Zinsen (Guthaben / Schulden)

Einfache Zinsen Nach- / vorschüssige Verzinsung (Zahlungszeitpunkt)	V(n) = (1 + rn) A Steigen proportional zur Gesamtzeit der Investition, Vermögen steigt linear	A Anfangsvermögen n Anzahl Jahre r Nominalzinssatz r' Effektivzins V Endkapital nach Verzinsung m Perioden / Jahr (m =12, 1 Jahr) k Anzahl k Perioden EW Endwert BW Barwert (NPV) NBW Nettobarwert IZ Interner Zins = Internal rate of return
Zinseszinsen Jährliche Verzinsung Unterjährige Verzinsung Stetige Verzinsung	$V = (1 + r)^n A$ $V = \left(1+\frac{r}{m}\right)^k$ z.B. nach 2 Jahren mit ¼ Verzinsung: $\left(1+\frac{r}{4}\right)^8$ (-> mehr als 1 + r!) $\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^m = e^r$	
Nominalzins	Zins, welcher festgelegt wird (z.B. 8 %)	
Effektivzins Beziehung zwischen Nominal- und Effektivzins Bei Stetiger Verzinsung	Zins, welcher ausbezahlt wird. Je höher der Nominalzins und je kürzer die Verzinsungsperiode, desto grösser wird die Differenz zwischen Nominal- und Effektivzins. Z.B. 1 Franken wird zu 8 % vierteljährlich verzinst. -> effektiv ausbezahlt wird 8.24 % Zins $1.02^4 = 1.0824$ $1 + r' = \left(1+\frac{r}{m}\right)^m$ -> $r' = \left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1$ $r' = e^r - 1$	
Schulden	Wachsen gemäss denselben Formeln wie Guthaben. Schuldzinsen / Sollzinsen sollten in der Regel grösser als Habenzinsen sein (Differenz = Zinsaufschlag)	

Daumenregeln

7–10-Regel	- Geld, das zu 7% angelegt ist, wächst in 10 Jahren um den Faktor 1.97. a - Geld, das mit 10% angelegt ist, wächst in 7 Jahren um den Faktor 1.95. Verallgemeinerung: Für Zinsen kleiner als 20% beträgt die Verdopplungszeit ca. 72/i. Dabei ist i der Zinssatz ausgedrückt in Prozent.

Endwert, Barwert, Interner Zinssatz

Endwert	Von Interesse: Wert am Ende eines Zahlungsstromes - Aufzinsung jeder Zahlung (n-1 -> Anzahl Perioden) $x_0 \cdot (1 + r)^{n-i} + x_1 \cdot (1 + r)^{n-i} + \ldots = EW$ - Addition aller aufgezinsten Zahlungen $EW = \sum_{i=0}^{n} X_i (1 + r)^{n-i}$ Bsp: • Der Zahlungsstrom $(-2, 1, 1, 1)$ hat • bei einem Nominalzins von 10% • den Endwert $EW = -2 \times (1.1)^3 + 1 \times (1.1)^2 + 1 \times 1.1 + 1 = 0.648.$
Barwert	Wieviel Geld müssen wir zum heutigen Zeitpunkt t_0 einzahlen bzw. leihen, damit wir zum Zeitpunkt t_i den Betrag x_i erhalten bzw. zurückzahlen müssen: $BW = \frac{1}{(1+r)^n} \cdot \sum_{i=0}^{n} x_i \cdot (1+r)^{n-i} = \frac{EW}{(1+r)^n}$ Einfacher: $BW = \frac{EW}{(1+r)^n}$ Bsp.: $BW = -2 + \frac{1}{1.1} + \frac{1}{1.1^2} + \frac{1}{1.1^3}$ $= 0.487$ $= \frac{0.648}{1.1^3}$
Einzelne Zahlung	Der Barwert einer einzelnen Zahlung A nach k Perioden ist dann $d_k A$ mit Diskontfaktor $d_k = \frac{1}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^k}$
Unterjährige Verzinsung	Diskontfaktor = $\frac{1}{(1+(\frac{r}{m}))^k}$ BW = $\frac{X_k}{(1+(\frac{r}{m}))^k}$
Stetiger Verzinsung	$\mathrm{BW} = \sum_{k=1}^{n} x(t_k) e^{-rt_k}$ Bei einer KIB: Zahlungsströme sind äquivalent, keine Gebühren IZS: Ideale Bank: Barwert verschwindet (Ausgleich durch +/-)
Beziehung EW, BW, Zinssatz, LZ	**Endwert:** $x_n = x_0 \cdot (1+r)^n$ **Barwert:** $x_0 = \frac{x_n}{(1+r)^n}$ **Laufzeit:** $n = \frac{\log\left(\frac{x_n}{x_0}\right)}{\log(1+r)}$ **Zinssatz** $r = \left(\frac{x_n}{x_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$

Beispiele Barwert

Wann soll der Baum gekürzt werden?
Ein junger Investitionsexperte möchte gleichzeitig Theorie und Anwendung der Investitionstheorie erlernen. Er hat von einem Waldbesitzer, der Bäume für Bauholz pflanzt, erfahren, dass es möglich sei, das Fällen der Bäume um ein zusätzliches Jahr hinauszuzögern. Der Waldbesitzer sagt gleichzeitig, dass dieses Vorgehen allerdings aus einer Barwert-Sicht nicht vorteilhaft ist. Der Experte schliesst daraus, dass das erzielte Einkommen kleiner als x sein muss. Welchen Wert hat x?

Fällen nach einem oder zwei Jahren mit Zinssatz von 10% und folgenden beiden Zahlungsreihen:

a) (-1, 2) $NBW = -1 + \frac{2}{1.1^1} = 0.82$

b) (-1, 0, 3) $NBW = -1 + \frac{3}{1.1^2} = 1.48$ wäre besser

Damit es sich nicht lohnt muss folgendes gelten:
$1.48 \geq -1 + \frac{x}{1.1^3} \Leftrightarrow 1.96 \geq -1.331 + x \Leftrightarrow \sim 3.3 \geq x$ Das Einkommen aus dem Baumverkauf nach drei Jahren muss somit kleiner oder gleich als 3.3 sein, dass es sich nicht lohnt.

Die Begutachtung
Sie sind dabei, sich für den Kauf eines Hauses zu entscheiden. Das Haus ist in jeder Hinsicht Ihren Erwartungen entsprechend und bis auf das Dach in sehr gutem Zustand. Das Dach hat eine erwartete verbleibende Lebensdauer von 5 Jahren. Die erwartete Lebensdauer von einem neuen Dach wäre 20 Jahre und würde CHF 20'000 kosten. Des Weiteren kann für diese Überlegungen davon ausgegangen werden, dass das Haus unendlich lange hält. Nehmen Sie an, dass die Kosten für das Dach konstant bleiben und rechnen Sie mit einem Nominalzins von 5%. Welchen Wert würden Sie dem älteren Dach geben?

Sofortiges Ersetzen des Daches kostet jetzt C = CHF20'000. Wenn Sie das Dach in 5 Jahren ersetzen würden, könnten Sie heute den Betrag x so zum Marktzins investieren, dass Ihnen in 5 Jahren C ausbezahlt würde. Der Betrag x ist der Barwert von C mit Fälligkeit in 5 Jahren und bei Nominalzins von 5% mit jährlicher Verzinsung. Wir erhalten also für x: $x = \frac{CHF\ 20\,000}{1.05^5} = CHF\ 15\,671$
Der heutige Wert v_0 des vorhandenen Dachs ergibt sich aus Differenz von C und x: $v_0 = C - x = 4329$

Diskontierungsfaktoren $d(T)$	$T =$ 1 Monat	$T =$ 3 Monat	$T =$ 6 Monat	$T =$ 1 Jahr
Jährliche Verzinsung zum Zinssatz r	$\frac{1}{(1+r)^{\frac{1}{12}}}$	$\frac{1}{(1+r)^{\frac{1}{4}}}$	$\frac{1}{(1+r)^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{1}{(1+r)}$
Halbjährliche Verzinsung zum Zinssatz r	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{\frac{1}{6}}}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{2}\right)}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2}}$
Vierteljährl. Verzinsung zum Zinssatz r	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{4}\right)^{\frac{1}{3}}}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{4}\right)}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{4}\right)^{2}}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{4}\right)^{4}}$
Monatliche Verzinsung zum Zinssatz r	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{12}\right)}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{12}\right)^{3}}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{12}\right)^{6}}$	$\frac{1}{\left(1+\frac{r}{12}\right)^{12}}$
Stetige Verzinsung zum Zinssatz r	$\exp(-\frac{r}{12})$	$\exp(-\frac{r}{4})$	$\exp(-\frac{r}{2})$	$\exp(-r)$

Interner Zinssatz (IZS)

- Alternatives Kozept zur Analyse von Zahlungen
- Bezieht sich auf den gesamten Zahlungsstrom (+ &- Zahlung)
- Keine Beziehung zum aktuell gültigen Zinssatz
- Zinssatz, welcher eine ideale Bank anwenden müsste, um den Zahlungsstrom ohne anfänglichen Kapitaleinsatz zu generieren

- wenn $x_i > 0$: Summe der Rückzahlungen übersteigt anfängliche Investition. In diesem Fall ist der IZS r strikt positiv

$$0 = \sum_{i=0}^{n} x_i c^i.$$

Example (Polynomiale Zahlungsreihe)

- Betrachten Sie das obige Beispiel mit der Zahlungsreihe $(-2, 1, 1, 1)$.
- Der interne Zinssatz ergibt sich als Lösung der Gleichung

$$0 = -2 + c + c^2 + c^3.$$

- Die Lösung $c = 0.81$ lässt sich durch Versuch und Irrtum finden.
- Der IZS beträgt damit $r = 1/c - 1 = 0.23$.

R-Code IZS:

```
CF <- c(10_1 , 5_2 , …xn )
times <- c(Datum1, Datum2, Datumxn) -> Anzahl muss mit CF übereinstimmen
cfs <- timeseries(CF, times, units="value")
(irr <- irr(cfs))
```

Bewertungskriterien (von Zahlungsreihen, Vergleich BW / IZS)

Praxis am wichtigsten:

(Netto) Barwert

Nettobarwert: Barwert der Einnahmen – Barwert der Kosten

Investition interessant sofern BW positiv

- Einfach zu berechnen.
- Keine Zweideutigkeiten bei der Lösung.
- Kann (wegen Linearität) in Teile zerlegt und zu Portfolios aggregiert werden.
- Lässt sich sowohl auf individuelle Investitionen als auch auf ganze Portfolios anwenden.
- sagt nichts über die Rendite aus

Beispiel: Wann sollen die Bäume gefällt werden? Ein Waldbesitzer Pflanzt Bäume für Bauholz. Die Frage ist, ob sie nach einem Jahr oder zwei Jahren gefällt werden sollen.

Man erhält folgende Zahlungsreihen:	**Mit Zinssatz von 10% ergibt sich**
(a) (-1,2)	(a) NBW = $-1/1.1^0 + 2/1.1^1 = 0.82$
(b) (-1,0,3)	(b) NBW = $-1/1.1^0 + 3/1.1^2 = 1.48$

Nach NBW-Kriterium wird der Baum besser nach 2 Jahren gefällt.

Interner Zinssatz

Je höher der IZS, desto besser -> Interessant sobald grösser als der gerade gültige Marktzins (Rendite höher als am Markt).

- Hängt nur von den Eigenschaften der Zahlungsreihe (und nicht vom Marktzins) ab.
- Betrachtung, wenn Gewinn reinvestiert wird aussen vor gelassen

Gleiches Beispiel wie oben:	Mit $c = 1/(1 + r)$ ergibt sich
(a) $-1 + 2c^1 = 0$	(a) $c = 1/2$, also $r = 1.0$.
(b) $-1 + 3c^2 = 0$.	(b) $c = \sqrt{3}/3$, also $r = \sqrt{3} - 1 \cong 0.7$.

Mit anderen Worten: Fällen der Bäume nach einem Jahr liefert eine interne Rendite von 100%/Jahr. Fällen nach zwei Jahren liefert eine Rendite von 70%/Jahr. Nach dem IZS-Kriterium ist (a) die beste Lösung.

	Betrachte die Situation, in welcher der Gewinn reinvestiert wird und vergleiche, 2 Zyklen von (a) mit 1 Zyklus von (b). Dann liefert NBW dasselbe Ergebnis wie IZS, also IZS auch ok. **Sonstiges:** • Ableitung des Zinssatzes von unsicheren Zahlungsreihen ist problematisch. Da die Zahlungsreihe als deterministisch angenommen wird, sollten „echte“ Zinssätze benutzt werden.

Geldmarktinstrumente

Allgemein	- Anleihen mit kurzer Laufzeit < 1 Jahr von Unternehmen und Finanzdienstleistern (Finanzintermediären) - Gut organisierter Markt für grosse Geldmengen - Eurodollarkonto: Dollarkonto bei einer Bank ausserhalb der USA (Unterschied zu normalen Dollar: Bankenregulierung / Versicherung)

Finanzinstrumente (handelbare Wertpapiere)

Allgemein	- Obligationen, Annuitäten, Terminkontrakten und Hypotheken - Laufzeit > 1 Jahr - Keine realen Güter -> Dokument aus Papier oder Eintrag in Datenbank - Festverzinsliche Wertpapiere: in direkter Relation zu Zinssätzen, z.B. Sparkonten
Wert	Leitet sich aus dem Preis für eine Verpflichtung / Recht ab
Vergleich für	Wichtig für Vergleichspunkt, wenn Analysen von Investitionsmöglichkeiten durchgeführt werden, die nicht an Märkten gehandelt werden.
Festverzinslich	- Festen, wohldefinierten Zahlungsstrom (Zinsen) - Beträge der Zahlungsströme können mit verschiedenen zufälligen Elementen verbunden sein (variable Hypothek, Aktienkurs abhängig) - Verbleibende Unsicherheit: Emittent kann seinen Verpflichtungen nicht nachkommen Arten: - Sparkonto: Zinsen hängen von Marktbedingungen ab - Festgeldkonten: Zinssatz garantiert, wenn Geld über abgemachten Zeitraum angelegt wird - Depositen-Zertifikate: Standard-Nennwert: $ 10 000.-

Anleihen

Allgemein

Verpflichtung des Emittenten, dem Obligationär (Halter) Geld gem. den abgemachten Konditionen zu zahlen
Zur Kapitalbeschaffung

Konditionen:

KP/ Rückkaufpreis	Nennwert (Marktpreis), bei Kauf wie auch bei Endzahlung
Couponzahlungen	Während Laufzeit in der Regel jährlich (letzte Zahlung am Fälligkeitsdatum) in % des Nennwertes (bei halbjährlicher Verzinsung z.B. 4% / 2 = 2 % pro Zinsperiode)

Je mehr Zeit vergeht, desto stärker weichen die gehandelten Preise stark von den Nennwerten ab -> Preis wird am Markt bestimmt

Marktpreis:

- (bei Erstausgabe) auf einer Auktion
- An einer Börse

$$\text{AZ} = \frac{\text{Anzahl der Tage seit letztem Coupon}}{\text{Anzahl der Tage in aktueller Couponperiode}} \times \text{Couponrate}$$

Qualitätsrating

Ausfallrisiko wird in Kreditratingsausgedrückt

	Moody's	Standard & Poor's
Investment-Grad, Hohe Sicherheit	Aaa Aa	AAA AA
Investment-Grad: Mittlere Sicherheit	A Baa	A BBB
Spekulativer Grad	Ba B	BB B
Gefahr von Zahlungsverzug	Caa Ca C	CCC CC C D

Hohe / mittlere Sicherheit	Investment-Grad
Spekulative Anleihen	Junk-Bonds

Extreme Ereignisse stärker korreliert als «normale» Ereignisse

Barwert einer Anleihe

Zahlungsstrom einer Anleihe mit:

Nennwert N — Jährlicher Couponzahlung C
Zinssatz λ — Laufzeit von n Jahren

$$(\underbrace{C, C, \ldots, C}_{n-1 \text{ mal}}, N + C)$$

Abzinsen mit den entsprechenden Abzinsfaktoren liefert den Barwert:

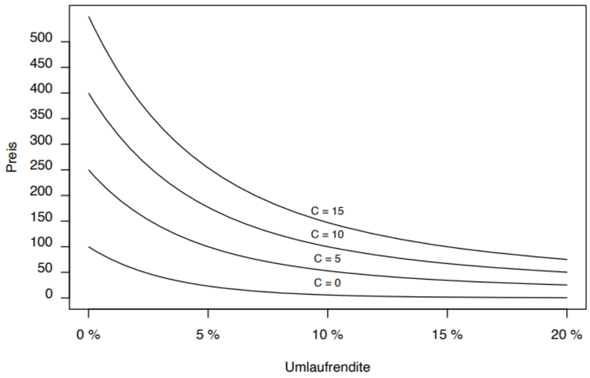
$$BW = \frac{N}{[1+\lambda]^n} + \sum_{k=1}^{n} \frac{C}{(1+\lambda)^k} \rightarrow BW = \frac{N}{[1+\lambda]^n} + \frac{C}{\lambda} \cdot \left\{1 - \frac{1}{[1+\lambda]^n}\right\}$$

Zu Beginn einer Periode ist der Barwert gleich dem Preis der Anleihe

Beispiel: Anleihe mit Nennwert CHF 10'000, 5% Couponrate, jährlicher Couponzahlung und Start am 01.01.2020. Gesucht ist der Barwert dieses Bonds am

	1.1.2020. Der Zahlungsstrom (in CHF) besteht ausfolgenden 5 Zahlungen: (500, 500, 500, 500, 10500). Die Zahlungen erfolgen jeweils am 1. Januar, die erste am 1.1.2021. Die Formel für den Barwert lautet also: $BW = \frac{10000}{[1+0.05]^5} + \sum_{k=1}^{5} \frac{500}{(1+0.05)^k} = \frac{10000}{1.05^5} + \frac{500}{0.05}\left\{1 - \frac{1}{1.05^5}\right\} = 10000$
Mit unterjähriger Verzinsung	Bei unterjähriger Verzinsung ist der Zahlungsstrom einer Anleihe: $BW = \frac{N}{\left[1+\frac{\lambda}{m}\right]^n} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\frac{C}{m}}{\left(1+\frac{\lambda}{m}\right)^k}$ Ausführung der Summe liefert: $BW = \frac{N}{\left[1+\frac{\lambda}{m}\right]^n} + \frac{C}{\lambda} \cdot \left\{1 - \frac{1}{\left[1+\frac{\lambda}{m}\right]^n}\right\}$
«Clean» and «Dirty» Preis	• Die Gleichheit zwischen Barwert einer Anleihe und ihrem notierten Preis gilt nur zu Beginn einer Periode. Grund: Beim Abzinsen inmitten einer Periode verkürzen sich die Zeiten, über die abgezinst wird, um die Länge der angefangenen Periode. Folglich steigt der Barwert. • Anstieg des Barwerts ca. = gleich den aufgelaufenen Zinsen • Form der Kurve (Sägezahnform) macht es sehr schwierig, Anleihen mit verschiedenen Zahlungszeitpunkten miteinander zu vergleichen. Dieser Barwert wird deshalb „Dirty Preis“ genannt • Clean Preis = Dirty Preis – aufgelaufene Zinsen. Die aufgelaufenen Zinsen berechnen sich: $AZ = \frac{\text{Anzahl der Tage seit letztem Coupon}}{\text{Anzahl der Tage in aktueller Couponperiode}} \cdot \text{Couponrate}$ • Bei der Berechnung der Tage muss die geltende „Day Count Convention“ angewandt werden. **Beispiel:** Wie oben sollen Barwert und notierter Preis der Anleihe berechnet werden, diesmal aber inmitten der Periode am 1.7.2020. Die Abzinsperioden verkürzen sich um genau 6 Monate: Wir müssen die k-te Zahlung um k – 0.5 Jahre abzinsen, also $\boldsymbol{BW = \frac{1}{1+0.025}\left[\frac{10'000}{1.05^4} + \sum_{k=1}^{4} \frac{500}{(1+0.05)^k}\right] = 10'243.90}$ Der „Dirty“ Preis (in Prozent des Nennwerts) beträgt also 102.44. Mit der 30/360 Day Count Convention betragen die aufgelaufenen Zinsen am 1. Juli genau CHF 250. Es ergibt sich also ein bereinigter Barwert von CHF 10’243.90 – CHF 250 = CHF 9’993.90 und damit ein „Clean“ Preis von 99.94. Der Unterschied zu 100 ist dadurch bedingt, dass aufgelaufene Zinsen linear interpoliert werden, die Abzinsfaktoren aber nichtlinear sind.
Umlaufrendite (Yield to Maturity)	Entspricht dem Zinssatz, bei dem der Barwert des Zahlungsstroms gleich dem Preis der Anleihe ist (IZS). Bezieht sich stets auf den aktuellen (Markt)Preis Anleihe zum Preis P mit Nennwert N, die jedes Jahr m Couponzahlungen C/m liefert und nach n Perioden fällig wird. Umlaufrendite: $P = \frac{N}{\left[1+\frac{\lambda}{m}\right]^n} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\frac{C}{m}}{\left(1+\frac{\lambda}{m}\right)^k}$ $$P = \frac{N}{\left[1+\frac{\lambda}{m}\right]^n} + \frac{C}{\lambda} \cdot \left\{1 - \frac{1}{\left[1+\frac{\lambda}{m}\right]^n}\right\}$$

Natur der Preis-Rendite-Kurve III



Konvexe Kurve

Bsp:
15 % Coupon, UR: 0, LZ: 30 J. =>
15 x 30 + 100 = 550

P vs. λ für 30jährige Anleihe, verschiedene Couponraten.

- Die Grafik zeigt den Preis P in Prozent des Kapitals vs. der Umlaufrendite λ (Rendite bis zur Fälligkeit) für eine 30-jährige Anleihe mit unterschiedlichen Kuponsätzen C.
- Beispiel für die Kurve mit C = 10: Der Eigentümer erhält über einen Zeitraum von 30 Jahren jedes Jahr 10 Euro ausgezahlt.

Veränderung Umlaufrendite: Änderung des Preises

- ➔ Preis sinkt, wenn die Rendite steigt
- ➔ Anleihepreise/kurse sinken, steigende Zinsen
- ➔ Je höher die Rendite, desto höher der Diskontierungsfaktor (Fester CF soll höheren IZS entsprechen -> Wert des CF muss sinken)
- ➔ Rendite = Couponsatz (Verlust der Diskontierung wird durch Coupons kompensiert)
- ➔ Steigt die Rendite, so tendiert der Anleihekurs gegen Null.

Umlaufrendite = 0	Zukünftige Zahlungen nicht abdiskontiert (Anleihenwert = Summe aller Zahlungen)
Umlaufrendite = 10	UR so hoch wie Couponrate -> Verlust der Abzinsung wird durch Coupon ausgeglichen Preis = Nennwert (Anleihe zum NW), pari

Preis von Anleihen mit langer Laufzeit reagiert stärker auf Renditeschwankungen.

Einfluss der Zeit bis zur Fälligkeit:

- Anleihen mit kurzer Restlaufzeit - flache Kurven
- Kurven werden mit zunehmender Restlaufzeit immer steiler.
- Preis-Rendite-Kurve beschreibt das Zinsänderungsrisiko einer Anleihe
- Natürlich ist es möglich, die Anleihe bis zur Fälligkeit zu halten und von den garantierten Zinszahlungen zu profitieren. Der Cashflow wird von den Marktzinsen nicht beeinflusst. (Schließlich handelt es sich um ein festverzinsliches Wertpapier.)
- Wenn Sie jedoch beabsichtigen, die Anleihe zu verkaufen, wird der erzielte Preis durch die Kurs-Rendite-Kurve bestimmt und unterliegt dem Zinsrisiko.

Umlaufrendite bis zur Kündigung	Renditemass für Anleihen mit Schuldnerkündigungsrecht
Gegenwärtige Rendite	Mass für jährliche Rendite $GR = \frac{\text{Jährliche Couponzahlung}}{\text{Anleihepreis}} \times 100$ Beispiel: 10%-Anleihe mit 30 Jahren Laufzeit ▸ Verkauf zum Nennwert (d.h., zum Preis 100): → Gegenwärtige Rendite 10%; → identisch mit Couponrate und Umlaufrendite. ▸ Verkauf zum Preis 90: → Gegenwärtige Rendite 10/90=11.11%;[1] → Umlaufrendite 11.16%.

Varianten von Anleihen

Staatsanleihen	Beschaffung von Geld für Regierungen (Qualität von finanzkräftigen Ländern höher) Coupons (regelmässige Zinszahlungen) Nullcouponanleihen -> kein Zins, Garantie einer Endzahlung in Höhe des Nennwerts (Kaufpreis entspricht dem abgezinsten Nennwert)
Kommunalobligationen	Von lokalen öffentlichen Stellen
Unternehmensanleihen	Zweck: Kapitalbeschaffung für Start Ups Börsen gehandelt oder over the counter (OTC)
Anleihe mit Schuldner-kündigungsrecht	Schuldner hat das Recht: Anleihe zu einem festgesetzten Preis zurückzukaufen (Preis fällt im laufe der Zeit)
Tilgungsfonds	Nennwert wird verteilt über die Zeit zurückgezahlt
Nachrangige Anleihen	Anleihen können z.B. bei Konkurs nachgeordnet werden (vorgeordnete Kontrakte werden mit Priorität gehandelt)
Hypotheken	Zukünftige Hausbesitzer verkauft eine Hypothek auf sein Haus, um eine gegenwärtige Zahlung zu bekommen, mit der das Haus bezahlt werden kann. (Gegen Zinszahlungen) - Gleichbleibende monatliche Zahlungen (Annuität) - Amortisationen möglich (linear / degressiv) - Vertrag kein Wertpapier, jedoch möglich, Hypotheken in Paketen zu bündeln und unter Finanzdienstleistern zu handeln -> verbriefte Hypothekarforderungen (MBS), hohe Couponraten, niedriges Ausfallrisiko

Annuitäten

Beschrieb	- Verträge, welche über einen gewissen Zeitraum regelmässige Zahlungen garantieren - Im Gegensatz zu Anleihen wird das Kapital während der Vertragslaufzeit sukzessive getilgt: Bsp.: Pension, Preis abhängig vom Alter des Halters zum Zeitpunkt des Kaufs - Keine Wertpapiere, da nicht handelbar, werden jedoch als Investitionsmöglichkeiten betrachtet, welche zu standardisierten Raten verfügbar sind - Aus Sicht Investor: Festverzinsliches Wertpapier
Ewige Rente (Perpetuitäten)	$$\mathrm{BW} = P = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A}{(1+r)^k} = \frac{A}{r}.$$ **Example** Eine ewigen Rente von Fr 1000/Jahr hat bei einem Zinssatz von 10% einen Barwert von Fr 10000. Barwert liefert gleichzeitig den fairen Preis P.
Zahlungsströme endlicher Länge (Annuitäten)	$$P = \sum_{k=1}^{n} \frac{A}{(1+r)^k} = \frac{A}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right]$$ gleichwertig $$A = \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} P.$$ A = Höhe der periodischen Zahlung P = BW der Annuität n = Anzahl Perioden r = Zinssatz Im Fall $r = 0$ ist die Formel: $P = n \cdot A$ oder $A = P/n$

Bewertungsmethoden

Netto-Kapitalwert (NPV) Nettobarwert	Methode zur Bewertung langfristiger Investitionsprojekte $$\text{Barwert} = \sum \text{Zukünftige Zahlungen (Cashflows)} * \frac{1}{(1+\text{Kassazinssatz})^{\text{Anzahl Jahre}}}$$
Zukünftiger Wert	Schätzt den Wert, der die Bank am Ende eines bestimmten Zeitraums unter einer bestimmten Verzinsung haben wird. Dieser Wert enthält keine Anpassungen für schwankende Zinssätze, Inflation oder schwankende Währungswerte, welche sich zukünftig auf den realen Wert auswirken würden. Dementsprechend ist der zukünftige Wert mit Vorsicht zu geniessen. Berechnung: Barwert * $(1+\text{Zinssatz})^{\text{Anzahl der Jahre}}$
Duration	$$\frac{\textit{Summe der Barwerte}}{\textit{Kurs der Anleihe}}$$ Die Kurse langfristiger Anleihen reagieren auf Zinsänderungen empfindlicher als kurzfristige Anleihen. Die Restlaufzeit allein ist kein vollständiges Mass für die Zinssensitivität.

Duration:
- Ist sinnvoll um die Zinssensibilität und das Kapitalbindungsrisiko zu berechnen
- Beschreibt die Zinsbindungdauer festverzinslicher Wertpapiere.
- In der Regel als die Restlaufzeit (Ausnahme: z.B. Null-Coupon Anleihen, Duration entspricht der Gesamtlaufzeit)
- Entspricht einer gemittelten Portfolio Duration (kann auf beliebige Anzahl Anleihen angewandt werden)

Nicht sinnvoll wenn:
- Wenn die Emittenten der verglichenen Anlagen nicht in etwa die gleiche Bonität aufweisen
- Anleihe über eine schlechte Bonität verfügt (kurze Duration)

Macaulay-Dauer

Angenommen, ein Wertpapier
- bietet m Zahlungen pro Jahr
- mit einem Betrag c_k für die Zahlung nach der Periode k, und
- es bleiben n Perioden bis zur Fälligkeit.

Dann ist die Macaulay-Dauer D definiert als:

$$D = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{k}{m}\right) \cdot \frac{c_k}{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{m}\right)\right]^k}}{PV}$$

- Hier, λ ist die Rendite bis zur Fälligkeit (yield to maturity), der Gegenwartswert ist $PV = \sum_{k=1}^{n} \frac{c_k}{\left[1+\left(\frac{\lambda}{m}\right)\right]^k}$
- wobei der Faktor k/m im Zähler die Bedeutung der in Jahren gemessenen Zeitspanne hat.

Layout for the calculation of the Macaulay duration

A	B	C	D	E	F
Year	Payment	Discounting factor (8%)	Present value of payment ($B \times C$)	Weight (D/Price)	$A \times E$
0.5	3.5	.962	3.365	.035	.017
1	3.5	.925	3.236	.033	.033
1.5	3.5	.889	3.111	.032	.048
2	3.5	.855	2.992	.031	.061
2.5	3.5	.822	2.877	.030	.074
3	103.5	.790	81.798	.840	2.520
Total			97.379 = Price	1.000	2.753 = Duration

Beispiel: Wir betrachten eine Anleihe mit Coupon von 7 %, 3 Jahren Laufzeit. Annahme Rendite bis zur Fälligkeit (yield to maturity) beträgt 8 % = λ. Für die Berechnung der Abzinsungsfaktoren verwenden wir einen 6-monatigen Zinseszins.

Diskontierungsfaktor bei halbjährlicher Diskontierung $m = 2$ ist damit:

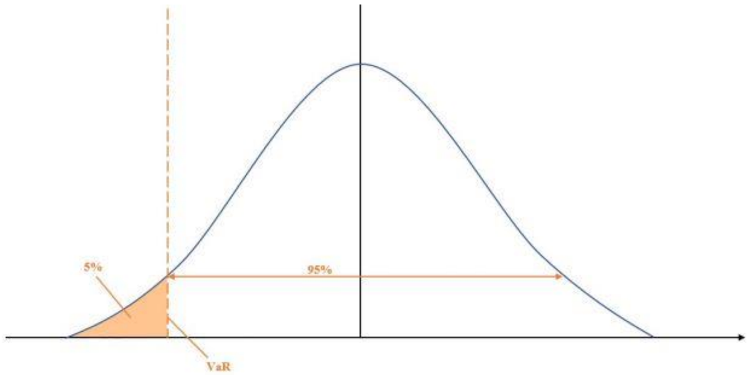
$$\frac{1}{(1+\frac{\lambda}{m})^k} = \frac{1}{(1+\frac{0.08}{2})^k}$$

$k = hier\ Anzahl\ Halbjahre$

Siehe auch R-Befehl/Funktion …

	Bei der modifizierten Dauer (Modified Duration) wird die Macaulay Duration noch mit $\frac{1}{1+\frac{\lambda}{m}}$ multipliziert respektive durch $\left(1+\frac{\lambda}{m}\right)$ geteilt • $\frac{dP}{d\lambda} = -\frac{1}{1+\frac{\lambda}{m}} DP = -D_M P$ $\quad D_M = \frac{D}{1+\frac{\lambda}{m}} =$ modifizierte Duration • Die Renditesensitivität des Anleihekurses ist somit proportional zur Menge $-D_M$ • Diese Größe wird als modifizierte Duration bezeichnet. Es handelt sich um die übliche (Macauley-)Duration, die durch den Term im Nenner modifiziert wird. • Für große Werte von m oder kleine Werte von λ, $D_M \approx D$ **Modifizierte Duration:** $D_{mod} = \frac{Duration\ (D) der\ Anleihe}{1+Nominalzinssatz\ (z) der\ Anleihe}$ Anleihenskursänderung durch Zinsschwankungen Daraus ergibt sich eine explizite Formel zur Schätzung der durch Renditeschwankungen verursachten Anleihekursänderung: $\boldsymbol{\Delta P \approx -D_M \cdot P \cdot \Delta\lambda}$

Risikomasse

Value-at-Risk	Verlustpotenzial eines bestimmten Szenarios. Sie drückt den maximalen Verlust aus, der mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit (etwa 95% oder 99%) innerhalb einer bestimmten Periode bzw. Haltedauer nicht überschritten wird.  Voraussetzungen: - Risiken müssen in Einzelkategorien zerlegt und mit einer geeigneten Verteilungsfunktion beschrieben werden - Abhängigkeiten zwischen den Risiken sollten bekannt /schätzbar sein - Eigenschaften der Risiken müssen im Zeitablauf einigermaßen stabil und prognostizierbar sein (Extremszenarien werden nicht berücksichtigt)

VaR in Prozent = μ – z * σ

VaR in Franken = (μ – z * σ)* A

μ = erwartete Rendite

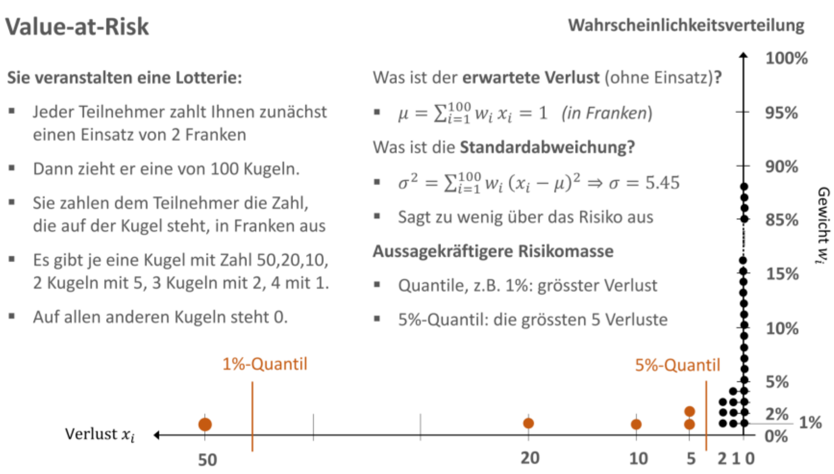
σ = Standardabweichung

z = z-Wert des zugehörigen Konfidenzniveaus

A = Anlagewert

Nachteile:

- Stark vereinfacht daher für die Realität nicht immer zutreffend
- Annahme der Normalverteilung selten der Realität entsprechend
- Bei einem niedrigeren Preis als der VaR, hat man keine Ahnung, wie niedrig er wahrscheinlich sein wird



Expected Shortfall

Erwartungswert des Eintritts eines grösseren Verlustes
Er zeigt, welche Abweichung bei Eintritt des Extremfalls, d.h. bei Überschreitung des VaR, zu erwarten ist.

Expected Shortfall $\boldsymbol{ES}_{95\%}$ - Ist der mittlere Verlust, wenn der Verlust grösser als $\boldsymbol{VaR}_{95\%}$ ist.
Hier also $\boldsymbol{ES}_{95\%}$ = (5+5+10+20+50)/5 = 18

$\boldsymbol{ES}_{99\%}$ = 50 $\boldsymbol{ES}_{98\%}$ = (20 + 50)/2 = 35 wobei $\boldsymbol{VaR}_{98\%}$ = 10

Achtung: Bei Aufgaben, wo nur die x grössten/schlimmsten Fälle von Anzahl n präsentiert, muss der Grundgesamtheit n Beachtung geschenkt werden:

Beispiel: Seit 2005 gab es 105 Atlantic Hurricanes Rechts ist eine Liste der teuersten Hurricanes seit 1992. N ist hier 105 und nicht nur die 10 schlimmsten Fälle!
Berechnen Sie:

Costliest Atlantic hurricanes

Rank	Hurricane	Season	Damage[nb 12]
1	5 Katrina	2005	$125 billion
	4 Harvey	2017	
3	5 Maria	2017	$91.6 billion
4	5 Irma	2017	$77.2 billion
5	4 Ida	2021	$75.3 billion
6	3 Sandy	2012	$68.7 billion
7	4 Ike	2008	$38 billion
8	5 Wilma	2005	$27.4 billion
9	5 Andrew	1992	$27.3 billion
10	5 Ivan	2004	$26.1 billion

$\boldsymbol{VaR}_{95\%}$ = **68.7 b** 105-(105*0.95) = 5.25
aufrunden auf 6. Platz!
$\boldsymbol{ES}_{95\%}$ = (125, 125, 91.6, 77.2, 75.3)/5 = **98.82**

$\boldsymbol{VaR}_{99\%}$ = **125 b** 105-(105*0.99) = 1.05
aufrunden auf 2. Platz!
$\boldsymbol{ES}_{99\%}$ = (125)/1 = **125 b**

Weiteres Beispiel:
Die 10 grössten monatlichen Verluste eines Elektrizitätswerks in den letzten 5 Jahren waren (in CHF Mio.):

c(-2.5, -4.3, -1.1, -3.1, -7.1, -1.8, -3.3, -2.4, -2.8, -1.7)

Monatlicher Verlust der letzten fünf Jahren → Anzahl Monate Total = 5*12 = 60

Sortierter Vektor → c(-7.1, -4.3, -3.3, -3.1, -2.8, -2.5, -2.4, -1.8, -1.7, -1.1)

60-(60*0.95) = 3 → wird immer ein Wert mehr genommen und damit Platz Nr. 4!

Was ist das 5% Value-at-Risk?
$\boldsymbol{VaR}_{95\%}$ = **3.1**

Was ist der 5% Expected Shortfall?
$\boldsymbol{ES}_{95\%}$ = (7.1 + 4.3 + 3.3)/3 = **4.9**

Immunization (Immunisieren eines Portfolios)

Historische Risikofaktordaten werden in der Regel von Datenanbietern bezogen. Bekannte Datenanbieter sind:

- Bloomberg
  - Breite Abdeckung
  - "Goldstandard" der Finanzdaten
  - Teuer
- Refinitiv (früher Thomson-Reuters):
  - breite Abdeckung
  - Teuer, aber erschwingliche Preise für den Unterricht.

Bloomberg und Refinitiv sind Wettbewerber / von Finanzfachleuten bevorzugten Dienstleistungen

Gegen das Reinvestitionsrisiko:

Null-Coupon Anleihe	Absicherung zukünftiger Zahlungsverpflichtungen anhand von Null-Coupon-Anleihen mit entsprechendem Nennwert und Laufzeit Jedoch sind diese oftmals für lange Laufzeiten nicht erhältlich
Barwert	Portfolio so strukturieren, dass sein Barwert dem gesamten Barwert aller zukünftigen Zahlungsverpflichtungen entspricht: - Bargeld wird benötigt: ein Teil des Portfolios wird verkauft. - Überschuss: zusätzliche Anleihen werden gekauft. Wenn die Rendite konstant bleibt, entspricht der Portfoliowert immer dem Barwert der verbleibenden Verbindlichkeiten.

Gegen Renditeveränderungen:

- Annahme, dass alle Renditen gleich sind
- Anleihen mit unterschiedlichen Laufzeiten haben in der Regel nicht dieselbe Rendite
- Unwahrscheinlich, dass sich die Renditen aller Anleihen um denselben Betrag ändern

<table>
<tr><td>Duration</td><td>Anpassung der Duration des Portfolios
➔ Duration von Portfolio und Zahlungsverpflichtungen sollten übereinstimmen

- Steigt die Rendite, sinken sowohl der Portfoliowert als auch der Gesamtbarwert der Zahlungsverpflichtungen um den gleichen Betrag.
- Fällt die Rendite, so steigen Portfoliowert und Gesamtbarwert der Zahlungsverpflichtungen um den gleichen Betrag.
Folglich entspricht in beiden Fällen der Portfoliowert immer noch dem Barwert der Zahlungsverpflichtungen.

Beispiel einer Immunisierung
Ein Unternehmen hat eine Verpflichtung, in fünf Jahren Fr 2 Millionen zu zahlen. Es möchte jetzt Geld investieren, das genügt, um die Verpflichtung zu erfüllen. Das Unternehmen plant daher, aus den drei Unternehmensanleihen, die in untenstehender Tabelle aufgelistet sind, ein geeignetes Portfolio zusammenzustellen.

<table>
<tr><th></th><th>Anleihe</th><th>Laufzeit</th><th>Preis</th><th>Umlauf-rendite</th></tr>
<tr><td>Anleihe 1</td><td>6.5%</td><td>10 Jahre</td><td>129.86</td><td>3.00%</td></tr>
<tr><td>Anleihe 2</td><td>3%</td><td>5 Jahre</td><td>100.00</td><td>3.00%</td></tr>
<tr><td>Anleihe 3</td><td>8%</td><td>20 Jahre</td><td>174.39</td><td>3.00%</td></tr>
</table>

1. Durations der drei Anleihen berechnen / siehe Rechner im R

<table>
<tr><th></th><th>Duration</th><th>modif. Dur.</th></tr>
<tr><td>Liab.</td><td>5.00</td><td>4.85</td></tr>
<tr><td>Anleihe 1</td><td>7.97</td><td>7.74</td></tr>
<tr><td>Anleihe 2</td><td>4.72</td><td>4.58</td></tr>
<tr><td>Anleihe 3</td><td>12.85</td><td>12.47</td></tr>
</table>

Daraus schliessen, welche Anleihen in Frage kommen: Hier Kombination zwischen der ersten und der zweiten.

2. Barwert der Verpflichtung berechnen → $BW_V = \frac{Verpflichtung}{(1+\lambda)^n} = \frac{-2'000'000}{1.03^5} = -1'725'217.57$
3. Gleichungssystem aufstellen: $\begin{pmatrix} x \cdot P_1 + y \cdot P_2 = BW_V \\ \frac{x \cdot P_1 \cdot D_1 + y \cdot P_2 \cdot D_2}{BW_V} = D_V \end{pmatrix}$ wobei
P_1 = Barwert (Preis) Anleihe 1,
P_2 = Barwert (Preis) Anleihe 2,
D_1 = Duration (normale/ Macaulay) Anleihe 1,
D_2 = Duration (normale/ Macaulay) Anleihe 2,
D_V = Duration (normale/ Macaulay) Zahlungsverpflichtung,
BW_V = Barwert Zahlungsverpflichtung,
x, y = unbekannte gesuchte Grössen → Total zu investierender Betrag in Anleihe 1 und 2

Gleichung 1: Abgleich der aktuellen Werte.
Gleichung 2: Übereinstimmende Dauern.

Damit ergibt sich folgendes Gleichungssystem:
$\begin{pmatrix} x \cdot 129.86 + y \cdot 100 = 1'725'217.57 \\ \frac{x \cdot 129.86 \cdot 7.97 + y \cdot 100 \cdot 4.72}{1'725'217.57} = 5 \end{pmatrix}$
$x = 1'144.57,\ y = 15'765.8$
$1'144.57 \cdot 129.86 + 15'765.8 \cdot 100 = 1'725'213.86 \approx 1'725'217.57$</td></tr>
<tr><td>Barwert & Duration</td><td>Dieses Verfahren funktioniert, weil die Duration die erste (=lineare) Annäherung an die durch Zinsänderungen verursachte Preisänderung ist.</td></tr>
</table>

	Wenn Barwerte und Durationen von Portfolio und Verbindlichkeiten übereinstimmen, müssen auch die Wertveränderungen in linearer Näherung übereinstimmen. z.B.: Abgleich der Barwerte und Angleichung der Laufzeiten von 2 Anleihen zur Absicherung. Bei kleinen Renditeänderungen übersteigt der Portfoliowert immer den Barwert der Verbindlichkeit. Dies ist auf die Struktur der Preis-Rendite-Beziehung.

➔ Portfolio sollte von Zeit zu Zeit neu ausgewichtet werden, um Risiken zu minimieren

Spot Rates (Kassakurse)

Periodizitäten	❶ Yearly: $(1+s_t)^t$ ❷ m periods per year: $(1+s_t/m)^{mt}$ ❸ Continuous: $e^{s_t t}$
Verwendung	Kontinuierliche Aufzinsung: Diese kann für beliebige Zeiten t ohne Anpassung verwendet werden. Der Kassazinssatz s_t ist der Zinssatz (ausgedrückt in einem Jahreszinssatz) für Geld, das von heute bis zum Zeitpunkt t gehalten wird. In diesem Kurs am häufigsten verwendet: jährlicher Zinseszins In der Praxis am häufigsten: halbjährliche/vierteljährliche Aufzinsung Referenz: Rendite von Null-Coupon-Anleihen (nur Staatsanleihen von AAA-bewerteten Ländern betrachten!) Überblick über die verschiedenen Möglichkeiten: - Jährlich: $(1+s_t)^t$ - m Perioden pro Jahr: $\left(1+\frac{s_t}{m}\right)^{m\cdot t}$ - Kontinuierlich: $e^{s_t\cdot t}$ Klein t = Start der Laufzeit gross T = Fälligkeit / Ende der Laufzeit $T-t=$ Laufzeit $f_{0,1}=1$ Jahr Laufzeit $f_{0,2}=2$ Jahr Laufzeit $f_{0,3}=3$ Jahr Laufzeit Kassazinssätze mit Zero-Bonds berechnen: $\boldsymbol{f_{t,T}}\ \sqrt[(T-t)]{\frac{NW}{B_{t,T}(NW)}}-\mathbf{1}$ ➔ Rückzahlung erfolgt zu pari – 100 **Beispiele:** Marktpreis: 96.61 / 1 Jahr Laufzeit $f_{0,1}\ \sqrt[(1-0)]{\frac{100}{96.61}}-1=3.5$ % Kassazins Marktpreis: 91.57 / 2 Jahr Laufzeit $f_{0,2}\ \sqrt[(2-0)]{\frac{100}{91.57}}-1=4.5$ % Kassazins Marktpreis: 86.20 / 3 Jahr Laufzeit $f_{0,3}\ \sqrt[(3-0)]{\frac{100}{86.20}}-1=5$ % Kassazins Der faire Marktpreis kann wie folgt mit Kassazins und Nennwert berechnet werden $\boldsymbol{B_{t,T}(NW)}=\frac{NW}{(1+i_{t,T})^{T-t}}$ **Beispiele:** Nennwert 100 / 1 Jahr Laufzeit und 3.5% Kassazins: $B_{0,1}(100)=\frac{100}{(1+0.035)^{1-0}}=96.61$ Nennwert 100 / 2 Jahr Laufzeit und 4.5% Kassazins: $B_{0,2}(100)=\frac{100}{(1+0.045)^{2-0}}=91.57$ Je länger die Laufzeit eines Zero-B., umso tiefer der Marktpreis → höhere Verzinsung für längere Laufzeit

<table>
<tr>
<td>Diskontfaktoren / Abzinsungsfaktoren</td>
<td>

(a) Yearly compounding:

$$d_k = \frac{1}{(1+s_k)^k}.$$

(b) Compounding with m periods per year:

$$d_k = \frac{1}{(1+s_k/m)^{mk}}.$$

(c) Continuous compounding:

$$d_k = e^{-s_k k}.$$

(In this case k can assume arbitrary real values ≥ 0.)

Abzinsungsfaktor dk:
Heutiger Preis für eine Zahlung, welcher zu einem bestimmten Zeitpunkt k verlangt wird

Barwert (Gegenwartswert) des gesamten Zahlungsstroms: (Preis x Menge)

$$\mathrm{PV} = x_0 + d_1 x_1 + d_2 x_2 + \ldots + d_n x_n = \sum_{k=0}^{n} d_k x_k$$

Im Gegensatz zu der Diskontierung für das Ausrechnen der Duration, benötigt es für die Abzinsung für die Kassazinssätze pro Jahr/Zinszahlung einen eigenen Abzinsungsfaktor und nicht für die gesamte Laufzeit ein und denselben.

</td>
</tr>
<tr>
<td>Terminsätze (forward rates)</td>
<td>

Sind Kassazinssätze für Anlagen, die nicht sofort, sondern zu einem späteren Zeitpunkt getätigt werden sollen. Zinssätze werden mit der Hilfe der Kassazinsen (Spot rates) berechnet.

t = Betrachtungszeitpunkt   tau τ = Start Kreditaufnahme/Geldanlage
T = Ende/Rückzahlung $i_{0,x}$ = Kassazinssatz für Laufzeit x

$$\boldsymbol{f_{0,\tau,T} = \sqrt[(T-\tau)]{\frac{(1+i_{0,T})^{T}}{(1+i_{0,\tau})^{\tau}}} - 1}$$

Oder mit i = Start des Geschäfts und j = Ende des Geschäfts

$$\boldsymbol{f_{i,j} = \sqrt[(j-i)]{\frac{(1+s_j)^{j}}{(1+s_i)^{i}}} - 1}$$

s_i = Kassazinssatz für Laufzeit i oder j je nach Index

Mit m perioden im Jahr:

$$\boldsymbol{f_{i,j} = m * \sqrt[(j-i)]{\frac{\left(1+\frac{s_j}{m}\right)^{j}}{\left(1+\frac{s_i}{m}\right)^{i}}} - m}$$

$$e^{s_{t_2} t_2} = e^{s_{t_1} t_1} e^{f_{t_1,t_2}(t_2-t_1)}$$

$$f_{t_1,t_2} = \frac{s_{t_2} t_2 - s_{t_1} t_1}{t_2 - t_1}.$$

</td>
</tr>
</table>

Stetig:

Aufgaben Kassazinsen und Terminzinsen

Die Kassazinsen für 1- und 2-jährige Gelder seien s_1 = 6.3% und s_2 = 6.9%, wie hoch ist der Terminzinssatz $f_{1,2}$? $f_{0,1,2} \sqrt[(2-1)]{\frac{(1+0.069)^2}{(1+0.063)^1}} - 1 = 7.5\ \%$

Die Kassazinskurve sei s = (5.0, 5.3, 5.6, 5.8, 6.0, 6.1), wie ist die erwartete Kassazinskurve für nächstes Jahr? $\boldsymbol{s'_j = f_{0,1,j+1} \sqrt[j]{\frac{(1+s_{j+1})^{j+1}}{1+s_1}} - 1 =}$

j	1	2	3	4	5
s'_j	$\sqrt[1]{\frac{(1+0.053)^{1+1}}{1+0.05}} - 1 = 5.6\%$	$\sqrt[2]{\frac{(1+0.056)^{2+1}}{1+0.05}} - 1 = 5.9\%$	$\sqrt[3]{\frac{(1+0.058)^{3+1}}{1+0.05}} - 1 = 6.07\%$	$\sqrt[4]{\frac{(1+0.06)^{4+1}}{1+0.05}} - 1 = 6.25\ \%$	$\sqrt[5]{\frac{(1+0.061)^{5+1}}{1+0.05}} - 1 = 6.32\%$

Ein (jährlicher) Zahlungsstrom sei x = (−40, 10, 10, 10, 10, 10, 10). Finden Sie die Abzinsungsfaktoren $d_{0,k}$ und berechnen Sie den Barwert des Zahlungsstroms.

$$d_k = \frac{1}{(1+s_k)^k}$$

k	0	1	2	3	4	5	6
$d_{0,k}$	$\frac{1}{(1+0)^0} = 1$	$\frac{1}{(1+0.05)^1} = 0.9523$	$\frac{1}{(1+0.053)^2} = 0.9019$	$\frac{1}{(1+0.056)^3} = 0.8492$	$\frac{1}{(1+0.058)^4} = 0.7981$	$\frac{1}{(1+0.06)^5} = 0.7473$	$\frac{1}{(1+0.061)^6} = 0.7010$
	-40	10	10	10	10	10	10
BW	-40	9.52	9.01	8.49	7.98	7.47	7.01

Summe BW = 9.4979

Berechnung des Terminzinssatzes: $s_5 = 8\%$ $\quad s_3 = 6\%$

$$f_{3,5} = \sqrt[(5-3)]{\frac{(1+s_5)^5}{(1+s_3)^3}} - 1 = \sqrt[(2)]{\frac{(1+0.08)^5}{(1+0.06)^3}} - 1 = 11.07\ \%$$

Finanzmarktkrise 2007 – 2009

Ende 2006: Zinserhöhungen und Rückgang der Immobilienpreise führte in USA zu Ausfällen

2007: Preisverfall führte zu Zusammenbruch der Märkte für MBS und verwandter Instrumente

2008: Hypothekenkrise weitet sich zu allgemeiner Finanzmarktkrise aus -> Zusammenbruch bedeutender Banken und Versicherungen

2009: Schwere Rezession der Weltwirtschaft

Sonstiges

Folgen / Reihen

- Grundlage vieler Zins-, Renten- und Investitionsrechnungen

Folge: Funktion, die nur für natürliche Zahlen definiert ist

Reihe: Summe von Folgengliedern $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

	arithmetische	geometrische
Folge	$a_n = a_{n-1} + d$ $a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_{n-1}q$ $a_n = a_1 q^{n-1}$
Reihe	$s_n = a_1 + (a_1 + d)$ $+ \cdots + (a_1 + (n-1)d)$ $= na_1 + d\frac{(n-1)n}{2}$ $= \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	$s_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^2$ $+ \cdots + a_1 q^{n-1}$ $= a_1 \frac{1-q^n}{1-q} = a_1 \frac{q^n - 1}{q-1}$
Spezial-fall	$s_n = 1 + 2 + \cdots + n$ $= \frac{n(n+1)}{2}$	$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^{n-1}$ $= \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{q^n - 1}{q-1}$

B. Day Count Conventions

1. 30/360 methods
   1. 30/360 Bond Basis
   2. 30/360 US
   3. 30E/360
   4. 30E/360 ISDA
2. Actual methods
   1. Actual/Actual ICMA
   2. Actual/Actual ISDA
   3. Actual/365 Fixed
   4. Actual/360
   5. Actual/364
   6. Actual/365L
   7. Actual/Actual AFB
   8. 1/1

Bilanz (Deutsch / Englisch)			
Aktiven		**Passiven**	
Current Assets	**Umlaufvermögen**	**Current liabilities**	**Kurzfr. Verbindlichkeiten**
Cash / equivalents	FlüMi	Accounts payable	Kreditoren
Accounts receivable	Debitoren		
Inventory	Inventar		
Fixed assets	**Anlagevermögen**	**Long-term liabilities**	**Langfr. Verbindlichkeiten**
Property, plant, equipment	Sachanlagen	Deferrred taxes	Latente Steuern
Less accumulated depreciation	Abzüglich kum. Abschreibungen	Long-term debt	Langfristige Verschuldung
Net property, plant and equipment	Netto Sachanlagen	**Stockholders equity**	**Eigenkapital**
Intangible assets and others	Immaterielle Vermögenswerte	Preferred stock	Vorzugsaktien
		Common Stock	Stammaktien
		Capital surplus	Kapitalüberschuss / Reserven
		Accumulated retained earnings	Gewinnvortrag
		Less treasury stock	Abzüglich eigener Aktien

Jahresrechnung bestehend aus:

- Balance Sheet (Bilanz, Bestandesmenge)
- Profit & Loss Statement (ER)
- Cash Flow Statement (Geldflussrechnung)

$$\begin{aligned}\sum CFS &= \sum P\&L - \sum VVF \\ &= \sum \Delta(BS) - \sum VVF\end{aligned}$$

VVF (Virtuelle Wertströme)

Jahresrechnung Bank Achtung vieles verkehrt -> Kundenausleihungen ist auf Aktivseite (Bank gibt ihr Geld an Kunden), Darlehen Bank ist auf Passivseite

➔ Einnahmequelle aus Zinsdifferenzgeschäft (Bündeln von Kundengeldern mit Kundenausleihungen)

➔ Eigenkapital: 8% gem. Basel III-Vereinbarung

CIB (constant ideal bank): Keine Gebühren, gleicher Zinssatz Aktiv / Passiv, kein Profit

Risiken Bank:

Liquiditäts Risiko	«Bankensturm» Passiert, wenn zu viele Kunden gleichzeitig ihr Geld vom Konto abheben (verlieren Vertrauen in die Bank)
Insolvenz Risiko	Passiert, wenn Schuldner ihre Kredite (& Zinsen) nicht zahlen

Häufig führen Solvenzprobleme zu einem Vertrauensverlust in die Bank, der dann einen Ansturm auf die Bank auslöst. Aus diesem Grund wurde die Einlagensicherung geschaffen. Seither sind Bankenstürme seltener geworden.

Contract Events für Jahresrechnungen	**Beschrieb**	**Geldflussrechnung**	**Erfolgsrechnung**	**Bilanz**
AD0	Analysis Data 0: Start of the simulation			
IED	Initial Exchange Date: Date when the first cash flow occures (Investitionstag)		x	X
DPR	Depreciation: Write-off of the investment's value!: nicht CF relevant	x		X
ETA	External Transaction: A single cash in or outflow	x	(x)	(x)
IPCI	Interest Payment Capital Increase: Interest payment that is credited to the account	x	X	
OPS	Operational cash flow: Cash flow that occurs from an operational activity as operating a plant.	x	X	
IP	Interest payment: Pay-out of interest	x	X	
PR		x		X
MD	Maturity Date: Date when the contract terminates and the principal is paid back.	x		x

Strategischer Mix (für Wachstum Bank)

$$\mathbf{c}(t_k) = M_{\mathcal{S}} \cdot \mathbf{c}(t_{k-1})$$

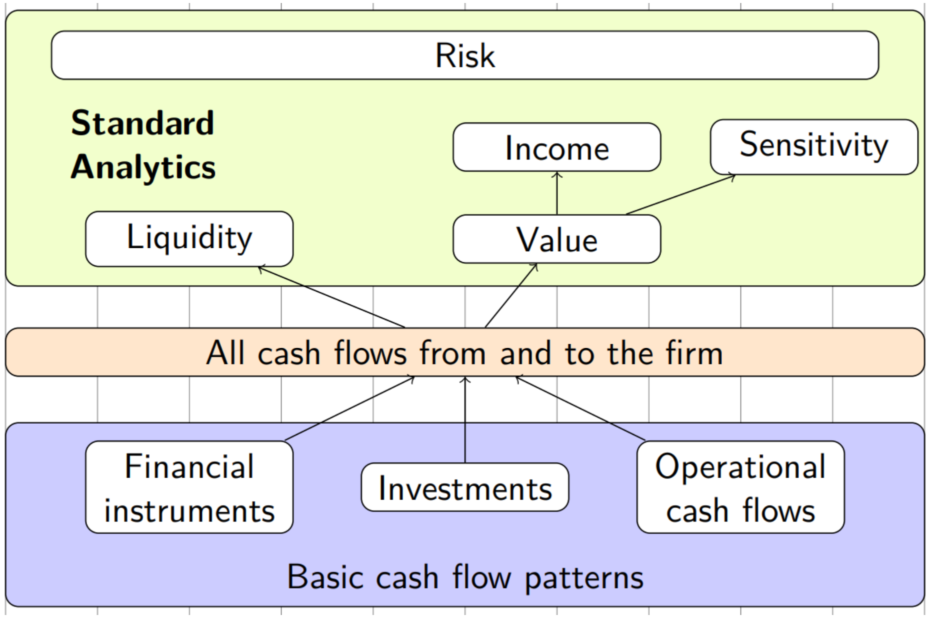
$$M_{\mathcal{S}} = \begin{array}{c} \\ \text{FMG} \\ \text{VMG} \\ \text{SAV} \\ \text{MM} \\ \text{CM} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \text{FMG} & \text{VMG} & \text{SAV} & \text{MM} & \text{CM} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1.1 & & & & \\ & 1.1 & & & \\ & & 1.08 & & \\ & & & 1.12 & \\ & & & & 1.1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Wachstum von 10 % FMG & CM

Für die Strategie:

- Wachstum wird immer in Bezug auf bestimmten Zeitraum definiert
- Annualisierte Zahlen -> in % / Jahr

Modellierung einer Firma



Risikofaktoren:	Kreditrisiko, Marktrisiko, Verhaltensrisiko Können nicht immer direkt beeinflusst werden (Zinssätze, Konsumentenpreisindex), historische Daten: Bloomberg, Refinitiv (Thomson-Reuters)
JAB Statements:	Erzeugung künftiger Zahlungsströme und die entsprechenden Vertragsdaten (Nennwert usw.). Können durch externe Marktbedingungen beeinflusst werden (z.B. Zinssätze).
Cash Flows:	Nicht vertraglich geregelt, Cashflowströme werden jedoch meist aufgrund des Vorwissens (Zinsrate, etc.) kalkuliert
Finanz Kontrakte:	Probabilistische / stochastische Modelle, meistens basierend auf Verträgen

Zeitreihen:

Return series: $r_i = \frac{p_i - p_{i-1}}{p_{i-1}}.$ (P's entsprechen der korrespondierenden Preisreihe)

Preisreihe: $p_i = p_{i-1} \cdot (1 + r_i).$

Eigenschaften einer Zeitreihe hängen von der Häufigkeit der Beobachtungen ab.

R-Code

<table>
<tr>
<td>Bank Account</td>
<td>
my.account <- bankAccount("2013-12-31")

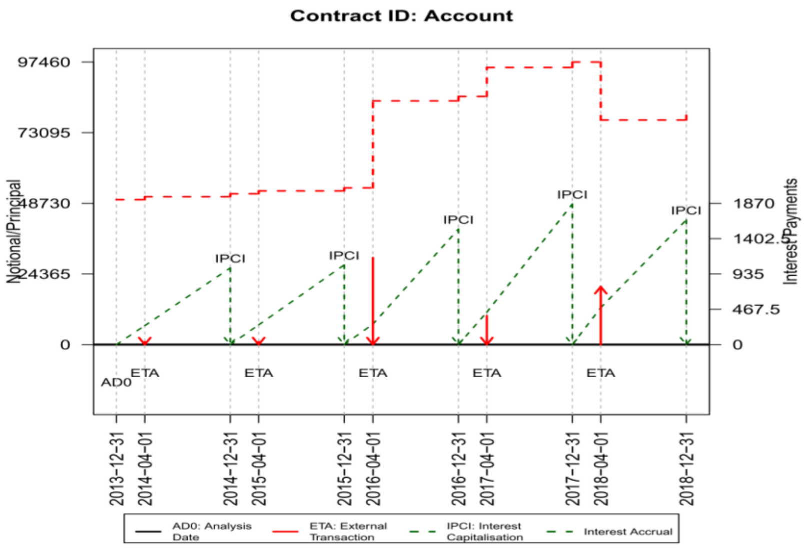
Mindestens: Datum
Optional: balance=5000 (Startguthaben)
currency="CHF" (Währung, Standart: CHF)
ir=0.2 (Zinsen, Standard 0)
ext_transactions=cashflows -> zuerst generieren

ext_transactions
cashflows <- timeSeries(c(1000,1000,30000,10000,-20000), units="CHF", timeSequence(from="2014-04-01", by="year", length.out=5)) -> muss einer timeSeries entsprechen kein numeric

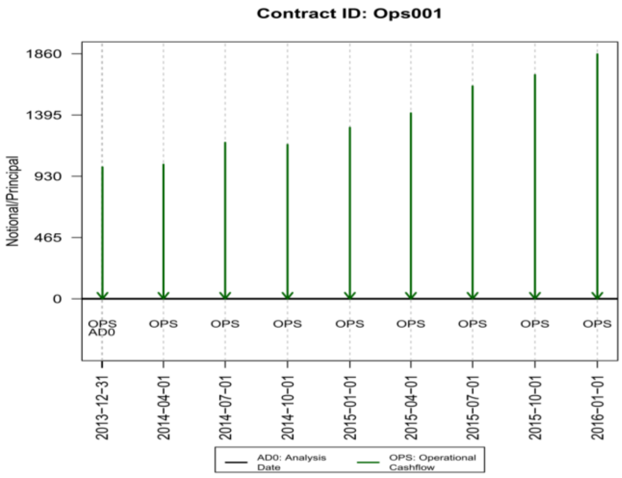
Bsp:
my.account <- bankAccount("2013-12-31", balance=50000, ext_transactions = cashflows, ir=0.02)

plot(my.account, "2013-12-31")

Darstellung Kontrakts bankAccount() mit Geldflüssen und Zinsen



- **roten Pfeile nach unten und oben:** eingehenden und ausgehenden Geldströme des Kontraktes
- **gestrichelte rote Linie:** stellt den Verlauf des Saldos dar
- **gestrichelten grünen Pfeile nach unten und oben:** dem Kontrakt gutgeschriebenen Zinsens
- **steigende grüne gestrichelte Linie:** aufgelaufenen Zinsen bis zum Zinszahlungsdatum
- **linke Skala** bezieht sich auf das Kapital und die **rechte Skala** auf die Zinsen.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


plot(OpCFs, "2013-12-31")
vollen grünen Pfeile: nach unten zeigen hier die Geldzuflüssen / den Cashflow ins Unternehmen auf. Ein Pfeil nach oben würde bedeuten, dass Geld die Unternehmung verlassen hat.

</td>
</tr>
<tr>
<td>CashFlow-Generierung</td>
<td>

Externer Preis Index generieren
Zeitreihen generieren:
times = timeSequence(from="2014-01-01", by="3 months", length.out=9))
Werte für den Index generieren:
values = cumsum(c(1,rnorm(8,0.02,0.1)))
idx <- Index(label = "PriceIndex", data = values, charvec = times)
plot(idx)
CashFlow Funktion generieren
revenue <- function(idx, times) { idx$Data[as.character(times),] * 1000 }
Objekt der Klass OFP konstruieren
OpCFs <- OperationalCF(ContractID="Ops001", Currency="CHF", pattern = revenue, args = list(idx = idx, times = as.character(times)
)
)

</td>
</tr>
<tr>
<td>CashFlow-Ausgabe</td>
<td>cashFlows(my.account, from="2013-01-01", to="2019-01-01")
cashFlows(OpCFs, "2013-12-31", "2014-12-31")

Ausgabe von CashFlows eines Accounts oder von einer Eventreihe</td>
</tr>
<tr>
<td>Events (Liste der Transaktionen)</td>
<td>events(my.account, "2013-01-01", end_date="2019-01-01")

```
        Date  Value Type Curr   Time Nominal   IR Accrued
  2013-12-31  50000  AD0  CHF 0.0000   50000 0.02    0.00
  2014-04-01   1000  ETA  CHF 0.2528   51000 0.02  250.91
```

Event Types:
Bank Account:
<table>
<tr><td>AD0</td><td>Analysis Data 0:
Start of the simulation</td></tr>
<tr><td>ETA</td><td>External Transaction:
A single cash in or outflow</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

IPCI	Interest Payment Capital Increase: Interest payment that is credited to the account

Investment:

IED	Initial Exchange Date: Date when the first cash flow occures (Investitionstag)
DPR	Depreciation: Write-off of the investment’s value !: nicht CF relevant

Bond (Kredit):

IED	Initial Exchange Date: Date when the first cash flow occures (Investitionstag)
IP	Interest payment: Pay-out of interest
MD	Maturity Date: Date when the contract terminates and the principal is paid back.

Annuität & Loan:

AD0	Analysis Data 0: Start of the simulation
IED	Initial Exchange Date: Date when the first cash flow occures (Investitionstag)
IP	Interest payment: Pay-out of interest
MD	Maturity Date: Date when the contract terminates and the principal is paid back.
PR	

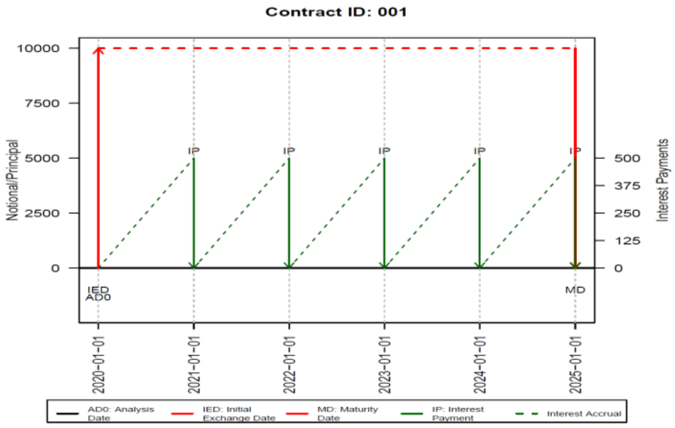
CashFlow Funktionen:

OFS	Operational cash flow: Cash flow that occurs from an operational activity as operating a plant

Investment	Abschreibung generieren: write.off <- function(times) { timeSeries(seq(1000000, 0, length.out=9), times) } Invest invest <- Investments(ContractID = "Ops002", Currency = "CHF", pattern = write.off, args = list(times = times))
Bonds (PAM)	Konstruieren eines Bonds

<table>
<tr>
<td></td>
<td>b1 <- bond(start = "2020-01-01", maturity = "5 years", nominal = 10000, coupon = 0.05)

➔ Anleihe ist nicht «at par» (entspricht nicht dem Nominalwert): Parameter PremiumDiscountAtIED=-1000*0.05 (-Betrag * Zinssatz)
➔ Aktueller Wert der Anleihe: presentValue(b1, irr(b3), isPrice=TRUE)

Darstellung des Kontrakts bond() mit Geldflüssen und Zinsen


• **roten Pfeile nach unten/ oben:** Investition in Bond (Kauf / nach oben) und die Rückzahlung (Pfeil nach unten).
• **gestrichelte rote Linie:** Verlauf des Saldos (bleibt konstant)
• **grünen Pfeile nach unten:** gutgeschriebenen Zinsen
• **steigende grüne gestrichelte Linie:** aufgelaufenen Zinsen bis zum Zinszahlungsdatum
• **linke Skala:** bezieht sich auf das Kapital
• **rechte Skala**: bezieht sich auf die Zinsen</td>
</tr>
<tr>
<td>Annuities (ANN)</td>
<td>a1 <- annuity("2020-01-01", nominal = 10000, ir = 0.05, maturity = "5 years")

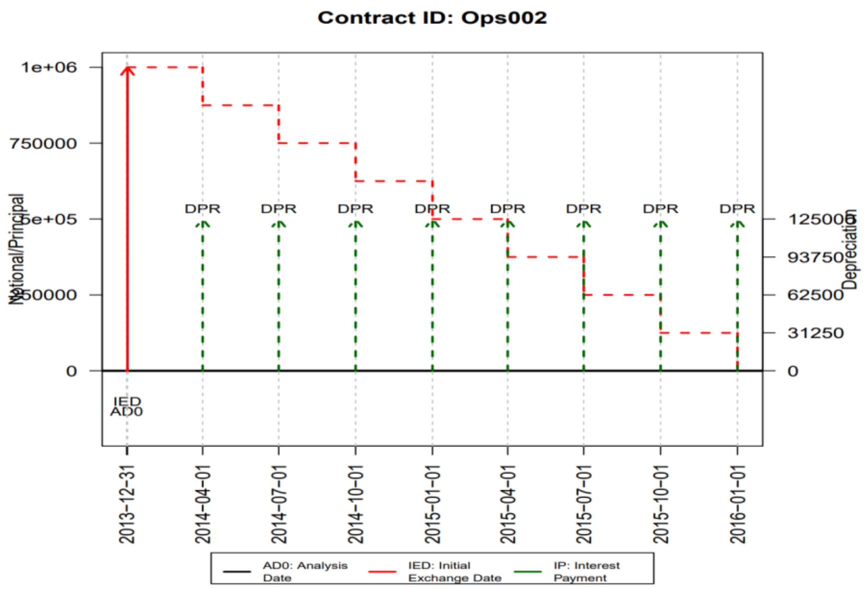
Anwendung:
- Bsp. Rentenzahlungen</td>
</tr>
<tr>
<td>Loan (LAM) mit linearer Abschreibung</td>
<td>l1 <- loan("2020-01-01", nominal = 10000, ir = 0.05, maturity = "5 years")

Unterschied zu Annuität:
Höhe der Amortisation / Zinszahlung

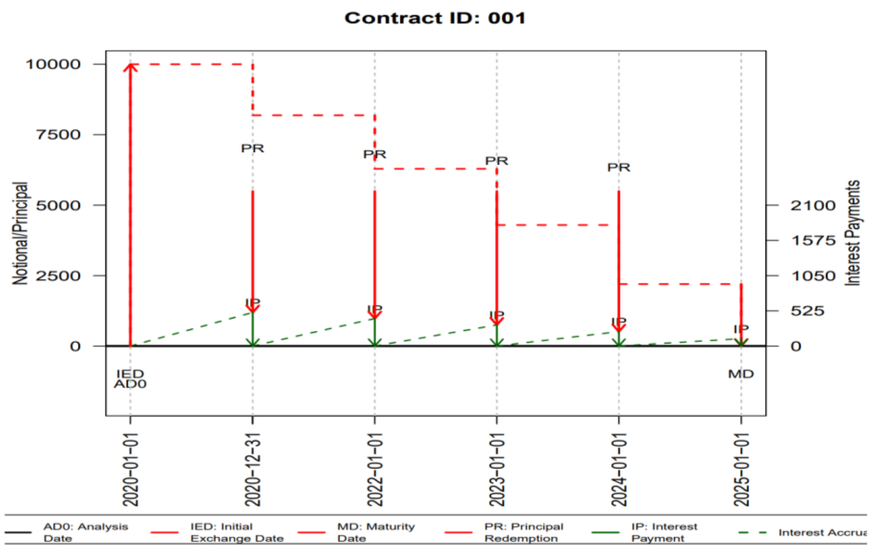
Loan:
Gleichbleibende direkte Amortisation führt zu kleiner werdendem Darlehen, wodurch auch der Zinsbelastung mit der Zeit kleiner wird

Annuität:
Jede Rate ist gleich gross (Tilgung steigt, Zinsen sinken -> Rate gleich gross)
➔ Eher in Deutschland, CH unterscheidet nicht</td>
</tr>
</table>

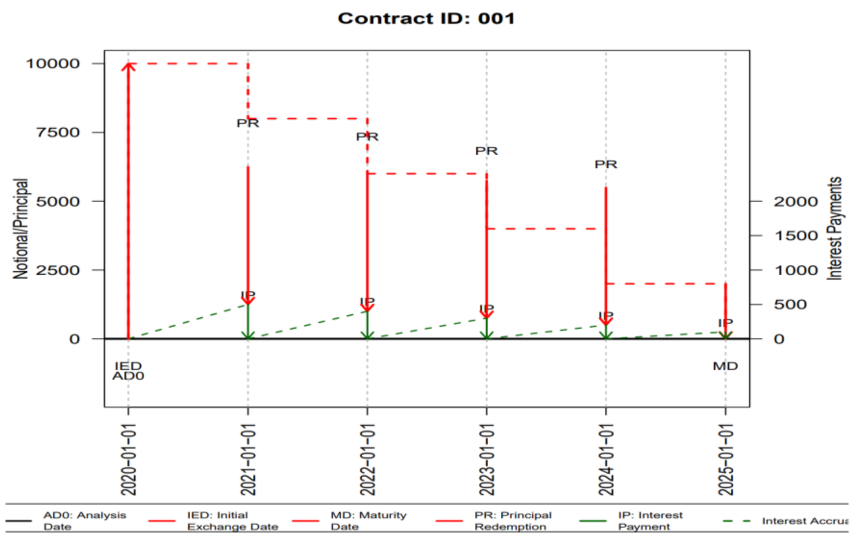
<table>
<tr>
<td>Plot</td>
<td>
Investment:



Annuities



Loan:



</td>
</tr>
</table>

Barwert	# Define market environment with a single interest rate rf <- RFConn(MarketInterestRate(0.05, "2013-12-01")) # Define the discounting object eng <- DcEngine(rf) value(my.account, "2013-12-31", type="markToMarket", method=eng, end_date="2019-01-01") presentValue(my.account,5) Bei Bankkonto: - Keine feste Laufzeit, daher muss bei Generierung ein Ende vorgegeben werden - Zinszahlungen fliessen nicht direkt ein Bei Festzinsinstrumenten: b1 <- bond(start = "2020-01-01", maturity = "5 years", nominal = 10000, coupon = 0.05, couponFreq="1 year") value(b1, timeDate("2020-01-02"), type="markToMarket", method=eng, digits=0) ➔ Differenz: Zinszahlungen jährlich, BW rechnet aber mit stetiger Verzinsung (kann durch couponFreq= «1 week» optimiert werden, jedoch noch immer nicht perfekt)
Interner Zinssatz	round(irr(cashFlows(invest, "2013-12-31"), period="Q"),2) Bei Festzinsinstrumenten: irr(bond1, period=«W») ➔ Defaut Verzinsung irr: Jährlich
Preissimulation	price.simul <- function(n, mean, sd, p.start=1) { return(cumprod(c(p.start, (1+rnorm(n=n, mean=mean, sd=sd))))) } plot(0:n, p.simul, type="l", ylab="Price", xlab="Year")

Monte Carlo	createMCSample <- function(size, FUN, ...) { pars <- list(...) # print(pars) tmp = replicate(size, do.call(FUN, pars)) rownames(tmp) <- 0:pars[[1]] colnames(tmp) <- 1:size return(tmp) } PLOT all samples Oder: hist(mc.sample["1",],breaks=25, xlab="Price", main="Time step 1") Kann verändert warden, z.B. 10 einsetzten (time step 10)

	`` library(timeSeries) ## Loading required package: timeDate p.means <- colMeans(t(mc.sample))-p0 p.sds <- colSds(t(mc.sample)) p.skewness <- colSkewness(t(mc.sample)) round(rbind(p.means,p.sds,p.skewness),4) ## 0 1 2 3 4 5 6 7 ## p.means 0 0.0002 0.0003 0.0005 0.0007 0.0009 0.0012 0.0013 ## p.sds 0 0.0036 0.0052 0.0063 0.0074 0.0082 0.0090 0.0098 ## p.skewness NaN -0.0166 0.1164 0.2125 0.2967 0.3488 0.3987 0.4423 ## 10 ## p.means 0.0020 ## p.sds 0.0120 ## p.skewness 0.6252 ``` $\tilde{\mu_n} = \frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_{10} - \mu_0}$ $\tilde{\sigma_n} = \frac{\sigma_n}{\sigma_{10}}$ $\tilde{S_n} = \frac{S_n}{S_{10}}$
Risikomasse	price1.mean <- mean(mc.sample["1",]) price1.VaR <- quantile(mc.sample["1",], 1-alpha) price1.ES <- mean(mc.sample["1", mc.sample["1",] < price1.VaR]) Achtung bei Erhöhung des Zeitintervalls
Ideale Bank Siehe auch HA2 Oder Folie 11	loan <- bond(start = "2020-04-01", maturity = "10 years", nominal = 10000, coupon = 0.03, role="long") deposit <- bond(start = "2020-04-01", maturity = "10 years", nominal = 10000, coupon = 0.03, role="short") CIB <- institution("Ideal Bank") # Analysis structure (BAUM) CIB$RemoveChild("PandL") # AddChild für Erweiterungen # Populate analysis structure addContracts(list(deposit), FindNode(CIB, "Liabilities")) addContracts(list(loan), FindNode(CIB, "LongTerm")) t0 <- "2020-01-01" # analysis date # Zinskurve 3% yc <- YieldCurve(label = "YC.CHF", ReferenceDate = "2019-12-31", Tenors = c("1W", "20Y"), Rates = c(0.03, 0.03)) # The events events(CIB, t0, rf <- RFConn(yc), end_date="2030-04-01") by <- timeSequence("2019-12-31", by="1 years", length.out=6) tb <- timeBuckets(by, bucketLabs=2020:2024, breakLabs=substr(as.character(by),3,10)) Geldflussrechnung: liquidity(CIB, tb)

	Erfolgsrechnung: income(CIB, tb) Bilanz: value(CIB, tb) Zukünftiger Wert (NPV): diskont <- DcEngine(dc.spread=0.0, dc.object=yc) set(diskont, RFConn(yc)) value(CIB, tb, type="market", method=diskont)