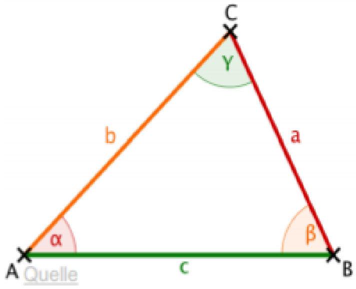
Newton 1	Trägheitsgesetz
Newton 2	Bewegungsgesetz
Newton 3	Actio = Reaction (Wechselwirkungsgesetz
Newton 4	R = F1+F2...
Newton 5	Verschiebungsaxiom

Einzelkraft [N]
Linienkraft [N/m]
Flächenkraft [N/mm²]
Volumenkraft [N/mm³]



Symbol	Name	Ursprung	
Y	Yotta	ital. *otto* = acht	10^{24}
Z	Zetta	ital. *sette* = sieben	10^{21}
E	Exa	gr. *héx* = sechs	10^{18}
P	Peta	gr. *petannýnai* = alles umfassen / gr. *pénte* = fünf	10^{15}
T	Tera	gr. *téras* = Ungeheuer / gr. *tetrákis* = viermal	10^{12}
G	Giga	gr. *gígas* = Riese	10^{9}
M	Mega	gr. *méga* = groß	10^{6}
k	Kilo	gr. *chílioi* = tausend	10^{3}
h	Hekto	gr. *hekatón* = hundert	10^{2}
da	Deka	gr. *déka* = zehn	10^{1}
—	—	—	10^{0}
d	Dezi	lat. *decimus* = Zehnter	10^{-1}
c	Zenti	lat. *centum* = hundert	10^{-2}
m	Milli	lat. *mille* = tausend	10^{-3}
µ	Mikro	gr. *mikrós* = klein	10^{-6}
n	Nano	gr. *nános* = Zwerg	10^{-9}
p	Piko	span. *pico* = Spitze / ital. *piccolo* = klein	10^{-12}
f	Femto	skand. *femton/femten* = fünfzehn	10^{-15}
a	Atto	skand. *arton/atten* = achtzehn	10^{-18}
z	Zepto	lat. *septem* = sieben	10^{-21}
y	Yokto	lat. *octo* = acht	10^{-24}

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$$
$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta}$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$$

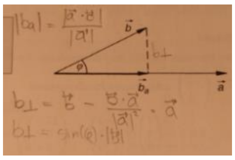
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \qquad \frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} \qquad \frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$$

Das *Skalarprodukt* $\vec{a}\cdot\vec{b}$ zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ist der wie folgt definierte *Skalar*:

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\varphi$$

φ: Winkel zwischen den beiden Vektoren mit $0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \vec{F}_x = R_x\vec{e}_x = R\cos(\varphi)\,\vec{e}_x \\ \vec{F}_y = R_y\vec{e}_y = R\sin(\varphi)\,\vec{e}_y \end{cases}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{R_y}{R_x}$$

$F_{Hang} = F_G*\sin(\alpha)$, $F_{Reib} = F_G*\cos(\alpha)*\mu$

$$\tan\varphi \leq \tan\rho = \mu_0$$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\alpha°$	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tg α	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
ctg α	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

Tab. 1-1 Größenarten und Einheiten (SI)

Physikalische Größe	Einheitenzeichen	Einheitenname
Länge	m	Meter
Zeit	s	Sekunde
Masse	kg	Kilogramm
Temperatur	K	Kelvin
Kraft	$N = \frac{kg\cdot m}{s^2}$	Newton
Druck, Spannung	$Pa = \frac{N}{m^2}$	Pascal
Energie	$J = Nm$	Joule
Leistung	$W = \frac{J}{s}$	Watt
Frequenz	$Hz = s^{-1}$	Hertz
Volumen	$l = 10^{-3}\,m^3$	Liter

$$\sin(2\varphi) = 2\sin(\varphi)\cos(\varphi)$$
$$\sin^2(\varphi) = \frac{1}{2}(1-\cos(2\varphi))$$
$$\cos(2\varphi) = \cos^2(\varphi) - \sin^2(\varphi)$$
$$\cos^2(\varphi) = \frac{1}{2}(1+\cos(2\varphi))$$

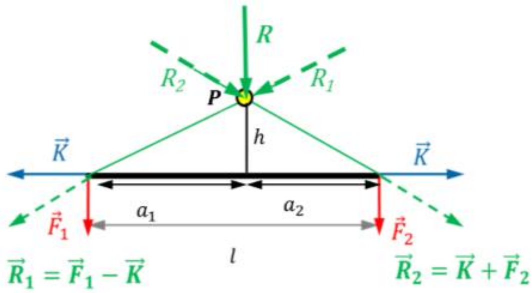
$$\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) = 1$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \frac{1}{\cos(\varphi)}$$

$$s \rightarrow \varphi: \quad \varphi = \frac{180°}{\pi}s$$

$$\varphi \rightarrow s: \quad s = \frac{\pi}{180°}\varphi$$

1. **Analyse**
   - Kategorisieren des Problems (ebene / räumliche, zentrale / allgemeine Kräftegruppe)
   - Erkennen der Lagerung / eingeschränkte Bindungen
   - Identifizierung der bekannten und unbekannten Grössen (Statisch bestimmt oder unbestimmt?)
   - Koordinatensystem festlegen
2. **Freischnitt + Freikörper-Skizze**
   - Körper von Bindungen freischneiden und Bindung durch Reaktionskräfte ersetzen
   - Freikörper-Skizze mit eingeprägten, Reaktions- und Schnittkräften erstellen
3. **Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen**
   - Ebener Fall: → zentrale KG: 2 Gleichungen; → allgemeine KG: 3 Gleichungen
   - Räumlicher Fall: → zentrale KG: 3 Gleichungen; → allgemeine KG: 6 Gleichungen
4. **Auflösen des Gleichungssystems nach Unbekannten**
5. **Plausibilitätscheck**
   - Stimmen Kräfte in Betrag und Richtung mit Erwartung überein (vergleiche z.B. mit graphischer Lösung für zentrale KG)



$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 - \vec{K} \qquad \vec{R}_2 = \vec{K} + \vec{F}_2$$

$$\frac{F_2\cdot l}{R} = a_1 \qquad \frac{F_1\cdot l}{R} = a_2$$

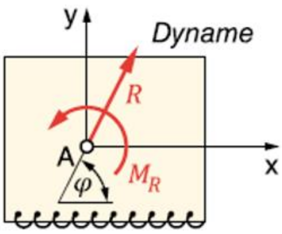
$$x_s = \frac{\int x\cdot dG}{\int dG}$$
Schwerpunkt F_G
*dG = m*g*

$$x_s = \frac{\int x\cdot dm}{\int dm}$$
Massenschwerpunkt
*dm = V*ρ*

$$x_S = \frac{\int x\cdot dV}{\int dV}$$
Volumenschwerpunkt
*dV = A*h*

$$\vec{M}^{(0)} = \vec{r}\times\vec{F} = \begin{pmatrix} M_x^{(0)} \\ M_y^{(0)} \\ M_z^{(0)} \end{pmatrix}$$

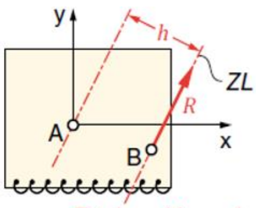
Moment als Doppel Pfeil



$$x_s = \frac{\int xq(x)\,dx}{\int q(x)\,dx}$$
Abstand Schwerpunkt
x (Weg) [m]; q (Kraft) [N]

$$R_q = \int q(x)\,dx$$
Resultierende der Streckenlast
q (Kraft) [N] (gegeben oder selber bilden)

1. **Resultierende geht nicht durch Bezugspunkt** A
   $\vec{R} \neq \vec{0}, \quad M^{(A)} \neq 0$
2. **Resultierende geht durch Bezugspunkt** A
   $\vec{R} \neq \vec{0}, \quad M^{(A)} = 0$
3. **Kräftepaar (unabhängig vom Bezugspunkt)**
   $\vec{R} = \vec{0}, \quad M^{(A)} = M \neq 0$
4. **Gleichgewicht**
   $\vec{R} = \vec{0}, \quad M^{(A)} = 0$



Totalresultierende

$$h = \frac{M_R^{(A)}}{R}$$

Schwerpunkt Linie bei bekannter Länge: $\boxed{x_s = \frac{1}{l}\int x\,ds}$ $\boxed{y_s = \frac{1}{l}\int y\,ds}$

Schwerpunkt Linie bei unbekannter Länge: $\boxed{x_s = \frac{\int x\,ds}{\int ds}}$ $\boxed{y_s = \frac{\int y\,ds}{\int ds}}$

Schwerpunkt Linie bei Teilstücken bekannter Länge l: $\boxed{x_s = \frac{\sum x_i l_i}{\Sigma li}}$ $\boxed{y_s = \frac{\sum y_i l_i}{\Sigma li}}$

$$\boxed{sin(\frac{d\varphi}{2}) \approx \frac{d\varphi}{2},\ cos(\frac{d\varphi}{2}) \approx 1}$$

Kleinwinkelnäherungen

$$S_1 e^{-u_0\alpha} \leq S_2 \leq S_1 e^{u_0\alpha}$$

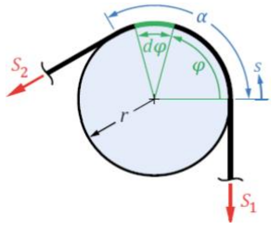
Eueler Eytewein'sche Seilhaftung

$S_{1/2}$ = Kräfte im Seil, !! α in rad !!

$$\boxed{S_1 = \frac{S_2}{e^{\mu_0\alpha}} = \frac{S_2}{(7.5)^n}}$$

α = 2πn, n = Umschlingungszahl

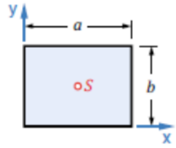
u = 0.3 or 1/π



$S_2 < S_1 e^{-u_0\alpha}$: Rutschen nach rechts
$S_2 > S_1 e^{u_0\alpha}$: Rutschen nach links

Bedingungen für Seil Rutschen

Viereck

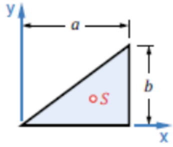


$$A = a \cdot b$$

$$x_S = \frac{a}{2}$$

$$y_S = \frac{b}{2}$$

Rechtwinkliges Dreieck

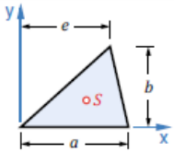


$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$x_S = \frac{2 \cdot a}{3}$$

$$y_S = \frac{b}{3}$$

Allgemeines Dreieck

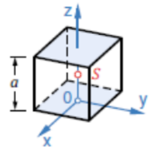


$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$x_S = \frac{a + e}{3}$$

$$y_S = \frac{b}{3}$$

Quader

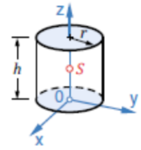


$$A = a^3$$

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

$$z_S = \frac{a}{2}$$

Zylinder

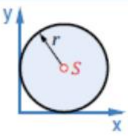


$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

$$z_S = \frac{h}{2}$$

Kreis

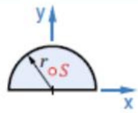


$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$x_S = r$$

$$y_S = r$$

Halbkreis



$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$$

$$x_S = 0$$

$$y_S = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}$$

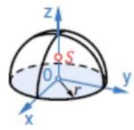
Viertelkreis

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$$

$$x_S = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}$$

$$y_S = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}$$

Halbkugel

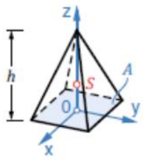


$$V = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

$$z_S = \frac{3}{8} \cdot r$$

Pyramide

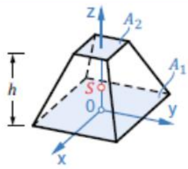


$$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$$

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

$$z_S = \frac{h}{4}$$

Pyramidenstumpf

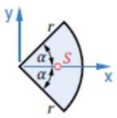


$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + D \cdot d + d^2)$$

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

$$z_S = \frac{h}{4} \cdot \frac{A_1 + 2 \cdot \sqrt{A_1 A_2} + 3 \cdot A_2}{A_1 + \sqrt{A_1 A_2} + A_2}$$

Kreisausschnitt

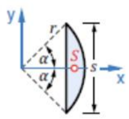


$$A = \alpha \cdot r^2$$

$$x_S = \frac{2 \cdot r \cdot \sin \alpha}{3 \cdot \alpha}$$

$$y_S = 0$$

Kreisabschnitt

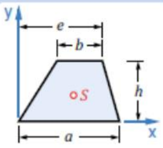


$$A = \frac{r^2}{2} \cdot (2\alpha - \sin 2\alpha)$$

$$x_S = \frac{s^3}{12 \cdot A} = \frac{4}{3} \cdot \frac{r \cdot \sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}$$

$$y_S = 0$$

Trapez

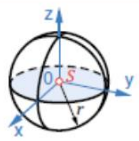


$$A = \frac{h}{2} \cdot (a + b)$$

$$x_S = \frac{a^2 - b^2 + e \cdot (a + 2 \cdot b)}{3 \cdot (a + b)}$$

$$y_S = \frac{h}{3} \cdot \frac{a + 2b}{a + b}$$

Kugel

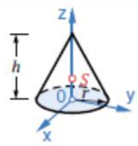


$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

$$z_S = 0$$

Kegel

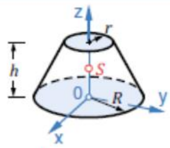


$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

$$z_S = \frac{h}{4}$$

Kegelstumpf

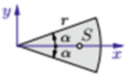


$$V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + D \cdot d + d^2)$$

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

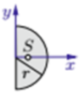
$$z_S = \frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 + 2 \cdot R \cdot r + 3 \cdot r^2}{R^2 + R \cdot r + r^2}$$

Kreisausschnitt



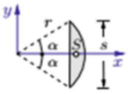
$$A = \alpha r^2 \qquad x_s = \frac{2}{3} r \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

Halbkreis



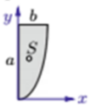
$$A = \frac{\pi}{2} r^2 \qquad x_s = \frac{4r}{3\pi}$$

Kreisabschnitt



$$A = \frac{1}{2} r^2 (2\alpha - \sin 2\alpha) \qquad x_s = \frac{s^3}{12A} = \frac{4}{3} r \frac{\sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}$$

quadratische Parabel



$$A = \frac{2}{3} a b \qquad x_s = \frac{3}{8} b \qquad y_s = \frac{3}{5} a$$

Bezeichnung	Symbol	Freiheitsgrade	Lagerreaktionen	f	r
verschiebliches Gelenklager, Loslager, Rollenlager		u, φ	A_V	2	1
festes Gelenklager, Festlager		φ	A_H, A_V	1	2
(feste) Einspannung			A_H, M_A, A_V	0	3
längs verschiebliche Einspannung (Schiebehülse)		u	M_A, A_V	1	2
quer verschiebliche Einspannung (Parallelführung)		v	A_H, M_A	1	2
freies Ende		u, v, φ		3	0
Ebene Tragwerke				$f+r=3$	

Bezeichnung	Skizze	Freiheitsgrade	Lagerreaktionen	f	r
Punktlager		φ_z, φ_y, v, u, φ_x	A_z	5	1
Kugellager		φ_z, φ_y, φ_x	A_z, A_y, A_x	3	3
Kippgelenk-lager		φ_y, u	M_z, A_z, A_y, M_x	2	4
längsverschieb-liches Achslager		u, φ_x	M_z, A_z, M_y, A_y	4	2
festes Achslager		u	M_z, A_z, M_y, A_y, M_x	1	5
längsverschieb-liches Lager		φ_y	M_z, A_z, A_y, A_x, M_x	1	5
Einspannung			M_z, M_y, A_z, A_y, A_x, M_x	0	6
Räumliche Tragwerke				$f+r=6$	

Ebene Tragwerke

Bezeichnung	Symbol	Freiheitsgrade	Zwischenreaktionen	v	z
(Momenten-) Gelenk		$\Delta\varphi$	G_H, G_H, G_V, G_V	1	2
Normalkraft-gelenk		Δu	M, M, G_V, G_V	1	2
Querkraft-gelenk		Δv	M, M, G_H, G_H	1	2
gerader Pendelstab		$\Delta\varphi$, Δv	G_H, G_H	2	1
vollständige Verbindung			G_V, M, G_H, M, G_V, G_H	0	3
				$f+v=3$	

Räumliche Tragwerke

Bezeichnung	Symbol	Freiheitsgrade	Zwischenreation	f	v
Momentengelenk	x3	Rotaion x,y,z	Q_z, Q_y, N_x	3	3
Biegemomentgelenk		Rotation y, z	Q_z, Q_y, N_x, M_x	2	4
Scharnier		Rotation y	Q_z, M_z, Q_y, N_x, M_y	1	5
				$f+v=6$	

1. Analyse:
   ebenes / räumliches, mehrteiliges / einteiliges Tragwerk, Lagertypen und Anzahl Reaktionskräfte, statisch bestimmt?
2. Freischneiden: an Lagern + Verbindungselementen
3. Freikörperskizze: Einzeichnen aller eingeprägten Kräfte, Lager- und Verbindungsreaktionen (Schnittkräfte/-momente)

Gleichgewichtsbedingungen: für alle Teilkörper

Ebene: $\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum M_z^{(A)} = 0$

Räumlich: $\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum F_y$ 0 $\sum M_x^{(A)}$ 0 $\sum M_y^{(A)} = 0$ $\sum M_z^{(A)} = 0$

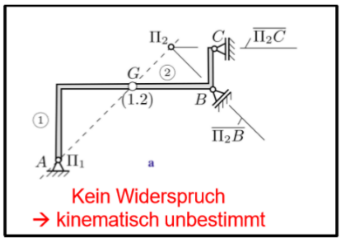
Auflösen: Gleichungssystem nach Unbekannten auflösen

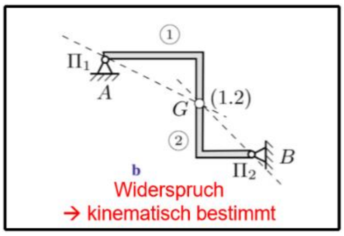
- Ebene Tragwerke $f = 3 - r = 0$
- Räumliche Tragwerke $f = 6 - r = 0$
- Mehrteilige Tragwerke $f = 3n - (r + z) = 0$

(n Teilkörper, z Verbindungselemente)

f>0 --> unterbestimmt
f<0 --> überbestimmt

Notwendige Bedingung





hinreichende Bedingung

Wie wird f berechnet?

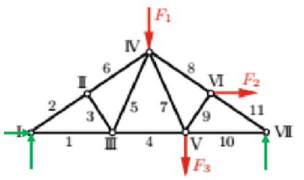
Ebenes Fachwerk: $f = 2k - (s + r) = 0$

Räumliches Fachwerk: $f = 3k - (s + r) = 0$

2 = Anzahl Gleichgewichts-bedingungen pro Knoten
k = Anzahl Knoten
s = Anzahl Stäbe
r = Anzahl Lagerreaktionen

Welche Bedingungen muss f erfüllen, dass ein Fachwerk die notwendigen Bedingungen erfüllt

$f > 0$	$f = 0$	$f < 0$
Bedingung nicht erfüllt		Bedingung nicht erfüllt
Fachwerk statisch unterbestimmt und nicht standfest, unbrauchbar → Bewegung möglich	Fachwerk statisch bestimmt und standfest	Fachwerk statisch unbestimmt aber standfest.



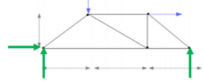
$f = 2k - (s + r) = 0$

$f = 14 - (11 + 3) = 0$ ☑

k = Anzahl Knoten
s = Anzahl Stäbe
r = Anzahl Lager-reaktionen

Innerlich standfest (kinematisch bestimmt)

- Fachwerk von Auflagern freigeschnitten
- Knotenpunkte können gegenseitige Lage nicht ändern.
- Fachwerk verhält sich wie starrer Körper, unter Vernachlässigung der Stabverformung.



hinreichende Bedingung

Merke:
Ein Fachwerk ist dann statisch bestimmt, wenn notwendige (Abzählkriterium) und hinreichende Bedingungen erfüllt sind.

Ein Fachwerk heisst statisch bestimmt, wenn die Lager- und Stabkräfte alleine aus den Gleichgewichtsbedingungen bestimmbar sind und die Gleichung $2k = s + r$ erfüllt.

Innerlich statisch bestimmt:	$s = 2k - r$
Innerlich statisch unbestimmt	$s > 2k - r$
Verschiebbar, nicht tragfähig	$s < 2k - r$

Merke:
- Ein Fachwerk, welches nach diesem Muster aufgebaut ist, heißt einfaches Fachwerk ➔ $2k = s + r$.
- Angeschlossene Stäbe dürfen nicht auf derselben Wirkungslinie liegen.

1. Bildungsgesetz hinreichende Bedingungen Alles Dreiecke!!

Merke:
- Stäbe dürfen nicht parallel zueinander sein.
- Stäbe nicht zentral anordnen
- Stäbe dürfen sich in keinem Punkt schneiden.

3. Bildungsgesetz
beim Entfernen eines Stabes muss dieser durch einen neuen Stab ersetzt werden.

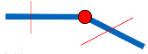
2. Bildungsgesetz

NULL ODER BLINDSTÄBE

Merke:
Null oder Blindstäbe dienen der Aussteifung eines Fachwerkes. Sie übertragen keine Kräfte ➔ bei Berechnung des idealen Fachwerks nicht beachtet. Sobald ein Nullstab ermittelt wurde, wird dieser aus dem Fachwerk entfernt und nicht weiter berücksichtigt.

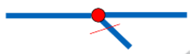
➔ Zur Erkennung von Nullstäben helfen folgende Regeln:

Regel 1
Sind an einem unbelasteten Knoten zwei Stäbe angeschlossen, die nicht in gleicher Richtung liegen, so sind beide Stäbe sind Nullstäbe.



Regel 2
An einem ***belasteten*** Knoten sind nur zwei Stäbe angeschlossen und die äußere resultierende Kraft greift in Richtung des einen Stabes an, so ist der andere Stab ein Nullstab.

Regel 3
An einem **unbelasteten** Knoten sind drei Stäbe angeschlossen, von denen zwei in gleicher Richtung liegen, so ist der dritte Stab ein Nullstab.



KNOTENPUNKTVERFAHREN – VORGEHENSWEISE

Vorbereitung:
1. Prüfen auf statische und kinematische Bestimmtheit, sofern dies in der Aufgabenstellung nicht vorausgesetzt ist ➔ $f = 2k - (s + r) = 0 \text{ oder } 2k = s + r$
2. Alle Stäbe, Knoten und Winkel durchnummerieren (Stäbe: arabisch, Knoten: römisch, Winkel: griechisch)
3. Geeignetes x,y – Koordinatensystem wählen (falls keines vorgegeben ist)
4. Nullstäbe bestimmen und eliminieren
5. Lagerkräfte bestimmen (Freischneiden des Fachwerks)
6. Winkel berechnen

Eigentliches Knotenpunktverfahren:

7. Alle Knoten Freischneiden
8. Stabkräfte einzeichnen (immer positiv angenommen als Zugkräfte ➔ vom Knoten weg)
9. Gleichgewichtsbedingung für jeden Knoten aufstellen und Stabkräfte bestimmen (Achtung: Aktio = Reaktio) ➔ Starten mit einem Knoten mit maximal zwei (bzw. für räumliche Fachwerke drei) unbekannten Stabkräften
10. Zusammenfassen aller Stabkräfte in einer Stabkrafttabelle

Eigentliches Ritterschnittverfahren

3. Zerlegen des Fachwerks durch einen gedachten Schnitt in zwei Teile.
   Anfoderung an Schnitt:
   ➔ Stab mit der zu **untersuchenden Stabkraft muss** enthalten sein
   ➔ Durch maximal 3 Stäbe, die nicht alle zum selben Knoten gehören dürfen
   ➔ Durch einen Stab und ein Gelenk
4. Anwenden der drei Gleichgewichtsbedingungen auf einen der beiden Teilkörper ➔ gesuchte Stabkräfte berechnen.
   Merke: Möglichst Momentengleichungen um die Knoten von je zwei Stabkräften verwenden ➔ Stabkräfte gehen nicht in die entsprechenden Momentengleichungen ein, und wir erhalten damit jeweils eine Gleichung für eine Stabkraft.

Ritterschnitt Verfahren selbes Vorgehen wie bei Knotenpunkt Verfahren

Zusammenfassung der Stabkräfte

Stab	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7
Kraft [kN]	-26.1	33.3	16.7	-18.6	-6.7	-8.4	-18.7

Merke:
- Stäbe mit negativem Vorzeichen auf Druck belastet.
- Druckstäbe müssen in der Festigkeitsanalyse zusätzlich auf Knickung untersucht werden.

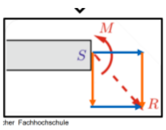
Knotenpunktverfahren

- Jeder Knoten separat betrachtet
- Nur Kräftegleichgewicht $\sum F_{ix}$, $\sum F_{iy}$
- Kein Momentengleichgewicht möglich
- Sehr aufwendig

Ritterschnitt

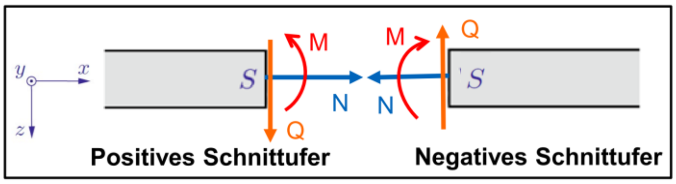
- Fachwerk in zwei Teile geteilt
- Freigeschnittene Stabkräfte mittels Kräftegleichgewicht und Momentengleichgewicht bestimmt.
- Schnelle Durchführung
- Eignet sich, wenn nur nach gewissen Stabkräften gefragt wird.

Schnittkräfte



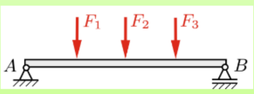
Die Resultierende R wird in ihre Komponenten **N (normal zur Schnittebene)** und **Q (in der Schnittebene)** zerlegt.

Merke: Normalkraft N, Querkraft Q und Biegemoment M nennt man Schnittgrössen.

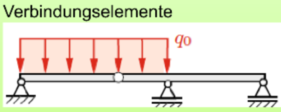


1. Festlegung des Koordinatensystems, sofern dies nicht bereits vorgegeben ist.
2. Bestimmung der Auflagerreaktionen am gesamten Balken. Hier erfolgt die Betrachtung am **freigeschnittenen** Balken unter Berücksichtigung aller von außen wirkenden Kräfte.
3. Zerlegung (Schnitte) des Balkens in Bereiche, in denen ein **Belastungswechsel (Unstetigkeiten)** durch äußere Kräfte und Momente auftritt.
   Belastungswechsel können durch statische oder geometrische Unstetigkeiten hervorgerufen werden.

Statische Unstetigkeiten
➔ Einzellasten
➔ Knicke in Streckenlasten



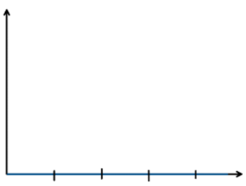
Geometrische Unstetigkeit
➔ Knicke der Balkenachse
➔ Verbindungselemente



4. Einzeichnen aller Schnittgrößen am positiven (linken) und/oder negativen (rechten) Schnittufer.
5. Schnittbereiche bestimmen ➔ Laufvariable x einführen.
6. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen für den jeweiligen Teilbalken. Hierzu stehen in der Ebene die horizontale und vertikale Gleichgewichtsbedingung, sowie die Momentengleichgewichtsbedingung zur Verfügung.
7. Bestimmung der Schnittgrößen aus den Gleichgewichtsbedingungen.
8. Zur Visualisierung folgt eine Übertragung der Normalkraft, Querkraft und des Biegemoments in ein Diagramm, um die Lage der höchst beanspruchten Querschnitte zu ermitteln.

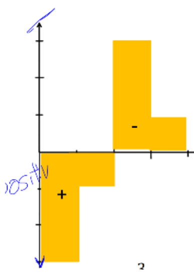
Achtung: Bei der Bestimmung der Lagerkräfte sowie der folgenden Gleichgewichtsbedingungen für die Schnittgrössen werden die folgenden Konventionen verwendet:
➔ Horizontale Kräfte nach rechts:+
➔ Vertikale Kräfte nach oben:+
➔ Momente im Gegenuhrzeigersinn: +

Normalkraftverlauf



$N = 0$ für alle Bereiche

Querkraftverlauf



Gleichgewichtsmethode

$0 \le x_1 \le a$: $\frac{3}{2}F$

$a \le x_1 \le 2a$: $Q = \frac{1}{2}F$

$a \le x_2 \le 2a$: $Q = -\frac{3}{2}F$

$0 \le x_2 \le a$: $Q = -\frac{1}{2}F$

2aF

$0 \le x_1 \le a$: $M = x_1 \cdot \frac{3}{2}F$

für $x_1 = 0$: $M = 0$

für $x_1 = a$: $M = a \cdot \frac{3}{2}F$

$a \le x_1 \le 2a$: $M = \left(a + \frac{1}{2}x_1\right)F$

für $x = 2a$: $M = 2aF$

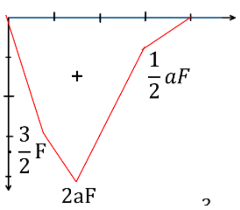
$a \le x_2 \le 2a$: $M = F(\frac{3}{2}x_2 - a)$

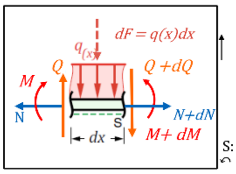
für $x_2 = a$: $M = \frac{1}{2}aF$

$0 \le x_2 \le a$: $M = x_2 \frac{1}{2}F$

für $x_2 = 0$: $M = 0$

Biegemomentverlauf





«klein von höherer Ordnung» ➔ kann vernachlässigt werden

$$-n = \frac{dN}{dx} = N`$$

Gleichgewichtsbedingungen:

$\uparrow$ $Q - q\,dx - (Q + dQ) = 0$

$-q\,dx - dQ = 0$

$$\boxed{-q = \frac{dQ}{dx} = Q`}$$

S: $-M - dxQ + \frac{dx}{2} q\,dx + M + dM = 0$

$-dxQ + \frac{1}{2} q dx\, dx + dM = 0$

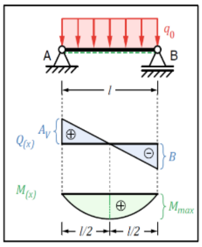
$$\boxed{\frac{dM}{dx} = M` = Q}$$

$$\boxed{\frac{d^2M}{dx^2} = M`` = Q` = -q}$$

Merke:
Der Streckenlastverlauf $q(x)$ beschreibt die Steigung des Querkraftverlaufes $Q(x)$.

Merke:
Der Querkraftverlauf $Q(x)$ beschreibt die Steigung des Momentenverlaufes $M(x)$.

Merke:
Der Streckenlastverlauf $q(x)$ beschreibt die Krümmung des Momentenverlaufes $M(x)$.



Zürcher Fachhochschule

- Schnittgrössenverläufe für dieses Beispiel:
  $Q(x) = q_0\left(\frac{l}{2} - x\right)$ $\quad M(x) = q_0\left(\frac{l}{2}x - \frac{x^2}{2}\right)$
- Ort des maximalen Biegemoments:
  $Q(x) = 0$
  $q_0\left(\frac{l}{2} - x\right) = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{l}{2}$

Merke:
Das Extremum von $M(x)$ (Maximum oder Minimum) tritt an der Nullstelle von $Q(x)$ auf.

- Grösse des maximalen Biegemoments bei x_{max}:
  Einsetzen von x_{max} in die Gleichung des Biegemoments:
  $M(x_{max}) = q_0\left(\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{2} - \frac{l^2}{4}\cdot\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}q_0 l^2$

Merke:
Das maximale Biegemoment kann auch an einem Balkenende oder an einem Bereichsende auftreten.

Tab. 9-1 Zusammenhang zwischen Belastung und Schnittgrößen an geraden Balken

Belastung	Symbol	Querkraft	Biegemoment
Einzelkraft	F	Sprung	Knick
Einzelmoment *(Kräftepaar)*	M	stetig kein Einfluss	Sprung
Streckenlast $q_{(x)} = 0$		konstant	linear
Streckenlast $q_{(x)}$ = konstant		linear	quadratisch
Querkraftgelenk mit $q_{(x)} = 0$		Nullstelle	konstant
Querkraftgelenk $q_{(x)}$ = konstant		Nullstelle, linear	quadratisch

Tab. 9-1 *Fortsetzung*

Belastung	Symbol	Querkraft	Biegemoment
Streckenlast $q_{(x)}$ = linear		quadratisch	kubisch
Streckenlast $q_{(x)}$ mit Sprung		Knick	stetig kein Einfluss
Drehgelenk mit Einzelkraft	F	Sprung	Nullstelle, Knick
Drehgelenk mit $q_{(x)} = 0$		F_{Gelenk} konstant	Nullstelle, linear
Drehgelenk mit $q_{(x)}$ = konstant		linear	Nullstelle, quadratisch

Gleichungen für die Schnittgrössen des Balkens

$$\boxed{Q = -\int q\,dx + C_1} \qquad \boxed{M = \int Q\,dx + C_2}$$

Was sind die Vorteile der Integralmethoden?

Merke: Es erfordert keine Berechnung der Lagerkräfte!!!

Fall	Bezeichnung	Symbol	N	Q	M
1.	Festlager	N, Q			= 0
2.	Loslager	Q	= 0		= 0
3.	Einspannung	N, Q, M			
4.	Parallelführung	N, M		= 0	
5.	Schiebehülse	M, Q	= 0		

- **Merke**:
  Die zwei Integrationskonstanten C_1 und C_2 können aus zwei Randbedingungen bestimmt werden.
- Als Randbedingungen werden die Zusammenhänge zwischen äußeren Belastungen und den Schnittgrößen an den Rändern eines Tragwerks bezeichnet.

Konstanten bestimmen durch Randbedingungen

$M(0) = 0 \qquad M(l) = 0$

$M(0)$: $-\frac{1}{2}q_0 \cdot 0 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 0 \rightarrow \underline{C_2 \overset{!}{=} 0}$

$M(l) \Rightarrow -\frac{1}{2}q_0 \cdot l^2 + C_1 l + 0 = 0 \Rightarrow \underline{C_1} = \frac{\frac{1}{2}q_0 l^2}{l}$

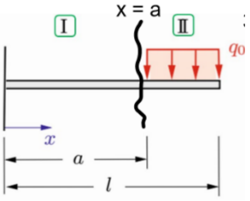
$\underline{C_1} = \underline{\frac{1}{2}q_0 l}$

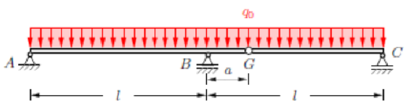
$\underline{M(x)} = -\frac{1}{2}q_0 x^2 + \frac{1}{2}q_0 l x \Rightarrow \frac{1}{2}q_0 x(l - x)$

$\underline{Q(x)} = -q_0 x + \frac{1}{2}q_0 l \rightarrow q_0\left(\frac{1}{2}l - x\right)$

$$\boxed{\begin{aligned} Q_I(a) &= Q_{II}(a) \\ M_I(a) &= M_{II}(a) \end{aligned}}$$

Übergangsbedingungen





Bei Integral Methode muss in Felder/Bereich unterteilt werden. Vor und nach einer Kraft. (Feld 1: 0 <= x <= a, Feld 2: a<= x <= b, Feld 3: b<= x <= l)
1. Integrationskonstanten per Bereich definieren (Streckenlasten integrieren (zB oben q0 ohne !L!)
2. Integralmethode anwenden pro Bereich; 3. Rand Bedingungen (RB) und Übergangs Bedingungen (ÜB) aus Tabelle. (Meist M an stelle (RB) = 0) Neben Bedingungen nicht vergessen falls vorhanden
4. Integrationskonstanten Berechnen (C1, C2, etc.) (durch einsetzen der RB und ÜB) 5. Integrationskonstanten in Schnittgrössen einsetzen
6. Schnittgrössenverlauf einzeichnen (Tabelle) !!INFOS!! Gelenke müssen nicht in Felder unterteilt werden!

Tab. 9-2 Randbedingungen für Lagerungen

Bezeichnung	Symbol	Normalkraft	Querkraft	Biegemoment
freies Ende		$N = 0$	$Q = 0$	$M = 0$
gelenkiges Loslager		$N = 0$	$(Q \neq 0)$	$M = 0$
gelenkiges Festlager		$(N \neq 0)$	$(Q \neq 0)$	$M = 0$
Parallelführung		$(N \neq 0)$	$Q = 0$	$(M \neq 0)$
Schiebehülse		$N = 0$	$(Q \neq 0)$	$(M \neq 0)$
feste Einspannung		$(N \neq 0)$	$(Q \neq 0)$	$(M \neq 0)$

Tab. 9-4 Übergangsbedingungen zwischen Bereich *I* und Bereich *II* – Gelenke

Bezeichnung	Symbol	Normalkraft	Querkraft	Biegemoment
Drehgelenk		$N^I = N^{II}$	$Q^I = Q^{II}$	$M = 0$
Querkraftgelenk		$N^I = N^{II}$	$Q = 0$	$M^I = M^{II}$
Normalkraftgelenk		$N = 0$	$Q^I = Q^{II}$	$M^I = M^{II}$
Rahmenecke		$N^I = -Q^{II}$	$Q^I = N^{II}$	$M^I = M^{II}$

Tab. 7-1 Gelenkarten und deren Gelenkreaktionen

Bezeichnung	Symbol	Freiheitsgrad f	Bindungen (Wertigkeit) r	Lagereaktionen
keine Bindung		3	0	
Dreh-Schiebe-Gelenk		2	1	
Pendelstab		2	1	
Schiebegelenk		2	1	
Drehgelenk (Momentengelenk)		1	2	
Querkraftgelenk		1	2	
Normalkraftgelenk		1	2	
vollständige Bindung		0	3	

Tab. 9-3 Übergangsbedingungen zwischen Bereich *I* und Bereich *II* – Belastungen

Bezeichnung	Symbol	Normalkraft	Querkraft	Biegemoment
Einzelkraft *(Querrichtung)*		keine Änderung	$Q^{II} = Q^I - F$ *Sprung*	$M^{II} = M^I$ *Knick*
Einzelkraft *(Normalrichtung)*		$N^I - N = N^{II}$ *Sprung*	keine Änderung	keine Änderung
Einzelmoment		keine Änderung	$Q^{II} = Q^I$	$M^{II} = M^I - M$ *Sprung*
Streckenlast		keine Änderung	$Q^{II} = Q^I$ *Knick*	$M^{II} = M^I$