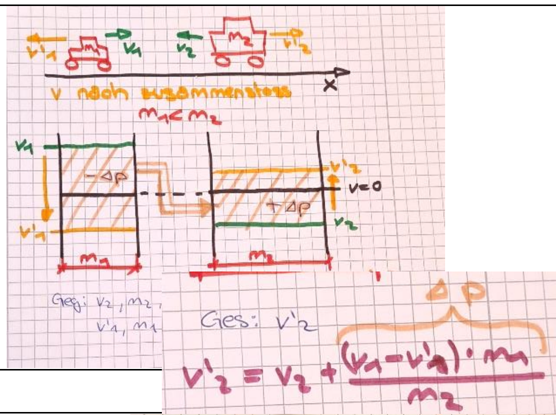
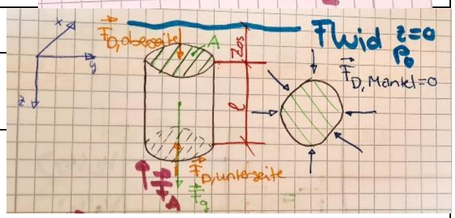
Impuls und Kraft

1. Newtonsche Gesetz	Keine Kräfte wirken = keine Impulsänderung (bei Konstanter Masse)
2. Newtonsche Gesetz	$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{res} = \begin{pmatrix} F_{resx} \\ F_{resy} \\ F_{resz} \end{pmatrix} = m\vec{a} = \dot{\vec{p}} = \begin{pmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \end{pmatrix}$
3. Newtonsche Gesettz	$\vec{F}_{2\to1}(t) = -\vec{F}_{1\to2}(t)$ / actio = reaction / Impuls = Erhaltungsgrösse
Impuls	$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \left[\frac{kg \cdot m}{s} oder\ N \cdot s\right]$

Impulsstrom und Impulsstrombilanz

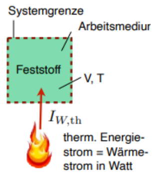
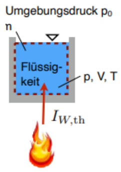
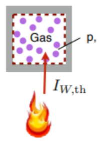
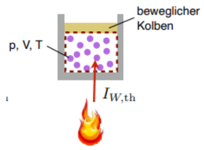
	**Impulsbilanz:** $\dot{\vec{p}} = \begin{pmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \end{pmatrix} = \sum_i \vec{I}_{p,i} = \begin{pmatrix} \sum_i \vec{I}_{px,i} \\ \sum_i \vec{I}_{py,i} \\ \sum_i \vec{I}_{pz,i} \end{pmatrix}$ Gesamtimpuls des Systems = Summer der Impulse aller Teilsysteme
Flüssigkeitsmodell vor Zusammenstoss	**Flüssigkeitsmodell nach Zusammenstoss**
	
$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2 = m_1v_1 + m_2v_2 = m'_1v'_1 + m'_2v'_2$	

Auftrieb und Luftwiderstand

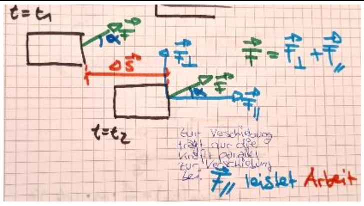
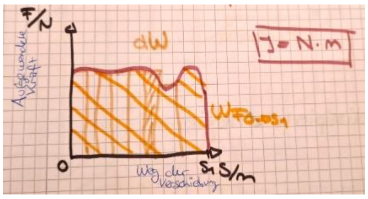
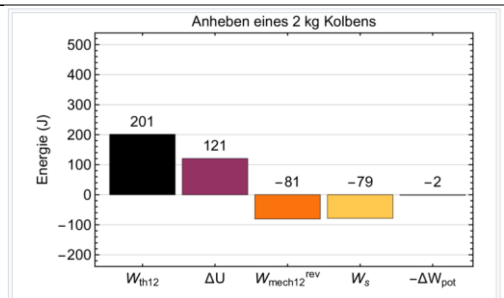
$\vec{F_A} = -m_{Fl} \cdot \vec{g} = -p \cdot l \cdot A \cdot \vec{g} =$ $Dichte \cdot Volumen \cdot Gravitationskraft$	**Statische Auftriebskraft** 
$F_D = \frac{1}{2}\rho_\infty v^2{}_\infty \cdot c_D \cdot A$ $F_L = \frac{1}{2}\rho_\infty v^2{}_\infty \cdot c_L \cdot A$	**Auftriebskraft und Luftwiderstand**
$\frac{c_D}{c_L} = \tan\gamma\ (Anströmung\ und\ Erdoberfläche)$ $c_D = \frac{F_D}{q_\infty \cdot A} / c_L = \frac{F_L}{q_\infty \cdot A}$	**Gleitverhältnis der Widerstand und Auftriebswerte**
$\vec{F}_{Aero} = \vec{F}_L \perp v_\infty + \vec{F}_D \parallel v_\infty$	**Zerlegung der Aerodynamischen Kraft**

Thermodynamische Systeme

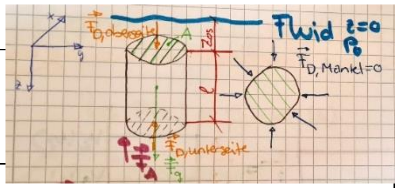
Massendichte ρ	$\rho \equiv \frac{m}{V}$	spezifische Volumen v	$v \equiv \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$
massenspezifische innere Energie u	$u \equiv \frac{U}{m}$ $u = c_v(T)\,T + u_0$	massenspezifische Enthalpie h	$h \equiv \frac{H}{m}$
Fahrenheit in Celsius	$°C = \frac{9}{5} \cdot °F - 32$	Celsius in Kelvin	$K = °C + 273.15$
Austausch von thermischer Energie (= Wärme) zwischen t_1 und t_2		$W_{th,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,th}\ dt$	
Austausch von mechanischer Energie ("Arbeit")		$W^{rev}_{mech,12} = -\int_{V_1}^{V_2} p\ dV$ (reversibel, Reibungsfrei) $W_{mech,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,mech}\ dt$	

			
V nimmt leicht zu Druck p spielt keine Rolle	V nimmt leicht zu Druck $p = p_0$ ist konstant	V ist konstant Druck p nimmt zu	V nimmt stark zu Druck $p = p_0$ ist konstant

Arbeit[J] = W, Leistung[W] = P, Energie[J] = E, innere Energie [J] = U und Enthalpie [J/kg oder J/mol] = H

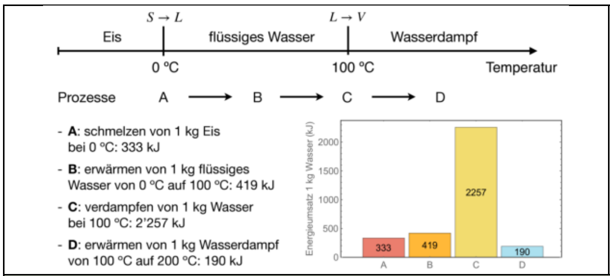
$W_F = F \cdot \Delta s \cdot cos\alpha = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$ **Arbeit einer Kraft entlang eines Pfades:** $\boldsymbol{W_{F,s_1\to s_2} = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}(s) \cdot d\vec{s}}$	
 Arbeit (Krafft parallel zur Verschiebung): $W_{F,0\to s_2} = \int_0^{s_2} dW_F = \int_0^{s_2} F(s) \cdot ds$	
Leistung einer Kraft entlang eines Pfads	$P_F(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t)$
Wirkungsgrad	$\eta = \frac{P_{nutzen}}{P_{aufwand}}$
Arbeit einer Kraft bei bekannter Leistung	$W_{F,t_1\to t_2} = \int_{t_1}^{t_2} P_F(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t)dt$
Kinetische Energie	$E_{kin}(t_1) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v(t_1)^2$
Änderung der Kinetischen Energie ist gleich am Körper geleistet Arbeit	$\Delta E_{kin t_1\to t_2} = W_{F,t_1\to t_2}$
Änderungsrate der inneren Energie eines geschlossenen Systems	$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = I_{W,\mathrm{th}} + I_{W,\mathrm{mech}}$
Energiebilanz (1. Hauptsatz) geschlossene Systeme	$U(t_2) - U(t_1) = \boldsymbol{\Delta U} = W_{\mathrm{th},12} + W_{\mathrm{mech},12}$ $(\mathrm{d}U = I_{W,\mathrm{th}}\, \mathrm{d}t - p\, \mathrm{d}V)$
Enthalpie *H*	$H = U + pV$ $\mathrm{d}H = I_{W,\mathrm{th}}\, \mathrm{d}t + V\, \mathrm{d}p$ $H(t_2) - H(t_1) = H_2 - H_1 = \Delta H = W_{\mathrm{th},12} + \int_{p_1}^{p_2} V\ \mathrm{d}p$
Kalorische Zustandsgleichung $V_1 \approx V_2 = V$	$H = m\,\bar{c}_p(T)\,T + H_0$ $H_2 - H_1 = \boldsymbol{\Delta H} = m\,\bar{c}_p\,(T_2 - T_1)$ $H_2 - H_1 = \Delta H = m\,\bar{c}_{L/S}\,(T_2 - T_1) + V\,(p_2 - p_1)$
Innere Energie	$U = V\rho u$
Kalorische Zustandsgleichung	$U = m\,c_v(T)\,T + U_0$ $U_2 - U_1 = \boldsymbol{\Delta U} = m\,\bar{c}_v\,(T_2 - T_1)$ $U_2 - U_1 = \Delta U = m\,\bar{c}_{L/S}\,(T_2 - T_1)$
$\bar{c}_v$ die zwischen T_1 und T_2 gemittelte, spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen	**$\bar{c}_p$ spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck**
$c_L(T)$: Wärmekapazität Flüssigkeit («L» wegen liquid)	$c_S(T)$: Wärmekapazität Feststoff («S» wegen solid)

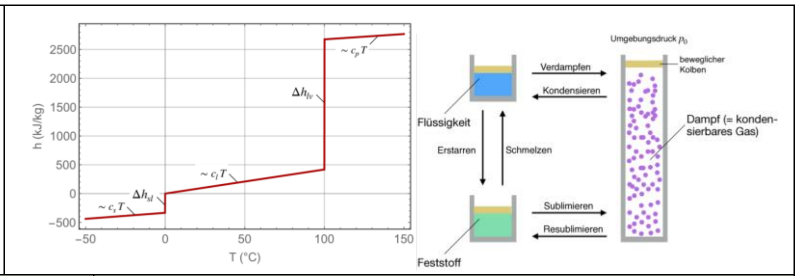
Auftrieb und Luftwiderstand



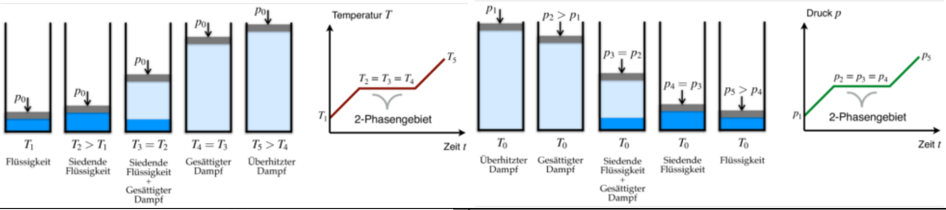
$\overrightarrow{F_A} = -m_{Fl} \cdot \vec{g} = -p \cdot l \cdot A \cdot \vec{g} =$ $Dichte \cdot Volumen \cdot Gravitationskraft$	**Statische Auftriebskraft**
$F_D = \frac{1}{2}\rho_\infty {v^2}_\infty \cdot c_D \cdot A \; / \; F_L = \frac{1}{2}\rho_\infty {v^2}_\infty \cdot c_L \cdot A$	**Auftriebskraft und Luftwiderstand**
$c_D = \frac{F_D}{q_\infty \cdot A} / c_L = \frac{F_L}{q_\infty \cdot A}$	**Gleitverhältnis der Widerstand und Auftriebswerte** $\frac{c_D}{c_L} = \tan\gamma \; (Anströmung \; und \; Erdoberfläche)$
$\vec{F}_{Aero} = \vec{F}_L \perp v_\infty + \vec{F}_D \parallel v_\infty$	**Zerlegung der Aerodynamischen Kraft**

Phasenübergänge





Schmelzenthalpie und spezifische **Schmelzenthalpie**	$\Delta H_{sl} = m \cdot \Delta h_{sl}$
Verdampfungsenthalpie und spezifische **Verdampfungsenthalpie**	$\Delta H_{lv} = m \cdot \Delta h_{lv}$



T (°C)	p (bar)	v_l (m³/kg)	v_v (m³/kg)	h_l (kJ/kg)	h_v (kJ/kg)	$\Delta h_{lv} = h_v - h_l$
0.01	0.006117	0.001000	206.015657	0.000612	2500.90	2500.90
5.00	0.008726	0.001000	147.015584	21.019000	2510.10	2489.08
10.00	0.012282	0.001000	106.303816	42.021000	2519.20	2477.18
15.00	0.017057	0.001001	77.881620	62.984000	2528.40	2465.42
20.00	0.023392	0.001002	57.770075	83.920000	2537.50	2453.58
25.00	0.031697	0.001003	43.346337	104.840000	2546.50	2441.66
30.00	0.042467	0.001004	32.883920	125.750000	2555.60	2429.85
35.00	0.056286	0.001006	25.207966	146.640000	2564.60	2417.96
40.00	0.073844	0.001008	19.516003	167.540000	2573.50	2405.96
45.00	0.095944	0.001010	15.253203	188.440000	2582.50	2394.06
50.00	0.123510	0.001012	12.027905	209.340000	2591.30	2381.96
55.00	0.157610	0.001015	9.564802	230.240000	2600.10	2369.86
60.00	0.199460	0.001017	7.667536	251.150000	2608.80	2357.65
65.00	0.250410	0.001020	6.193868	272.080000	2617.50	2345.42
70.00	0.312010	0.001023	5.039815	293.020000	2626.10	2333.08
75.00	0.385950	0.001026	4.128990	313.970000	2634.60	2320.63
80.00	0.474150	0.001029	3.405299	334.950000	2643.00	2308.05
85.00	0.578680	0.001032	2.825897	355.950000	2651.30	2295.35
90.00	0.701820	0.001036	2.359158	376.970000	2659.50	2282.53
95.00	0.846090	0.001040	1.980629	398.020000	2667.60	2269.58
100.00	1.014200	0.001043	1.671849	419.100000	2675.60	2256.50
110.00	1.433800	0.001052	1.209395	461.360000	2691.10	2229.74
120.00	1.986700	0.001060	0.891266	503.780000	2705.90	2202.12

Erklärungen

T: Siedetemperatur bei bestimmtem p

p : Dampfdruck bei bestimmtem T

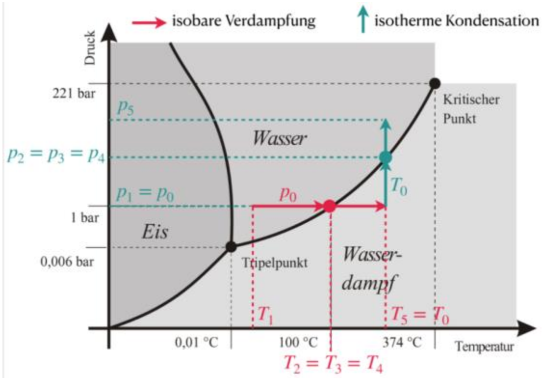
$v_l = V_l/m_l$: spezifisches Volumen der Flüssigkeit

$v_v = V_v/m_v$: spezifisches Volumen des Dampfs

h_l: spezifische Enthalpie der Flüssigkeit

h_v: spezifische Enthalpie des Dampfs

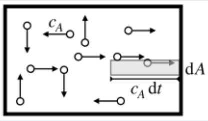
$\Delta h_{lv} = h_v - h_l$: Verdampfungs-Enthalpie



Das ideale Gas

Zustandsänderungen
➢ **isobare Zustandsänderungen**, d. h. der Druck p bleibt konstant ➢ **isochore Zustandsänderungen**, d. h. das Volumen V bzw. die Dichte ρ bleiben konstant ➢ **isotherme Zustandsänderungen**, d. h. die Temperatur T bleibt konstant ➢ **isentrope Zustandsänderungen**, d. h. der Prozess verläuft reversibel (umkehrbar) und adiabat – d. h. ohne Austausch von thermischer Energie mit der Umgebung

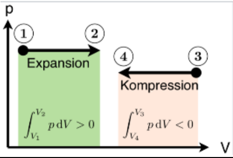
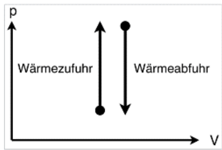
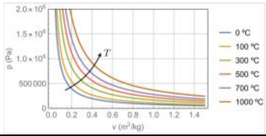
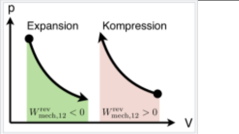
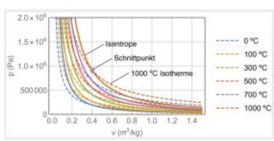
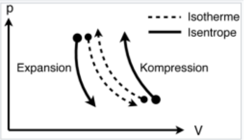
Die **ideale Gasgleichung** in Molenform	$pV = nRT$
Avogadrozahl N_A	$N_A = 6.022 \times 10^{23}$
universelle Gaskonstante	$R = 8.314 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}$
Anzahl Teilchen in einer Stoffportion	N

Molzahl n	$n = \frac{N}{N_A}$ $n = \frac{m}{M}$
molare Masse (Periodensystems) *Luft (21vol.% O_2 und 79vol.% N_2)*	$M_{\mathrm{H_2}} \approx 2\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}} = 2 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$ $M_{\mathrm{L}} \approx (0.21 \times 32 + 0.79 \times 28) \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$ $= 28.84 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}$
Die **ideale Gasgleichung** in Teilchenform	$p\,V = N\,k\,T$
Boltzmann-Konstante	$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
Die **ideale Gasgleichung** in Massenform *teilen durch V die «intensive» Variante*	$p\,V = m\,R_S\,T$ $p = \rho\,R_S\,T$
spezifische Gaskonstante	$R_S \equiv \frac{R}{M}$
c_v die zwischen T_1 und T_2 gemittelte, spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen	$c_v = Z\,R_S$
c_p spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	$c_p = c_v + R_S$ $c_p = (Z+1)\,R_S$
$\boldsymbol{Z = \frac{f}{2}}$	$Z = \begin{cases} 3/2 & \text{1-atomiges Gas } (f=3) \\ 5/2 & \text{2-atomiges Gas } (f=5) \\ 6/2 & \text{mehr-atomiges Gas } (f=6) \end{cases}$
Kalorische Zustandsgleichung	$\Delta U = m\,Z\,R_S\,\Delta T \;/\; \Delta H = m\,(Z+1)\,R_S\,\Delta T$
$p = \frac{1}{3}\,\rho\,c_A^2 \;/\; \frac{R}{M}\,T = \frac{1}{3}\,c_A^2$ *c_A = mittlere Geschwindigkeit Gasatome*	
kinetische Energie W_{kin} = **inneren Energie U**	$W_{\mathrm{kin}} = m\,c_v\,T ! = ! U$

Zustandsänderungen idealer Gase

Tabelle 1: Arbeiten und Wärmen idealer Gase in geschlossenen, reversiblen Systemen

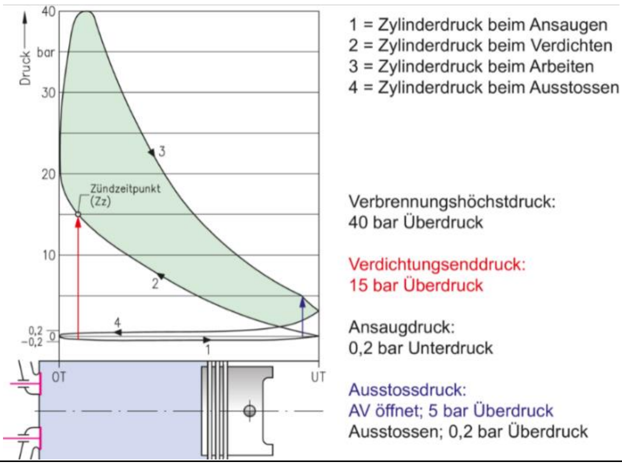
Zustandsänderung	Zustandsgrössen	Arbeit $W^{\mathrm{rev}}_{\mathrm{mech},12}$	Wärme $W_{\mathrm{th},12}$
isobar	$\frac{V}{T} = \text{const.} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$-p\,(V_2 - V_1)$	$m\,c_p(T_2 - T_1)$
isochor	$\frac{p}{T} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	0	$m\,c_v(T_2 - T_1)$
isotherm	$p\,V = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$	$-m\,\frac{R}{M}\,T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$m\,\frac{R}{M}\,T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
kein Wärmeaus-tausch mit der Umgebung isentrop (adiabat-reversibel)	$T\,V^{(\kappa-1)} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\kappa-1)}$ $p\,V^{\kappa} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}$ $p\,T^{\kappa/(1-\kappa)} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\kappa/(1-\kappa)}$	$m\,c_v(T_2 - T_1)$	0

Isobare Kompression und Expansion (p,V) Diagramm eine **isobare** Expansion 1→2 **isobare** Kompression 3→4	
Isochore Wärmezufuhr und -abfuhr	
Isotherme Kompression und Expansion (p,V) –Diagramm Isothermen für Luft zwischen 0∘C und 1000∘C mit **idealen Gasgleichung**	
Isentrope Kompression und Expansion Kompression unendlich schnell Gas verhält sich adiabat («adiabat» = kein Wärmeaustausch mit Umgebung) zusätzlich praktisch frei von dissipativen Effekten isentropen Prozess	
Isentropenexponent κ	$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \approx \frac{Z+1}{Z}$

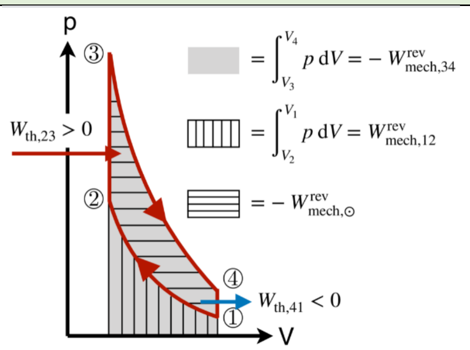
Kreisprozesse und Wirkungsgrade

$T_1 < T_2 < T_3 > T_4 > T_1$

Prozessschritt	Arbeit $W^{rev}_{mech,a\to b}$	Wärme $W_{th,a\to b}$
$1 \to 2$: isentrop	$m\,c_v(T_2 - T_1) > 0$	0
$2 \to 3$: isochor	0	$m\,c_v(T_3 - T_2) > 0$
$3 \to 4$: isentrop	$m\,c_v(T_4 - T_3) < 0$	0
$4 \to 1$: isochor	0	$m\,c_v(T_1 - T_4) < 0$



kompletten Zyklus netto der Volumenänderungsarbeit	$W^{rev}_{mech,\odot} = W^{rev}_{mech,12} + W^{rev}_{mech,34} = -m\,c_v(T_3 - T_2 + T_1 - T_4) < 0$
netto der thermische Energie	$W_{th,\odot} = W_{th,23} + W_{th,41} = m\,c_v(T_3 - T_2 + T_1 - T_4) > 0$
Wärmezufuht > Wärmeabfuhr	$(T_3 - T_2) > \lvert T_1 - T_4 \rvert$
Energie bei Kreisprozessen	$W^{rev}_{mech,\odot} = -W_{th,\odot}$
zugeführte Wärme	$W_{th,\oplus} = W_{th,23} = m\,c_v(T_3 - T_2)$
abgeführte Wärme	$W_{th,\ominus} = W_{th,41} = m\,c_v(T_1 - T_4)$
Zyklus netto ausgetauschte Wärme	$W_{th,\odot} = W_{th,\oplus} + W_{th,\ominus} = W_{th,\oplus} - \lvert W_{th,\ominus} \rvert$
Zyklus netto ausgetauschte Volumenänderungsarbeit	$W^{rev}_{mech,\odot} = -(W_{th,\oplus} + W_{th,\ominus}) = \lvert W_{th,\ominus} \rvert - W_{th,\oplus}$



Die Volumendifferenz $V_h = V_1 - V_2$ bezeichnet man als den **Hubraum** eines Motors und $V_k = V_2$ ist der **Kompressionsraum** bzw. das Restvolumen. Ausserdem wird $\epsilon = V_1/V_2 = 1 + V_h/V_k > 0$ als das **Verdichtungsverhältnis** bezeichnet.

minimale Gasvolumen: $V_2 = \frac{V_1}{\epsilon}$

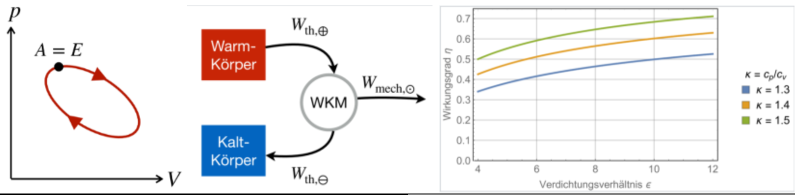
Isentropenbeziehungen: $p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa} = p_1\,\epsilon^{\kappa}$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\kappa-1)} = T_1\,\epsilon^{(\kappa-1)}$$

Wirkungsgrad	$\eta = \frac{«Nutzen»}{«Aufwand»}$

Wirkungsgrad Ottomotor	$\eta_{\text{Otto}} = \frac{\lvert W^{rev}_{\text{mech},\odot}\rvert}{W_{\text{th},\oplus}} = \frac{(T_3-T_2)+(T_1-T_4)}{(T_3-T_2)} = 1 - \frac{(T_4-T_1)}{(T_3-T_2)} < 1$ $\eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{(\kappa-1)}}$
Isentropenexponent hat bei Verwendung von Luft als Sauerstoffquelle einen Wert von κ≈1.4 $\eta_{\text{Otto,Luft}} \approx 1 - \epsilon^{-0.4}$	
Verdichtungsverhältniss	$\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$

Wärmekraftmaschine

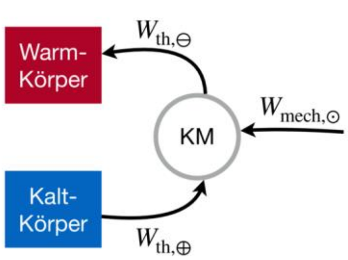


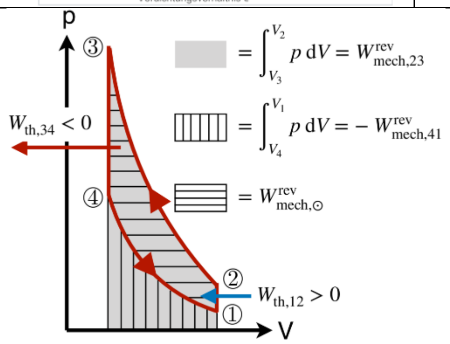
Ersten Hauptsatzes für geschlossene, reversible Systeme (innere Energie)

$$dU = I_{\text{W,th}}\,dt - p\,dV$$

$$\oint dU = \oint I_{\text{W,th}}\,dt - \oint p\,dV = 0$$

Linkslaufender Kreisprozess:





einem Zyklus netto zu- bzw. abgeführten Wärmen:

$$\oint I_{\text{W,th}}\,dt = W_{\text{th},\odot}$$

einem Zyklus netto zu- bzw. abgeführten Arbeiten:

$$\oint V\,dp = -\oint p\,dV = W^{rev}_{\text{mech},\odot}$$

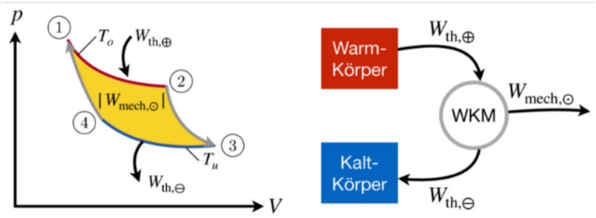
Kreisprozess	Abkürzung	Wirkungsgrad	
Wärmekraftmaschine	WKM	$\eta_{\text{WKM}} = \frac{\lvert W^{rev}_{\text{mech},\odot}\rvert}{W_{\text{th},\oplus}} = 1 - \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W_{\text{th},\oplus}}$	$0 < \eta_{\text{WKM}} < 1$
Kältemaschine (Kühlschrank/Kühlraum)	KM	$\eta_{\text{KM}} = \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W^{rev}_{\text{mech},\odot}} = \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W^{rev}_{\text{mech},\odot}} - 1$	$\eta_{\text{KM}} < 1$ oder $\eta_{\text{KM}} > 1$
Wärmepumpe	WP	$\eta_{\text{WP}} = \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W^{rev}_{\text{mech},\odot}} = 1 + \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W^{rev}_{\text{mech},\odot}}$	$\eta_{\text{WKM}} > 1$

Entropie und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Rechtslaufender Kreisprozess nach *Carnot*

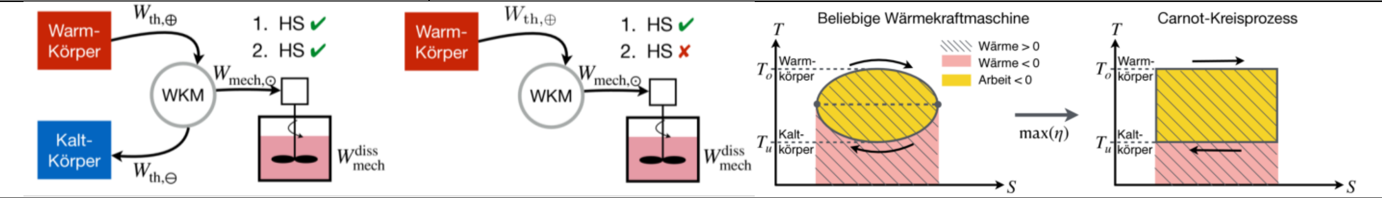
Prozessschritt	Arbeit / Wärme
1→2	Zuführung thermischen Energie $W_{\text{th},\oplus}$ auf oberen Temperaturniveau T_o
2→3	isentrope Expansion (adiabat, ohne Austausch, th. Energie mit Umgebung)
3→4	Abführung thermische Energie $W_{\text{th},\ominus}$ auf dem unteren Temperaturniveau T_u
4→1	isentrope Kompression

$T_1 = T_2 = T_o$ und $T_3 = T_4 = T$

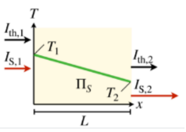
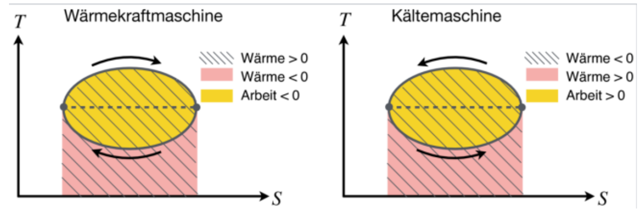
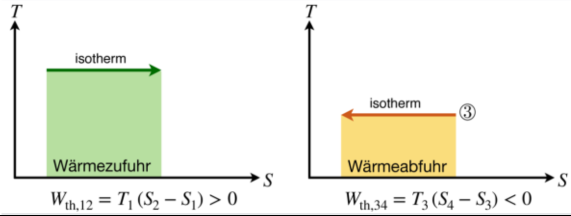


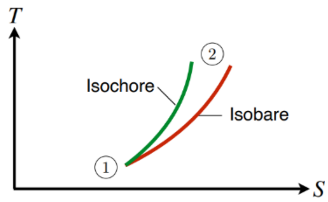
Kreisprozessarbeit	$W_{\text{mech},\odot} = -(W_{\text{th},\oplus} + W_{\text{th},\ominus})$
Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses für Wärmekraftmaschinen (Best möglich WKM)	$\eta_{\text{WKM,Carnot}} = 1 - \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W_{\text{th},\oplus}} = 1 - \frac{T_u}{T_o}$
Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses für Kältemaschinen (Best möglich KM)	$\eta_{\text{KM,Carnot}} = \frac{T_u}{T_o - T_u}$
Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses für Wärmepumpe (Best möglich WP)	$\eta_{\text{WP,Carnot}} = \frac{T_o}{T_o - T_u} > 0$
zu- und abgeführten Wärmen bei Carnot (Recheckflächen)	$W_{\text{th},\oplus} = T_o\,\Delta S$ und $\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert = T_u\,\Delta S$

Der Zweite Hauptsatz in Worten	Wärme kann nicht von selbst übergehen.



Zweiter Hauptsatz für **reversible** Prozesse in geschlossenen Systemen	
Entropiestrom	$I_S = \frac{I_{W,th}}{T} = \frac{dS}{dt}$ und $I_{W,th}\, dt = T\, dS$
Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik	$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{I_{W,th}}{T}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} I_S\, dt$

Zweiter Hauptsatze für **irreversible** Prozesse in geschlossenen Systemen	
Auswertung des 2. HS **irreversible**	$\frac{dS}{dt} > \frac{I_{W,th}}{T}$
Entropiestrom + Produktion von Entropie Π_S	$\frac{dS}{dt} = \frac{I_{W,th}}{T} + \Pi_S$
Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik	$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{I_{W,th}}{T}\, dt + \int_{t_1}^{t_2} \Pi_S\, dt$
 Die Temperaturdifferenz $(T_1 - T_2) > 0$ induziert konduktive Energie- und Entropieströme I_{th} und I_S, wobei I_S durch die Entropieproduktion Π_S zunimmt.	**Ruhendes Medium** der Länge L und mit Querschnitt A $I_{th} = -\frac{A\lambda}{L}(T_2 - T_1) = \frac{A\lambda}{L}(T_1 - T_2)$
«Produktion» von Entropie	$\Pi_S = I_{S,2} - I_{S,1} = \frac{A\lambda}{L}(T_1 - T_2)\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$
ein- und austretenden konduktiven Entropieströme	$I_{S,1} = \frac{I_{th}}{T_1}$ und $I_{S,2} = \frac{I_{th}}{T_2}$
ausgetauschte Wärme	$W_{th,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,th}\, dt = \int_{S_1}^{S_2} T\, dS$
reversibel ablaufende Kreisprozesse	$W_{mech,\odot}^{rev} = -W_{th,\odot} = \oint I_{W,th}\, dt = \oint T\, dS$
	
Entropieänderung idealer Gase als Funktion von T und V	$\Delta S = S_2 - S_1 = m\left[c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{R}{M}\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\right]$
Entropieänderung idealer Gase als Funktion von T und p	$\Delta S = S_2 - S_1 = m\left[c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{R}{M}\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right]$
isochore Zustandsänderung 1→2 $ln(V_2/V_1) = 0$	$T_2 = T_1 \exp\left(\frac{S_2 - S_1}{m\, c_v}\right)$
isobare Zustandsänderung 3→4 $ln(p_2/p_1) = 0$	$T_4 = T_3 \exp\left(\frac{S_4 - S_3}{m\, c_p}\right)$



Wärmetransportphänomene

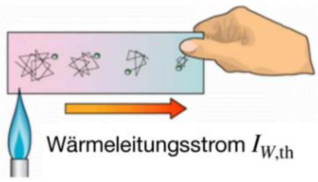
Wärmeleitung bzw. Konduktion (molekulare Ebene)	
Wärmestromvektor	Lokaler, intensver, flächengemittelter Wärmeflussvektor
$\vec{I}_{th} = \begin{pmatrix} I_{th,x} \\ I_{th,y} \\ I_{th,z} \end{pmatrix}$	$\frac{\vec{I}_{th}}{A} = \vec{j}_{th} = \begin{pmatrix} j_{th,x} \\ j_{th,y} \\ j_{th,z} \end{pmatrix}$

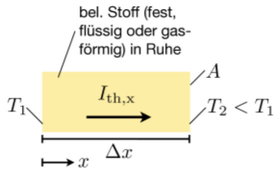
Lineare Abhängigkeit:

$$I_{\text{th},x} \propto A\,\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Proportionalität Konstante:

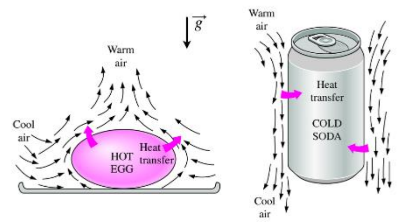
$$\kappa \equiv -\frac{I_{\text{th},x}}{A\,\frac{\Delta T}{\Delta x}}$$





Fourier'sche Wärmeleitungsgesetz
(Kappa Konstante aus Tabelle)

$$I_{th,x} = -\kappa\,A\,\frac{\Delta T}{\Delta x} \qquad j_{\text{th},x} = -\kappa\,\frac{dT}{dx}$$



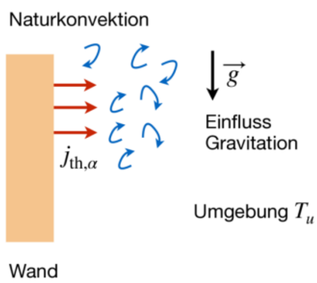
Naturkonvektion in Flüssigkeit und Gasen (Dichteunterschieden)

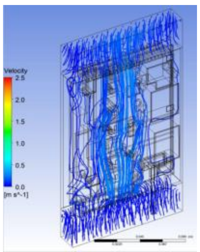
Erzwungene Konvektion in Flüssigkeit und Gasen

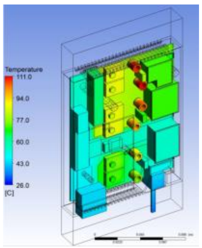
Vorteile gegenüber Naturkonvektionsströmungen:

- besser kontrollierbar
- in der Stärke einfacher veränderbar
- können Naturkonvektionsströmungen um ein Vielfaches übersteigen -> sehr effizient thermische Energie transportieren

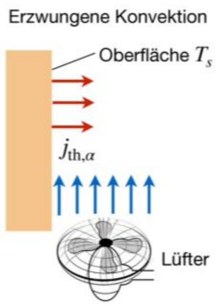
Naturkonvektion

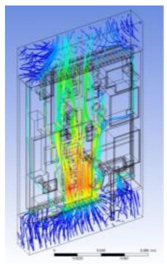


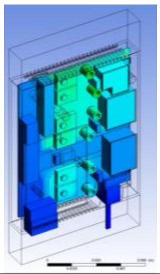




Erzwungene Konvektion







absoluten Wärmestrom	flächenspezifischer Wärmestrom
$I_{th,\alpha} = A\alpha\,(T_s - T_u)$	$j_{\text{th},\alpha} = \alpha\,(T_s - T_u)$

(Wärmeübergangskoeffizient α → Konstante Strömungsbedingung des Umgebunsfluids aus Tabelle)

Erzwungene Konvektion in einer Flüssigkeit: $100<\alpha(W/m^2K)<10000$	Naturkonvektion in einer Flüssigkeit: $20<\alpha(W/m^2K)<100$
Erzwungene Konvektion in einem Gas: $30<\alpha(W/m^2K)<300$	Naturkonvektion in einem Gas: $3<\alpha(W/m^2K)<30$

Wärmetransport über thermische Strahlung / Wärmestrahlung

Verschiedene elektro-magnetische Strahlungen nach **Wellenlänge λ(μm)** sortiert. Für thermische Strahlungsphänomene ist mit **primär der Infrarotbereich relevant**. (Ausnahme des Sonnenlichts

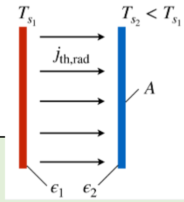
Spektrum an (Glüh-) Farben, mit denen wir erhitzte Körper in Dunkelheit wahrnehmen.

Begrifflichkeiten

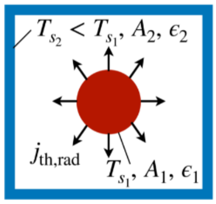
Emission	Aussenden bzw. Abgeben von thermischer Strahlung
Absorption	Aufnehmen von thermischer Strahlung
Reflektion	Spiegeln bzw. Rückstrahlen von thermischer Strahlung
Transmission	Durchlassen von thermischer Strahlung

Stefan-Boltzmann-Gesetz (Strahlungsenergiefluss aussenden mit Oberflächentemperatur T_s und Oberfläche A)	$I_{\text{th,rad}} = \sigma\,\epsilon A\,T_s^4$
Stefan-Boltzmann'sche Strahlungskonstante	$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\,\text{K}^4}$
Emissivität ϵ (spezifische Emissivitäten aus Tabelle)	$\epsilon \begin{cases} = 1 & \text{Schwarzer Körper} \\ < 1 & \text{Grauer Körper} \\ = 0 & \text{Weisser Körper} \end{cases}$

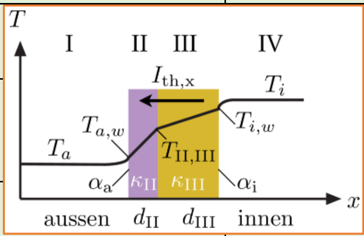
Austausch von Wärmestrahlung zwischen Oberflächen (Abstand klein → min. Strahlungsverlust an Umgebung)



$$I_{\text{th,rad}} = \frac{\sigma A}{\frac{1}{\epsilon_1}+\frac{1}{\epsilon_2}-1}\left(T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4\right)$$

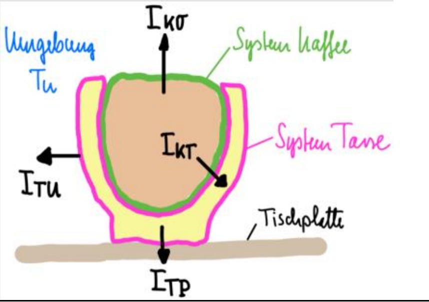


$$I_{\text{th,rad}} = \sigma\, \epsilon_1\, A_1 \left(T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4\right)$$



thermischen Reihenschaltungen	$I_{\text{th},x} = A\,U\,(T_i - T_a)$ $I_{\text{th},x} = (T_i - T_a)/R_{\text{th}}$
Wärmedurchgang U	$U = \dfrac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{\text{II}}}{\kappa_{\text{II}}} + \frac{d_{\text{III}}}{\kappa_{\text{III}}} + \frac{1}{\alpha_i}}$
thermischer Widerstand R_{th}	$R_{\text{th}} = \frac{1}{A}\left(\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{\text{II}}}{\kappa_{\text{II}}} + \frac{d_{\text{III}}}{\kappa_{\text{III}}} + \frac{1}{\alpha_i}\right)$

Beispiel Kaffetasse



$I_{KT} = \frac{(T_K - T_T)}{R_{KT}}$	$R_{KT} \approx 4\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$	$R_{KT} \approx 27\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$
$I_{KO} = \frac{(T_K - T_u)}{R_{KO}}$	$R_{KO} \approx 8-16\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$	$R_{KO} \approx 8-16\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$
$I_{KO} = \frac{(T_K - T_u)}{R_{KO}}$	$R_{KO} \approx 2-4\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$	$R_{KO} \approx 2-4\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$
$I_{TU} = \frac{(T_T - T_u)}{R_{TU}}$	$R_{TU} \approx 7-9\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$	$R_{TU} \approx 7-9\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$
$I_{TP} = \frac{(T_T - T_u)}{R_{TP}}$	$R_{TP} \approx 44\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$	$R_{TP} \approx 170\,\frac{\text{K}}{\text{W}}$

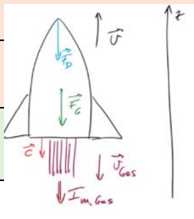
Thermische Masse (absolute Wärmekapazität): $C_s \equiv m\,c_s = \rho\,V\,c_s.$

$$\frac{dT_K}{dt} = -\frac{1}{C_K}\left(\frac{(T_K - T_T)}{R_{KT}} + \frac{(T_K - T_u)}{R_{KO}}\right)$$

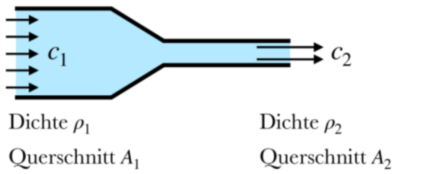
$$\frac{dT_T}{dt} = \frac{1}{C_T}\left(\frac{(T_K - T_T)}{R_{KT}} - \frac{(T_T - T_u)}{R_{TU}} - \frac{(T_T - T_u)}{R_{TP}}\right)$$

Impuls und Energiebilanz bei offenen Systemen

Impulsbilanz Offene Systeme	$\sum_i \vec{F}_{Ob,i} + \sum_i \vec{F}_{K,i} + \sum_i \vec{I}_{p,konv,i} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
Konvektiver Impulsstrom und Massenstrom	$\vec{I}_{p,konv} = I_m \cdot \vec{v}_m$
Volumenstrom	$I_v = v \cdot A$
Massenbilanz offenes System	$\sum_i I_{m,i}(t) = \dot{m}(t)$
Zusammenhang Massestrom und Volumenstrom	$\vec{I}_m(t) = \rho \cdot I_V(t) = \rho \cdot c \cdot A$ **c= Strömungsgeschwindigkeit**
Bewegungsgleichung Rakete (Gravitationsfeld vernachlässigt)	$v_z(m) = c \cdot \ln\frac{m_0}{m}$
Schubkraft Strahltriebwerk	$F_{Schub} = I_m \cdot (v_{out} - v_{in})$
Leistung Strahltriebwerk	$P = \frac{v_{out} + v_{in}}{2} \cdot F_{Schub}$
Schubkraft Mantelstromtriebwerk	$F_{Schub} = \underbrace{I_{m,K} \cdot (v_{out,K} - v_{in})}_{Schub\ Triebwerk\ allein} + \underbrace{I_{m,M} \cdot (v_{out,M} - v_{in})}_{Zusatzschub\ Mantel}$
Bernoulli'sche Gleichung (nicht kompensiert)	$p + \frac{1}{2}\rho c^2 + \rho g h = const \;\rightarrow gleich\ Position\ 1\ und\ 2$
Ausflussgesetz von Torricelli	$v_3 = \sqrt{2gh_1}$



Der 1. Hauptsatz für offene, stationäre Systeme



$$I_{m,2} = I_{m,1}$$
$$\rho_1\, c_1\, A_1 = \rho_2\, c_2\, A_2$$

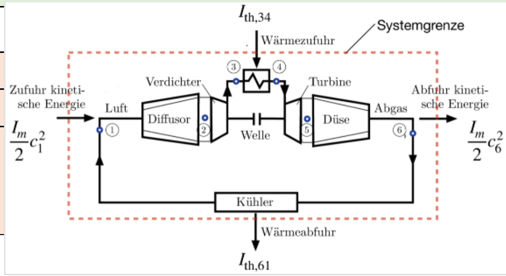
Einsetzen der idealen Gasgleichung

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_1}\frac{A_1}{A_2}$$

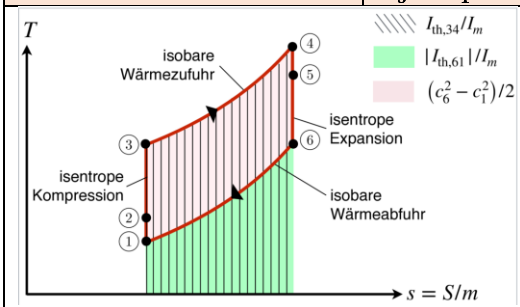
Bernoulli Gleichung (alle einzelnen Terme stellen Leistungen (**W**) dar)	$I_m\left[\frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2} + g\,(z_2 - z_1)\right] = 0$

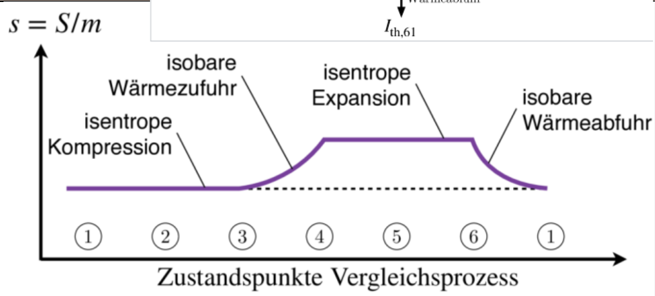
Ersten Hauptsatz für offene, stationäre Systeme *h=u+pv* massenspezifische Form:	$\Delta I_{W_{\text{th}}} + \Delta I_{W_p} + \Delta I_{W_{\text{kin}}} + \Delta I_{W_{\text{pot}}} = I_{\text{th},12} + I_{\text{mech},12}$ $I_m\left[(h_2-h_1)+\frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2)+g(z_2-z_1)\right] = I_{\text{th},12} + I_{\text{mech},12}$ $(h_2-h_1)+\frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2)+g(z_2-z_1) = w_{\text{th},12} + w_{\text{mech},12}$
$\Delta I_{W_{\text{kin}}} = I_m \frac{(c_2^2-c_1^2)}{2}$	$\Delta I_{W_{\text{pot}}} = I_m\, g\,(z_2-z_1)$
$\Delta I_{W_p} = I_m\left(\frac{p_2}{\rho_2}-\frac{p_1}{\rho_1}\right) = I_m\,(p_2\,v_2 - p_1\,v_1)$	$\Delta I_{W_{\text{th}}} = I_m\,(u_2-u_1) = I_m\,c_v\,(T_2-T_1)$
Ersten Hauptsatz für offene, stationäre Systeme **für Flüssigkeiten** Unterschied c_v und c_p verschwindet somit c_L	$I_m\left[c_L\,(T_2-T_1)+\frac{1}{\rho}\,(p_2-p_1)+\frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2)+g(z_2-z_1)\right]$ $= I_{\text{th},12} + I_{\text{mech},12}$
Ersten Hauptsatz für offene, stationäre Systeme **für Gase**	$I_m\left[c_p\,(T_2-T_1)+\frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2)\right] = I_{\text{th},12} + I_{\text{mech},12}$

Thermodynamische Charakterisierung von Flugzeugturbinen



Schubkraft Strahltriebwerk	$F_{Schub} = I_m \cdot (c_{out} - c_{in})$
Leistung Strahltriebwerk	$P_{\text{mech}} = c_{\text{ein}}\,F_S = I_m\,c_{\text{ein}}\,(c_{\text{aus}} - c_{\text{ein}})$
Gesamtenergiebilanz Turbojets	$\frac{I_m}{2}\,(c_6^2-c_1^2) = I_{\text{th},34} - \lvert I_{\text{th},61}\rvert \gg 0$ $\frac{T_4}{T_3} = \frac{T_6}{T_1}$

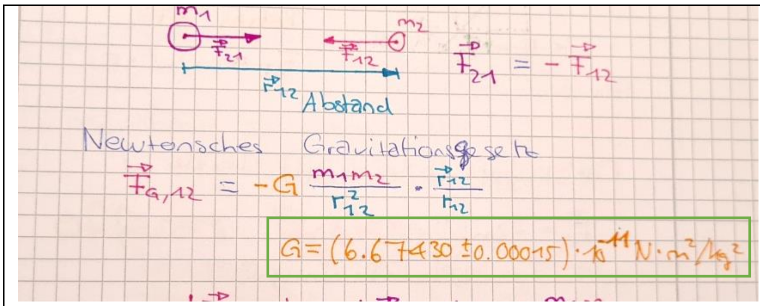


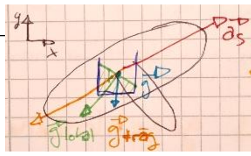


Wirkungsgrad Turbojet	$\eta_i = 1 - \frac{\lvert I_{\text{th},61}\rvert}{I_{\text{th},34}} = 1 - \frac{T_6-T_1}{T_4-T_3}$

Elektrodynamik

Gravitation und Trägheitsfeld





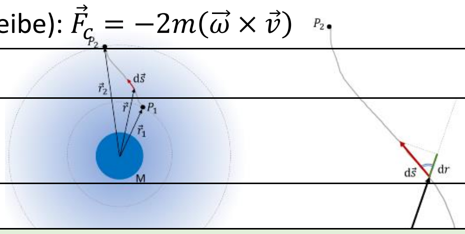
Trägheitsfeld im Innern eines beschleunigten Systems: $\vec{g}_{träg} = -\vec{a}$, $\vec{g}_{träg} = \vec{g_t}$
$\vec{g}_{lokal} = \vec{g} + \vec{g}_{träg}$
$\lvert\vec{g}_{lok}\rvert = g_{lok} = \sqrt{{g_t}^2 + g^2}$,
falls $\vec{g}_t \perp \vec{g} = g_{lok} = \sqrt{a^2+g^2}$

Zentrifugalkraft: $\vec{F}_{ZF} = m\omega^2 r\cdot\frac{\vec{r}}{r}$	Betrag der Zentrifugalkraft: $F_{ZF} = m\omega^2 r$

Corioliskraft (z.B. Physiker Ball zu werfen auf drehende Scheibe): $\vec{F}_C = -2m(\vec{\omega}\times\vec{v})$

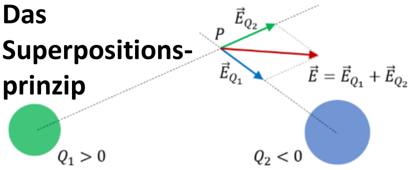
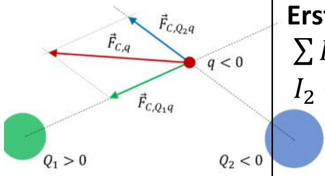
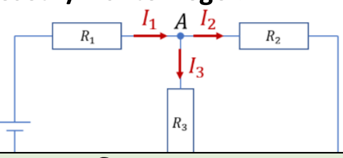
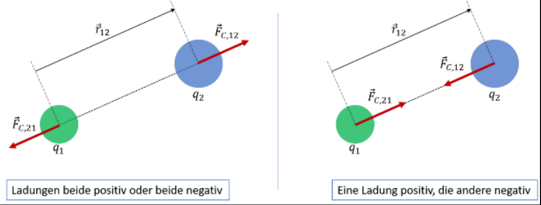
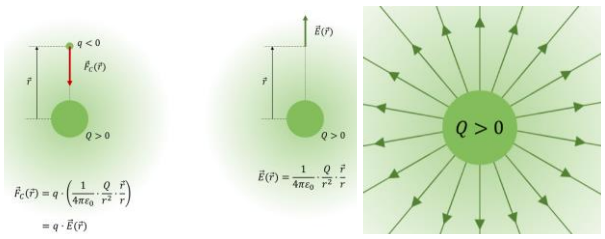
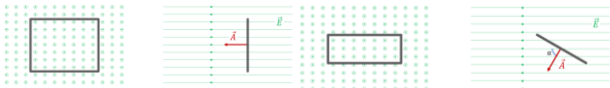
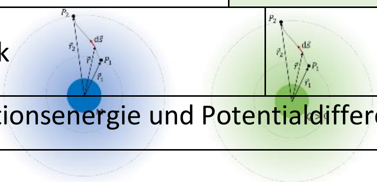
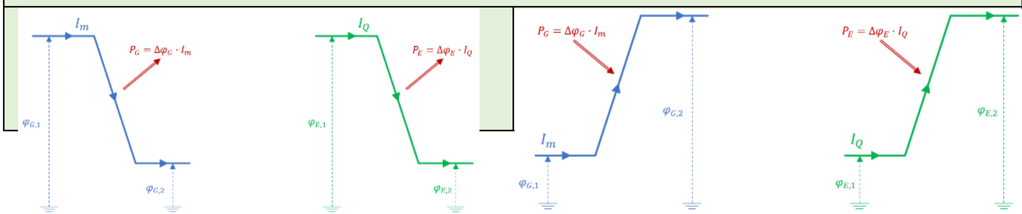
Betrag der Corioliskraft: $F_C = 2m\cdot\omega v\cdot sin\angle(\vec{\omega},\vec{v})$

Gravitationspotential an einem Punkt P in einem Gravitationsfeld $\vec{g} \rightarrow \boldsymbol{\varphi_G}(\mathbf{P}) = -\int_{-\infty}^{\mathbf{P}} \vec{g}(\vec{r})\, d\vec{s}$

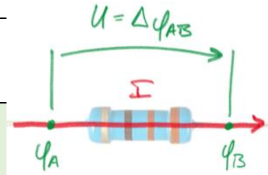
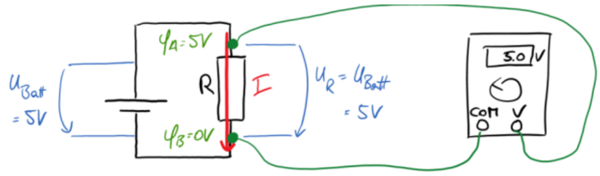
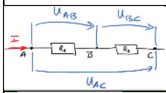
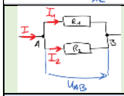


Das elektrische Feld

$1\,C = 1\,A\cdot s$	Einheit der Ladung Coulomb (Ampère Sekunden)
Elementarladung (e) Elektron minus Proton plus	$e = 1{,}602\,176\,634 \cdot 10^{-19}\,C$

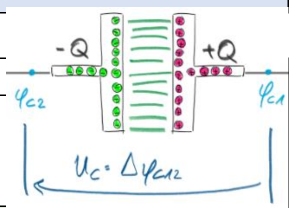
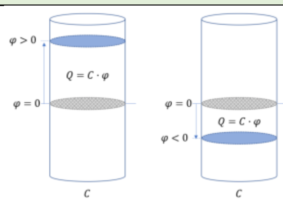
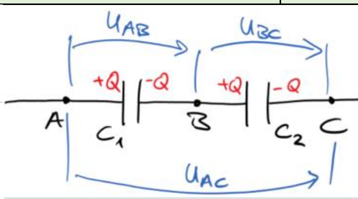
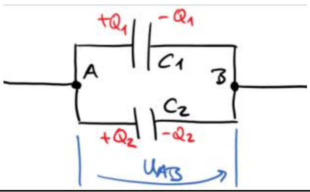
Änderungsrate der Ladung im System = Summe über alle zu- und abfliessenden Ladungsströme	
Ladungsbilanz für ein System	$\dot{Q} = \sum I_{Q,\text{zu}} + \sum I_{Q,\text{ab}}$
Das Superpositions-prinzip  	**Erstes Kirchhoffsches Gesetz / Kontenregel:** $\sum I_{Q,\text{zu}} + \sum I_{Q,\text{ab}} = 0$ $I_2 + I_3 = I_1$ 
Einheit des elektrischen Stroms Ampère	$1\ \text{A} = 1\ \frac{\text{C}}{\text{s}}$
Coulomb-Kraft zwischen zwei Punktladungen	$\vec{F}_{C,12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1\, q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$
$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987 \cdot 10^{9} \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}}$	elektrischen Feldkonstante ϵ_0 $\vec{F}_{\text{el}} = \boldsymbol{e} \cdot \vec{E}$ 
	**Elektrisches Feld** einer Punktladung (q und q auch **e**): $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$ $\|E\| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\|q\|\|q\|}{r^2}$
	Coulomb-Kraft auf Probeladung inelektrischen Feld: $\vec{F}_C(\vec{r}) = q \cdot \vec{E}(\vec{r})$
 A = Flächenvektor E = Elektrisches Feld alpha = Winkel dazwischen	Fluss des elektrischen Feldes E⃗ durch die Fläche A: $\phi = \int_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \text{E} \cdot \text{dA} \cdot \cos\alpha$
Gauss'sches Gesetzder Elektrostatik 	$\oint_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$
Änderung der potentiellen Gravitationsenergie und Potentialdifferenz	$\Delta E_{\text{pot,G}} = m \cdot \Delta\varphi_G$
Gravitative Potentialdifferenz zwischen **zwei** Punkten in einem Gravitationsfeld g⃗	$\Delta\varphi_G = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{g}(\vec{r})\, \mathrm{d}\vec{s}$
Gravitationspotential einerPunktmasse	$\varphi_G(r) = -G\, \frac{M}{r}$
Prozessleistung einesgravitativen Prozesses	$P_G = \Delta\varphi_G \cdot I_m$
Elektrisches Potential an **einem** Punkt P in einem **elektrischen Feld** E	$\varphi_E(P) = -\int_{-\infty}^{P} \vec{E}(\vec{r})\, \mathrm{d}\vec{s}$
Änderung der **potentiellen elektrischen Energie** und Potentialdifferenz	$\Delta E_{\text{pot,E}}(\Delta r) = q \cdot \Delta\varphi_E$
Elektrische Potentialdifferenz zwischen **zwei** Punkten in einem elektrischen Feld E⃗	$\Delta\varphi_E = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}(\vec{r})\, \mathrm{d}\vec{s}$
Elektrisches Potential einer Punktladung	$\varphi_E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$
Prozessleistung eines elektrischen Prozesses (I_Q = Ladungsstrom)	$P_E = \Delta\varphi_E \cdot I_Q$
	Einheit der elektrischen Potentialdifferenz/**Spannung** Volt $1\ \text{V} = 1\ \frac{\text{W}}{\text{A}}$

Der elektrische Widerstand

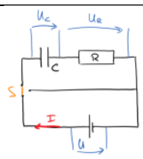
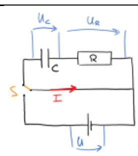
Spannung / elektrische Potentialdifferenz $\Delta\varphi_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$	
Elektrischer Strom durch Ohm'schen Leiterbei Potentialdifferenz $\Delta\varphi_E \equiv U$	$I = \frac{U}{R}$
Einheit des elektrischen Widerstands Ohm	$1\,\Omega = 1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$
Leitwert $G = \frac{1}{R}$	spezifische Widerstand ρ mit Länge l und Querschnitt A $R = \rho\,\frac{l}{A}$
	Prozessleistung: $P = U_R \cdot I$ $$P(t) = U_R(t) \cdot I(t)$$ $$\Delta E_{t_1 \to t_2} = \int_{t_1}^{t_2} U_R(t) \cdot I(t) \cdot dt$$
 $\mathrm{U_{AC}} = \mathrm{U_{AB}} + \mathrm{U_{BC}} = 0.44\ \mathrm{V} + 4.37\ \mathrm{V} = 4.81\ \mathrm{V}$	Ersatzwiderstand für **Serienschaltung** von Ohm'schen Widerständen $R = R_1 + R_2$
 Ersatzwiderstand für **Parallelschaltung** von Ohm'schen Widerständen	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

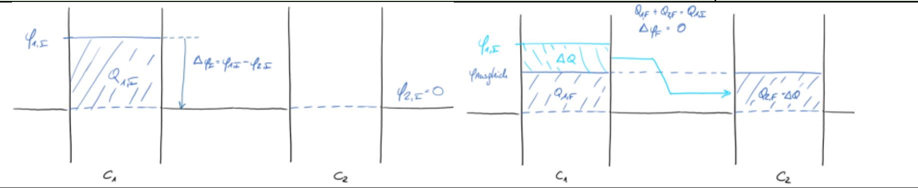
Volumenstrom durch Leitung bei **laminarer** Strömung und bei Potentialdifferenz Δp	$I_V = \frac{\Delta p}{R_V}$
Volumenstrom durch Leitung bei **turbulenter** Strömung und bei Potentialdifferenz Δp (k = turbulenten hydraulischen Widerstand)	$I_V = \sqrt{\frac{\Delta p}{k}}$
Kritischer **Volumenstrom** Übergang laminar zu turbulent	$I_{V,\mathrm{krit}} = \frac{R_V}{k}$
Kritischer **Druck** Übergang laminar zu turbulent	$\Delta p_{\mathrm{krit}} = \frac{R_V^2}{k}$
Prozessleistung	$P = \Delta p \cdot I_V$
Ersatzwiderstände von hydraulischen Widerständen analog zu elektrischen Widerständen	

Die elektrische Kapazität

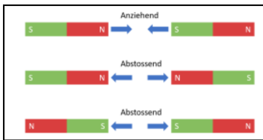
Kondensator (mit der Ladung Q geladen oder auf die Spannung U_C geladen)	
Kapazität eines linearen Kondensators (elektrische Kapazität) $\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{U}} = \mathrm{C}$	
Einheit der elektrischen Kapazität Farad	$1\,\mathrm{F} = 1\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}$
Im Kondensator mit Kapazität C **gespeicherte Energie** bei Ladung auf U	$W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$
  	
Ersatzkapazität für **Serienschaltung** von elektrischen Kapazitäten	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
Ersatzkapazität für **Parallelschaltung** von elektrischen Kapazitäten	$C = C_1 + C_2$

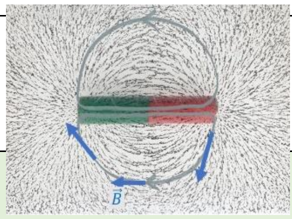
Elektrische Kapazität - Lade-, Entlade- und Ausgleichsprozesse

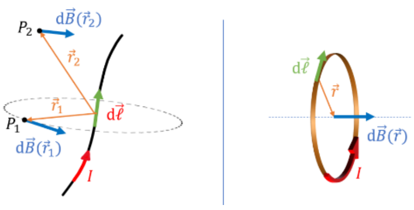
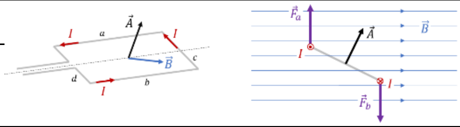
Laden eines Kondensators 	Entladen eines Kondensators 

Spannung eines **Kondensators** während **Ladevorgang**	$U_C(t) = U \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$
Zeitkonstante einer seriellen RC-Schaltung	$\tau = RC$
Ladung eines **Kondensators** während Ladevorgang	$Q_C(t) = Q_F \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$
Ladung des Kondensators nach Abschluss Ladevorgangs	$Q_F = C \cdot U$
Spannung eines Kondensators während **Entladevorgang**	$U_C(t) = U \cdot e^{-t/\tau}$
Ladung eines Kondensators während **Entladevorgang**	$Q_C(t) = Q \cdot e^{-t/\tau}$
	Ausgleichshöhe = Gesamtes Füllvolumen / Gesamte Grundfläche **Ausgleichspotential Kondensatoren** $\varphi_{\text{Ausgleich}} = \dfrac{Q_{1,I} + Q_{2,I}}{C_1 + C_2}$
Energieänderung bei Ladungsaustausch zwischen Kondensatoren	$\Delta W_{Sys} = \Delta Q \cdot \frac{1}{2} \cdot (\Delta\varphi_I + \Delta\varphi_F)$

Magnetfeld und Lorentz-Kraft

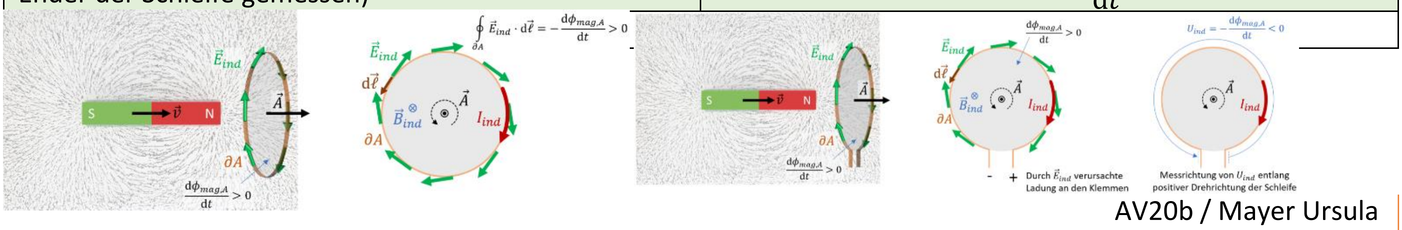




	SI-**Einheit** des **Magnetfelds** B ist das **Tesla** $1\ \mathrm{T} = 1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A \cdot m}}$ Magnetfeld 1 T auf Leiter L 1 m, 1 A Strom durchflossen wird, wirkt Kraft von 1 N
Magnetischer Feldfluss	$\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$
Gauss'sches Gesetz des Magnetismus (Da magnetischen Feldlinien aber immer geschlossen)	$\oint_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$
 «Nordrichtung» Richtung des Magnetfeldes (rechte Hand Regel) $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$	Gesetz von Biot-Savart (Stärke des Magnetfelds) $\mathrm{d}\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,\mathrm{d}\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ Magnetische Feldkonstante $\mu_0 = 1.256\,637\ \ldots\ \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} \approx 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$
Magnetfeld im Zentrumeiner Leiterschleife	$B = \frac{\mu_0\, I}{2\, r}$
Magnetfeld im Innern einer langen Spule (Windungen N und Länge l)	$B = \mu_0 \frac{N\, I}{l}$
Magnetfeld um einen langen geraden Leiter	$B = \frac{\mu_0\, I}{2\, \pi\, r}$
Ampèresches Gesetz (∂A den Rand der Fläche A und I ist der Stromfluss durch diese Fläche)	$\oint_{\partial A} B \cdot d\vec{l} = \mu_0\, I$
Magnetische Kraft auf geladenes Teilchen	$\vec{F_B} = q\, \vec{v} \times \vec{B}$
Lorentz-Kraft auf geladenes Teilchen (Magnetfeld B⃗ & elektrisches Feld E⃗)	$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$
Magnetische Kraft auf stromdurchflossenes gerades **Leiterstück**	$\vec{F} = I \cdot \left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$
Betrag der magnetischen Kraft 	$F = I \cdot \sin\angle\left(\vec{l}, \vec{B}\right)$
das Magnetfeld	$B = \dfrac{F}{I \cdot l \cdot \sin\angle\left(\vec{l}, \vec{B}\right)}$
Magnetisches Moment einer stromdurchflossenen Leiterschleife	$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A}$
Drehmoment auf eine stromdurchflossene Leiterschleife in einem Magnetfeld	$\vec{\mathcal{M}} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

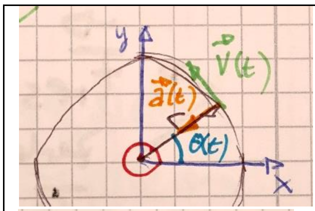
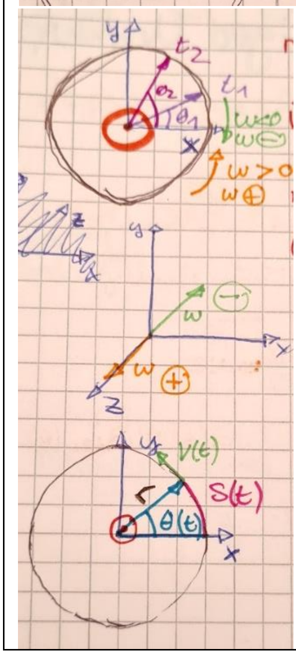
Elektromagnetische Induktion

Gesetz von Faraday (induzierten **Spannung** U_{ind} an den Ender der Schleife gemessen)	$U_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{\text{mag}}}{\mathrm{d}t}$



Durch Änderung des magnetischen Feldflusses induziertes elektrisches Feld	$\oint_{\partial A} \vec{E}_{\text{ind}}\, \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$
Induktivität einer langen **Zylinderspule** (Konzept der Induktivität, Stromflusses ein Magnetfeld)	$L = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{l}\right)^2 \cdot A$
Selbstinduktionsspannung und Induktivität	$U_{\mathrm{L}} = L\,\dot{I}$
Einheit der Induktivität ist das Henry	$1\,\mathrm{H} = 1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A/s}}$
Induktiv gespeicherte **Energie**	$E_L = \frac{1}{2}\,L\,I^2$
Energiedichte des Magnetfelds	$w_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2\,\mu_0}$
RL-Schaltkreis, Selbstinduktion → Stromfluss beim «Einschalten» nicht sofort sein Max	$I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$
beim «Ausschalten» nicht sofort auf null fällt	$I(t) = \frac{U_0}{R}\,e^{-t/\tau}$
Zeitkonstante RL-Schaltkreis	$\tau = \frac{L}{R}$
Kapazität C mit einer Induktivität L in Serie → Oszillator	**RLC-Schwingkreis**
Eigenfrequenz LC-Schaltkreis (ohne Dämpfung, R=0)	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\,C}}$
Spannung am Kondensator	$U_C(t) = U_{C,0}\,\cos(\omega\,t)$
Dämpfung und Schwingungsfrequenz (R not 0)	$\gamma = \frac{R}{2L}\ /\ \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$
Amplitude der Spannung am Kondensator nimmt dann exponentiell ab	$U_C(t) = U_{C,0} \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d\,t)$
Resonanzüberhöhung bei schwacher Dämpfung	$Q \approx \frac{A(\omega_R)}{A_{stat}}$

Kreisbewegung und Trägheitskräfte

	Mittlere Winkelgeschwindigkeit: $\overline{\omega}_{t_1 \to t_2} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{t_1 - t_2} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	
	Momentanen Winkelgeschwindigkeit [rad/s]: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta(t)}{dt} = \dot{\theta}(t)$	
	Bogenlänge auf Kreis mit Radius r (Position): $s(t) = \theta(t)_{in\ Radiant} \cdot r$	
	Zusammenhang Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit: $v(t) = \omega(t) \cdot r$	
	**Gleichförmige Kreisbewegung:** ➢ Winkelgeschwindigkeit kontant w(t) = w ➢ Bahngeschwindigkeit Kontant v(t) = v ➢ Winkel Berechnung $\theta(t) = wt$	
	Radialbeschleunigung bei gleichförmiger Kreisbewegung: $\vec{a_r}(t) = -\omega^2 \cdot \vec{r}(t)$	Betrag Radialbeschleunigung bei gleichförmiger Kreisbewegung: $\lVert\vec{a_r}\rVert = a_r = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$
	Periode T bei gleichförmiger KB (Wiederholung) [s]	$T = \frac{2\pi}{\omega}$
	Beschleunigungsvektor in tangentiale und radiale Komponenten	$\vec{a}(t) = \vec{a}_t(t) + \vec{a}_r(t)$ $\dot{v}(t) = \vec{a}_t(t) \perp \vec{a}_r(t) = \frac{v^2(t)}{r}$ Falls $\vec{v} = const$, dann $\vec{a}_t(t) = 0$
	Zentripetalkraft **IMMER** eine resultierende Kraft	$\vec{F}_{res}(t) = \underbrace{\vec{F}_{res,t}(t)}_{tangential} + \underbrace{\vec{F}_{res,r}(t)}_{zentripetal} = m_{konst.} \cdot \vec{a}(t)$