

Energie / Arbeit zum Erhitzen:

$$W_{\text{Erh,12}} = \Delta H = c \cdot m \cdot \Delta T$$

$$W = P \cdot t$$

Bestimmen von C:

$$W_1 + W_2 = 0$$

$$= c_1 \cdot m_1 \cdot \Delta T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot \Delta T_2 = 0$$

$$c_2 = \frac{-c_1 \cdot m_1 \cdot \Delta T_1}{m_2 \cdot \Delta T_2}$$

$$C_P = C_V + \frac{R}{M}$$

Aggregatzustandsänderungen:

1. Starttemperatur → Schmelz-/Gefrierpunkt:

$$\Delta H_1 = m \cdot c \cdot \Delta T$$

2. Schmelzen / Gefrieren:

$$\Delta H_{1s} = m \cdot \Delta h_{1s}$$

3. Schmelz-/Gefrierpunkt → Endtemp:

$$\Delta H_2 = m \cdot c \cdot \Delta T$$

4. Gesamtenergie:

$$W = \Delta H_1 + \Delta H_{1s} + \Delta H_2$$

Zeit um zu erwärmen:

$$\Delta t = \frac{\Delta H}{P_{\text{W,th}}}$$

Umrechnung °C, °F, K

$$^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32) \cdot \frac{5}{9}$$

$$^{\circ}\text{F} = ^{\circ}\text{C} \cdot 1.8 + 32$$

$$K = ^{\circ}\text{C} + 273.15$$

Enthalpie:

$$H = U + p \cdot V$$

$$\Delta H = H_2 - H_1$$

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

+/- W_{Erh,12}

$$W = \Delta H = \text{Energie [J]}$$

$$C = \text{Spezifische Wärmekapazität } \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$$

↳ Wasser = 4200 $\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

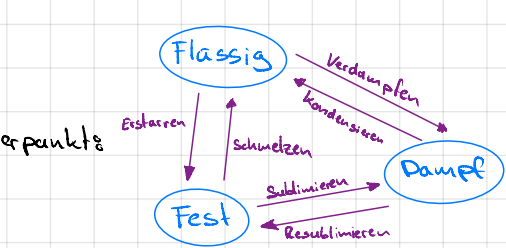
m = Masse [kg]

ΔT = Temperaturunterschied [K]

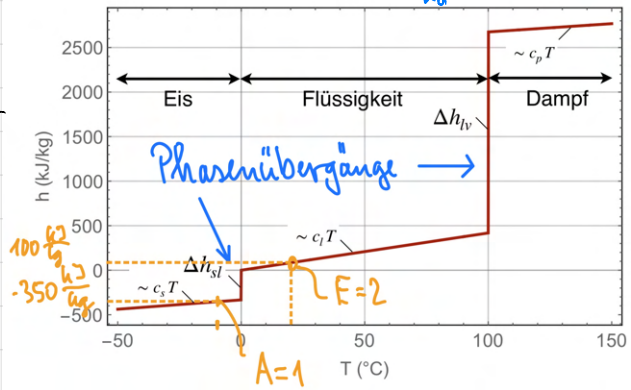
c_p = Wärmekapazität konstanter Druck $\left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$

c_v = Wärmekapazität konstantes Volumen $\left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$

M = Molare Masse



ΔH_{1s} = Schmelz-/Gefrierenergie [J]
 Δh_{1s} = Spez. Schmelzenthalpie $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$
 ↳ Wasser: 334 $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$



	°C	°F	K
Siedepunkt Wasser	100°	212°	373.15K
Gefrierpunkt Wasser	0°	32°	273.15K
Absoluter Tripelpunkt	-273.15°	-453.67°	0K

U = innere Energie [J]
 H = Enthalpie [J]
 p = Druck [Pa]
 V = Volumen [m³]
 +/- = +/- System zugeführt } Energie
 W = Energie [J]
 E_{th} = Thermisch
 1,2 = 1 = Anfang, 2 = Ende

Ideale Gase, Thermische Zustandsgleichung:

Stoffmengenform:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Teilchenform:

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

Massenform: Physik

$$p \cdot V = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T$$

$$\varphi = \frac{m}{V}$$

$$p = \varphi \cdot \frac{R}{M} \cdot T$$

p = Druck [Pa]

V = Volumen [m³]

R = allg. Gaskonstante 8.314 $\frac{\text{J}}{\text{molK}}$

T = Temperatur [K]

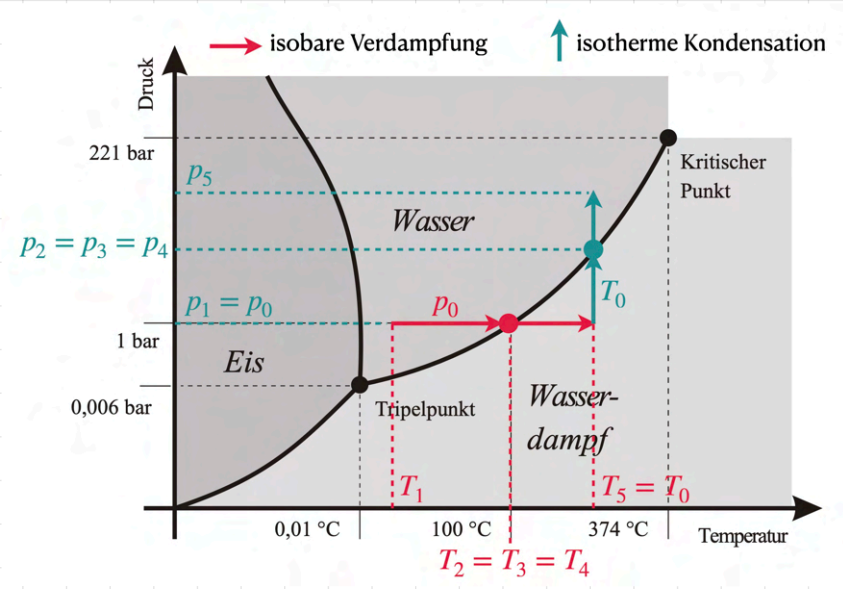
m = Masse

M = molare Masse

$$n = \frac{N}{N_A} = 6.022 \cdot 10^{23}$$

N = Anzahl Gas-moleküle

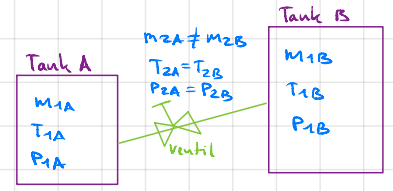
$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$



Druckausgleich von 2 Tanks:

$$m_{A1} \cdot c_v \cdot \Delta T_{A1 \rightarrow 2} + m_{B1} \cdot c_v \cdot \Delta T_{B1 \rightarrow 2} = 0$$

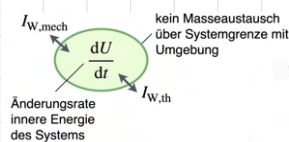
$$T_2 = \frac{m_{A1} \cdot T_{A1} + m_{B1} \cdot T_{B1}}{m_{A1} + m_{B1}}$$



1. Hauptsatz Thermodynamik:

1. HS geschlossen in U-Form für reversible Prozesse

einsetzen $\Delta U = U_2 - U_1 = W_{\text{en},12} - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV \rightarrow$ Falls Volumen konstant ist



1. HS geschlossen in H-Form mit $H \equiv U + pV$

einsetzen $\Delta H = H_2 - H_1 = W_{\text{en},12} + \int_{p_1}^{p_2} V \, dp \rightarrow$ Falls Prozesse isobar sind

kalorische Zustandsgleichung für Gase

$U_2 - U_1 = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$

$H_2 - H_1 = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$ nur Gase

$c_p = c_v + \frac{R}{M} \approx \frac{R}{M} = 287 \frac{J}{kg \cdot K}$

$k = \frac{c_p}{c_v}$

kalorische Zustandsgleichungen & Feststoffe:

$U_2 - U_1 = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)$

bei T₂ und T₁ meistens die U-Form

$H_2 - H_1 = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) + V(p_2 - p_1)$

nur falls p₂ unterschiedlich zu p₁

1. HS in differentieller Form:

$\frac{dU}{dt} = I_{W, \text{en}} + I_{W, \text{mech}}$

Wärme: $W_{\text{en},12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W, \text{en}} \, dt$

Arbeit: $W_{\text{mech},12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W, \text{mech}} \, dt$

Freiheitsgrade:

$c_v = 2 \cdot \frac{R}{M}$ $k = \frac{1+\gamma}{2}$

1-Atomig: $\gamma = \frac{5}{3}$

2-Atomig: $\gamma = \frac{7}{5}$

mehr-Atomig: $\gamma = \frac{6}{3}$

Bsp. 0.5 kg Eis bei -10°C mit Föhn für 1 min mit 50W erwärmen
Um wie viel K erwärmt sich das Eis?

1. HS in H-Form $\rightarrow$ weil p=const

$H_2 - H_1 = W_{\text{en},12} + \int_{p_1}^{p_2} V \, dp$
 $m \cdot c_s \cdot (T_2 - T_1)$ $\int_{p_1}^{p_2} V \, dp = 0$

$W_{\text{en},12} = I_{W, \text{en}} \cdot \Delta t = 50W \cdot 60s = 3000J$

$m \cdot c_s \cdot (T_2 - T_1) = W_{\text{en},12}$

$\Delta T = \frac{W_{\text{en},12}}{m \cdot c_s} = \frac{3000J}{0.5kg \cdot 2000 \frac{J}{kg \cdot K}} = 3K$

Volumenänderungsarbeit Isobar:

$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = -p_1(V_2 - V_1)$

↳ Kompression $V_2 < V_1$: Arbeit zugeführt

↳ Expansion $V_2 > V_1$: Arbeit abgeführt

Ausgetauschte Wärme Isobar:

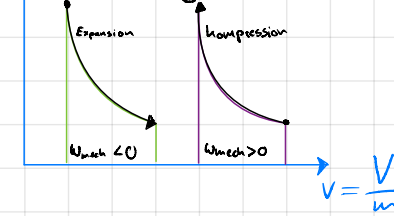
$W_{\text{en},12} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$

↳ Kompression $T_2 < T_1$: Wärme abgeführt

↳ Expansion $T_2 > T_1$: Wärme zugeführt

Isotherme Zustandsänderung idealer Gase:

PV-Diagramm:



ideale Gasgleichung:

$p \cdot V = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T = \text{const}$

↳ $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$

Energiebilanz:

$U_2 - U_1 = W_{\text{en},12} - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$
 $= 0 \rightarrow$ innere Energie = 0

Volumenänderungsarbeit:

$W_{\text{mech},12} = -m \cdot \frac{R}{M} \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

↳ Kompression $V_2 < V_1$: Arbeit zugeführt

↳ Expansion $V_2 > V_1$: Arbeit abgeführt

Ausgetauschte Wärme:

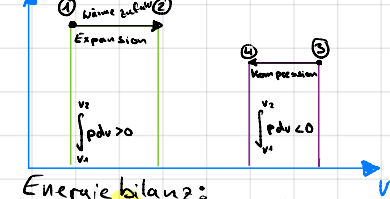
$W_{\text{en},12} = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

↳ Kompression $V_2 < V_1$: Wärme abgeführt

↳ Expansion $V_2 > V_1$: Wärme zugeführt

Isobare Zustandsänderungen idealer Gase:

PV diagramm:



ideale Gasgleichung:

$\frac{V}{T} = m \cdot \frac{R}{M} \cdot \frac{1}{p} = \text{constant}$

↳ $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

Energiebilanz:

$\Delta H = H_2 - H_1 = W_{\text{en},12} + \int_{p_1}^{p_2} V \, dp$
 $\int_{p_1}^{p_2} V \, dp = 0$

Grenzfall unendlich langsame Kompression



Das Gas hat genügend "Zeit", Wärme an die Umgebung abzugeben und bleibt deshalb näherungsweise isotherm
 $\rightarrow$ Prozess kann als isotherm Kompression approximiert werden

Grenzfall unendlich schnelle Kompression



Das Gas hat keine "Zeit", Wärme an die Umgebung abzugeben und erwärmt sich deshalb maximal
 $\rightarrow$ Prozess kann als isentrope Kompression approximiert werden

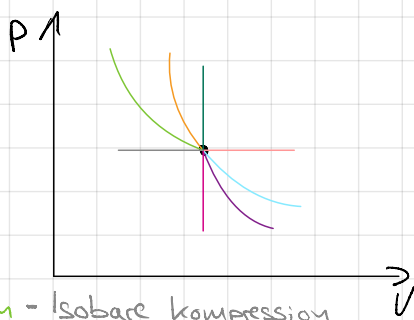
Isentrop = adiabat + reversible Zustandsänderung

PV Diagram

PV (Gross V = Volumen)
 Pv (klein v $\rightarrow v = \frac{V_{\text{Gross}}}{m}$)

- Eingeschlossene Fläche = Nettoarbeit
 $\rightarrow$ zugeführt + abgeführt
- Von rechts nach links wird zugeführt

- Isotherme Kompression - Isobare Kompression
- Isotherme Expansion - Isobare Expansion
- Isentrope Kompression - Isochore Wärmezufuhr
- Isentrope Expansion - Isochore Wärmeabfuhr



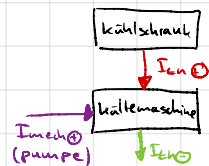
Kreisprozesse:

Wärmeleistungsmaschine / Motor: - rechtslaufender Kreisprozess

- Nutzen: Mechanische Arbeit
- Aufwand: zugeführte Wärme

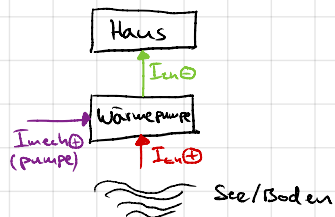
Kältemaschine: - linkslaufender Kreisprozess

- Nutzen: zugeführte Wärme
- Aufwand: zugeführte Arbeit



Wärmepumpe: - linkslaufender Kreisprozess

- Nutzen: Abgeführte Wärme
- Aufwand: zugeführte Arbeit



Kreisprozesse Vorgehen:

- 1) PV & TS Diagramme qualitativ zeichnen
- 2) Zustandsgrößen (T, P, V) an den Zeitpunkten ergänzen
- 3) Ausgetauschte Wärme & Arbeit bestimmen
- 4) Wirkungsgrad bestimmen

Wärmetransporte:

Allgemeine Schreibweise:

$$I_{KU} = \frac{\Delta T}{R_{KU}}$$

$\rightarrow$ analog zum Ohmschen Gesetz: $I_{EL} = \frac{U_{EL}}{R_{EL}}$

I_{KU} = Wärmestrom [W]
 ΔT = Temp. unterschied [K]
 R_{KU} = thermischer Widerstand [$\frac{K}{W}$]
 Treibende Kraft ($\Delta T=0 \Rightarrow I_{KU}=0$)

Anwendung:

$T_1 = 20^\circ C$
 metall

Flüssigkeit
 $T_1 = 100^\circ C$

$T_2 = T_2 = ?$

Endzustand:

Perfekte Isolation

$$U_A = U_E$$

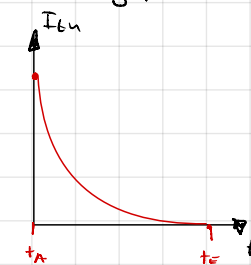
kalorische Zustandsgleichung:

$$\text{Flüssigkeit: } U_c = m_c \cdot c_c \cdot T_c$$

$$\text{Feststoff: } U_s = m_s \cdot c_s \cdot T_s$$

$$\begin{aligned} U_A &= U_{cA} + U_{sA} = m_c \cdot c_c \cdot T_{cA} + m_s \cdot c_s \cdot T_{sA} \\ U_E &= U_{cE} + U_{sE} = m_c \cdot c_c \cdot T_E + m_s \cdot c_s \cdot T_E \\ \rightarrow T_E &= \frac{(m_c \cdot c_c \cdot T_{cA} + m_s \cdot c_s \cdot T_{sA})}{(m_c \cdot c_c + m_s \cdot c_s)} \end{aligned}$$

Beliebiger Zeitpunkt zwischen T_A & T_E :



$$I_{KU} = \frac{\Delta T}{R_{KU}} = \frac{(T_F - T_S)}{R_{KU}}$$

$$R_{KU} = \frac{1}{A \cdot \alpha}$$

α muss gegeben sein
 Oberfläche Metall

$$m \cdot c_s \cdot \frac{dT_s}{dt} = \frac{T_F - T_S}{R_{KU}}$$

Berechnung R_{KU} :

- einfacher Fall:

Thermische Leitfähigkeit $k \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$
 Taussen
 Querschnittsfläche A
 d

$$R_{KU} = \frac{1}{k} \cdot \frac{d}{A}$$

$\rightarrow$ Analog Leiterwiderstand (Leitfähigkeit)

... häufig andere Fälle:



Ansatz: $I_{eh} = \frac{T_s - T_c}{R_{eh}}$

Le empirischer Ansatz: "Newtonsches Kühlgesetz"

$I_{eh} = A \cdot \alpha \cdot (T_s - T_c)$

Wärmeübergangskoeffizient

$R_{eh} = \frac{(T_s - T_c)}{A \cdot \alpha \cdot (T_s - T_c)} = \frac{1}{A \cdot \alpha} \rightarrow R_{eh} = \frac{1}{A \cdot \alpha}$

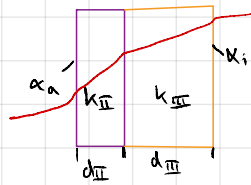
alternative:

$I_{eh} = A \cdot u \cdot (T_s - T_c)$

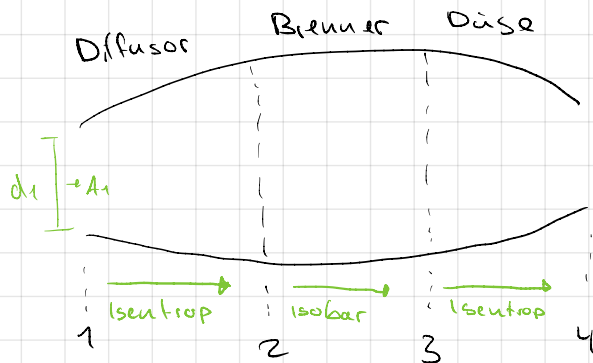
[W3]

Wärmedurchgang

$u = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_o} + \frac{d_{II}}{k_{II}} + \frac{d_{III}}{k_{III}} + \frac{1}{\alpha_i}}$



Einfaches Triebwerk offen:



$T_1 = T_u$

1 → 2

$I_{mech} = 0$; $I_{eh} = 0$ weil kein Verdichter & isentrop

$T_2: c_p \cdot (T_2 - T_1) - \frac{1}{2} c_1^2 = 0 \rightarrow T_2 = T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{c_1^2}{c_p}$

$P_2: P_2 = P_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

$T_3: c_p \cdot (T_3 - T_2) = \frac{I_{eh}}{I_m} \rightarrow T_3 = T_2 + \frac{I_{eh}}{c_p I_m}$

T_4 : isentropen gleichung

$c_4 = \sqrt{c_1^2 + 2 \left(\frac{I_{eh}}{I_m} - c_p \cdot (T_4 - T_1) \right)}$

$I_m: I_m = d_1 \cdot A_1 \cdot c_1$

η_{innen} :

$\eta_i = \frac{I_m (c_2^2 - c_1^2) : 2}{I_{eh23}} = \dots$ Pro ... kg Luft durchsatz ... Verbrennungswärme zugeführt

$\eta_{aussein}$:

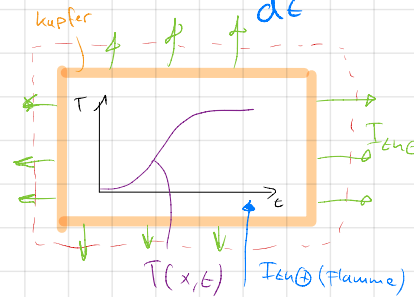
$\eta_a = \frac{I_m \cdot c_1 \cdot (c_4 - c_1)}{I_m \cdot (c_4^2 - c_1^2) : 2} = \frac{2 c_1}{c_4 + c_1}$
= Vortriebswiderstand

$\eta_{thermisch}$:

$\eta_{eh} = \eta_i \cdot \eta_a$

Kupfer erwärmen Flamme:

Wie lässt sich der Wärmestrom $I_{eh\oplus}$ von der Flamme in das Kupferblech indirekt über die mittlere Aufwärmrate des Kupfers $\frac{d\bar{T}_c}{dt}$ bestimmen, falls $m_{cu} \approx 1.44 \text{ kg}$ und $c_{cu} \approx 385 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$



$\bar{T}_c = \frac{1}{L} \int_0^L T(x,t) dx$

Aus messung bekannt: $\frac{d\bar{T}}{dt} = 0.44 \frac{\text{K}}{\text{s}}$

Energiebilanz Kupfer:

$\frac{dU}{dt} = I_{eh\oplus} + I_{eh\ominus}$

$U = m \cdot c \cdot \bar{T}$

$m \cdot c \cdot \frac{d\bar{T}}{dt} = I_{eh\oplus} + I_{eh\ominus}$

Annahme: Zu Anfang gilt: $I_{eh\ominus} < I_{eh\oplus}$

$\rightarrow I_{eh\oplus} = m_c \cdot \frac{d\bar{T}}{dt} = 1.44 \text{ kg} \cdot 385 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 0.44 \frac{\text{K}}{\text{s}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = W = \underline{\underline{243.936 \text{ W}}}$

Le Somit nur ein Bruchteil der Flammenleistung

T,S Diagramm:



1→2: Isotherme Wärmezufuhr: $W_{en12} = 400 \text{ kJ}$
 $T_1 = T_2 = 500 \text{ K}$

$$\Delta S_{12} = \frac{W_{en12}}{T_1} = \frac{400 \cdot 10^3}{500 \text{ K}} = \frac{4}{5} \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 800 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

2→3: Isentrope Entspannung auf $T_3 = 400 \text{ K}$

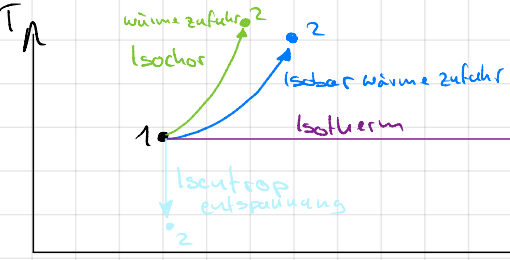
$$\Delta S_{34} = \frac{W_{en34}}{T_4} = \frac{400 \cdot 10^3}{400 \text{ K}} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

4→5: Isentrope Entspannung auf $T_5 = 200 \text{ K}$

5→6: Isotherme Wärmeabfuhr: $W_{en56} = -800 \text{ kJ}$
 $T_5 = T_6 = 200 \text{ K}$

$$\Delta S_{56} = \frac{W_{en56}}{T_5} = \frac{-800 \cdot 10^3}{200 \text{ K}} = -4000 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{16} = \Delta S_{12} + \Delta S_{34} + \Delta S_{56} = -2200 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$



Entropie idealer Gase:

$$S_2 - S_1 = m \cdot \left[c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{R}{M} \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right]$$

$$S_2 - S_1 = m \cdot \left[c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{R}{M} \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \right]$$

Spezifische Wärmekapazität c_v
 c_v = bei konstantem Volumen
 T = Temperatur [K]
 R = allg. Gaskonstante $8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
 M = Molare Masse $[\frac{\text{kg}}{\text{mol}}]$
 V = Volumen $[\text{m}^3]$

Emissivität und Strahlungsaustausch:

$$I_{en,rad} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

I_{en} = Strahlungsenergiestrom [W]
 ϵ = Emissivität

σ = Stefan Boltzmannkonstante
 $\rightarrow 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$

A = Oberfläche vom abstrahlenden Körper $[\text{m}^2]$

T = Temperatur [K]

- Anwendungsbeispiel 1: Strahlungsenergiestrom zwischen parallelen Flächen

Für eng beieinander liegende parallele Flächen

$$I_{en,rad} = \frac{\sigma \cdot A}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Falls $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$:

$$I_{en,rad} = \frac{\epsilon \cdot \sigma \cdot A}{2 - \epsilon} \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

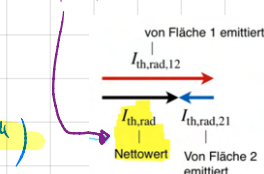
Falls $\epsilon_1 \approx \epsilon_2 \approx 1$:

$$I_{en,rad} = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Beispiele für ϵ

aluminium	0.05	gypsum	0.85
polished	0.05	glass	0.94
oxydized	0.15	graphite	0.42
copper	0.1	rubber	0.92
polished	0.8	wood	0.85
oxydized	0.31	soot	0.95
nickel	0.31	paper	0.85
oxydized	0.7		
iron			
rusted			

$I_{en,rad}$ = Nettowert

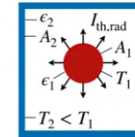


- Anwendungsbeispiel 2:

Strahlungsenergiestrom Körper in Umgebung

- Strahlt ein heißer Körper mit T_1 gegen eine kühlere Umgebung mit T_2 so erhält man für den netto-Strahlungsenergiestrom näherungsweise

$$I_{th,rad} = \epsilon_1 \sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

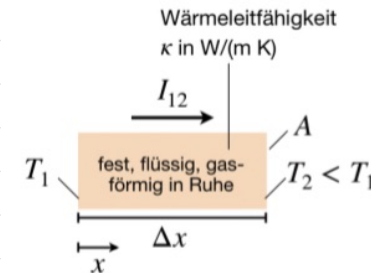


Wärmeleitung (Konduktion)

$$I_{12} = \frac{T_2 - T_1}{R_{12}} = A \cdot k \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$I_{12} = -A \cdot k \cdot \frac{dT}{dx}$$

$$I_{12} = -\frac{T}{R_{12}}$$



Konvektion:

$$\Delta \varphi = \frac{P}{\left(\frac{R}{m} \cdot \Delta T\right)}$$

Wärmeflüsse über Oberflächen

Newton'sches "Kühlgesetz" für Konvektion

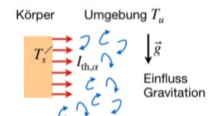
$$I_{th,\alpha} = \frac{T_s - T_u}{R_\alpha} = A \alpha (T_s - T_u)$$

$$R_\alpha = \frac{1}{A \alpha} \rightarrow I_{th,\alpha} = \frac{\Delta T}{R_\alpha}$$

- α hängt von den Strömungsverhältnissen in der unmittelbaren Umgebung der Oberfläche ab. Für Gase gelten folgende grobe Abschätzungen:

- Naturkonvektion: $\alpha \approx 2 - 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$
 - Erzwungene Konvektion: $\alpha \approx 50 - 200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

Naturkonvektion



Erzwungene Konvektion



Energiebilanz

Energiebilanz (1. HS) für offene, stationäre Systeme

$\Delta \Psi = \Psi_2 - \Psi_1$: Änderung von Ψ zwischen Eintritt 1 und Austritt 2

Änderung verschiedener Energieflüsse zwischen 1 und 2

Δ innerer Energiestrom ΔI_u	$I_m (u_2 - u_1)$
Δ Druckenergiestrom ΔI_p	$I_m (p_2 v_2 - p_1 v_1)$
Δ kinetische Energiestrom ΔI_{kin}	$I_m (c_2^2/2 - c_1^2/2)$
Δ potentielle Energiestrom ΔI_{pot}	$I_m g (z_2 - z_1)$ (z zeigt weg vom Erdmittelpunkt)

Austausch thermische und mechanische Leistungen mit Umgebung

Wärmestrom an/von Umgebung I_{th}

Mech. Leistung an/von Umgebung I_{mech}

Kombination zum 1. HS offen, stationär

$$\Delta I_u + \Delta I_p + \Delta I_{kin} + \Delta I_{pot} = I_{th} + I_{mech}$$

Energiebilanz (1. HS) für offene, stationäre Systeme

Als Leistungen formulierter 1. HS offen, stationär

... mit $(h_2 - h_1) = (u_2 + p_2 v_2) - (u_1 + p_1 v_1)$ folgt

$$I_m \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th} + I_{mech}$$

Eigenschaften des 1. HS für offene, stationäre Systeme

- Gilt für kompressible und inkompressible, nicht-isotherme Strömungen.
- Erlaubt Austausch von Wärmeströmen I_{th} mit der Umgebung.
- Austausch von mechanischen Leistungen $I_{mech} = I_{mech}^{rev} + I_{mech}^{diss}$ mit der Umgebung.
- I_{mech}^{rev} berücksichtigt primär die Leistung von Druckkräften, I_{mech}^{diss} die Leistung von Scherkräften, die z.B. am Schaufelrad einer Turbine angreifen.

Energiebilanz offen, stationär für Gase

Vernachlässigung potentieller Energieänderungen: $\Delta I_{pot} \approx 0$

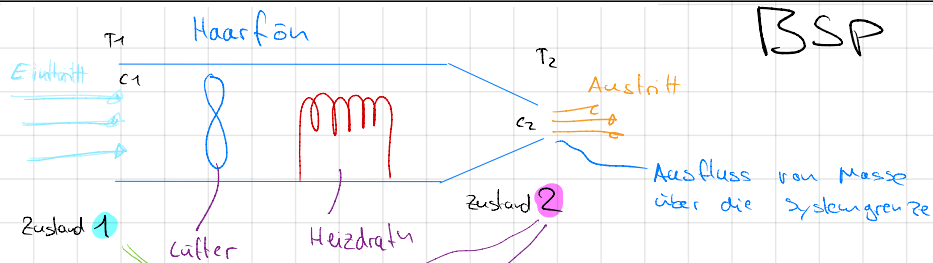
$$I_m \left[c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) \right] = I_{th} + I_{mech}$$

geschwindigkeit

Isentrope Kompression von Gasen: $I_{th} \approx 0, \Delta I_{kin} \approx 0$

1. HS offen $I_m c_p (T_2 - T_1) = I_{mech}$ Isotropengleichung $T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$

$\rightarrow I_{mech,12} = I_m c_p T_1 \left[\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1 \right]$... die mechanische Leistung (Zufuhr bei Kompression, Abfuhr bei Expansion) folgt aus den Messgrößen I_m, T_1, p_1, p_2



$$I_m \left[c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) \right] = I_{th} + I_{mech}$$

Heizleistung Heizdraht [W] z.B. 1000W
mechanische Leistung [W] Motor Lüfterleistung z.B. 50W

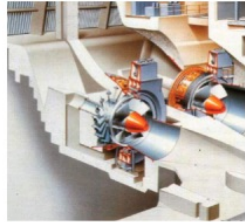
Energiebilanz offen, stationär für Flüssigkeiten

Flüssigkeiten sind inkompressibel: $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$I_m \left[c_L (T_2 - T_1) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2} + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th} + I_{mech}$$

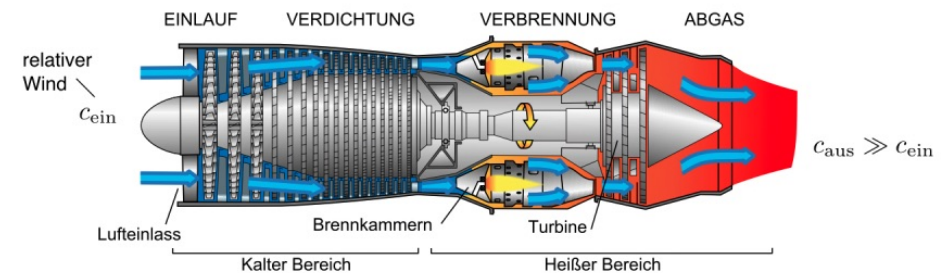
Ideale Prozessleistung einer Wasserturbine

- Keine Dissipation (Reibung): $T_1 \approx T_2$
- Kein Wärmeaustausch mit Umgebung: $I_{th} \approx 0$
- Vernachlässigung Änderungen der potentiellen und kinetischen Energien: $\Delta I_{pot} \approx 0, \Delta I_{kin} \approx 0$



$$\frac{I_m}{\rho} (p_2 - p_1) = I_{mech}^{rev} \rightarrow I_{mech}^{rev} = I_V \Delta p$$

Einstrom-Strahltriebwerk



Schubkraft (aus Impulsbilanz)

$$F_S = I_m (c_{aus} - c_{ein})$$

Vorschubleistung

$$P_{mech} = F_S c_{ein} = I_m (c_{aus} c_{ein} - c_{ein}^2)$$

Elektrodynamik:

Elementarladung: $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Ladung: $Q = I \cdot t$

$$1 \text{ C} = 1 \text{ As} = 0.2778 \text{ mAh} = 0.0002778 \text{ Ah}$$

Coulomb-Kraft:

$$\vec{F}_{C12} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 8.987 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}}$$

Elektrischer Fluss: (Maxwell I) $\rightarrow$ Elektrisches Feld

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Elektrische Ladungen sind "Quellen" des $\vec{E}$ -Felds $[\frac{\text{N}}{\text{C}}]$

Elektrische Kraft vergleich Gravitationskraft:

$$\frac{F_{el}}{F_g} = \frac{e \cdot E}{m \cdot g}$$

E = elektrisches Feld $[\frac{\text{N}}{\text{C}}]$
 e = Elementarladung $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Gravitationspotential:

$$\varphi_G(P) = - \int_{\infty}^P \vec{g}_M(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

Potenitielle Energie in P:
 $E_{\text{pot},G}(P) = m \cdot \varphi_G(P)$

Gravitationspotential differenz:

$$\Delta \varphi_G = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{g}_M(\vec{r}) \cdot d\vec{s}$$

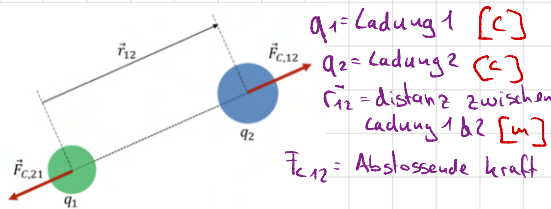
Änderung potentielle Energie
 $\Delta E_{\text{pot},G} = m \cdot \Delta \varphi_G$

e = Elementarladung $[\text{C}]$

Q = Ladung (extensive Grösse) $[\text{C}]$

I = Strom $[\text{A}]$

t = Zeit $[\text{s}]$



Kraftfeld:

$$\vec{F}_G(\vec{r}) = m \cdot \vec{g}_M(\vec{r})$$

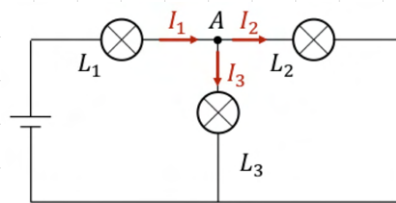
Potentialfeld:

$$E_{\text{pot},G}(P) = m \cdot \left(- \int_{\infty}^P \vec{g}_M(\vec{r}) \cdot d\vec{s} \right) = m \cdot \varphi_G(P)$$

Gravitationspotential Punktmasse:

$$\varphi_G(P) = - G \cdot \frac{M}{r_P}$$

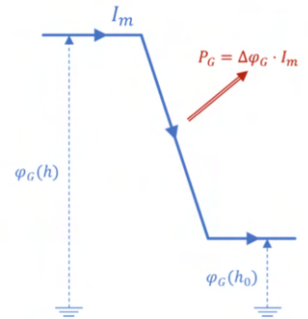
Kirchhoff-Regel:
 Knotensatz



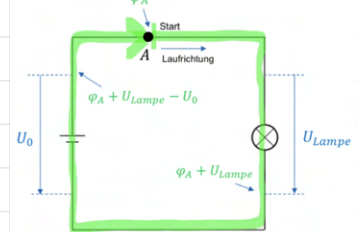
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Elektrotechnik:

Bei Gleichstrom gilt:		
Spannung	$U = \frac{R \cdot I}{\sqrt{P \cdot R}}$	- Formelzeichen: U - Einheitenname: Volt - Einheitenzeichen: V - Einheitenvorsätze (Beispiele): $1 \text{ mV} = 0.001 \text{ V} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ V}$ $1 \text{ kV} = 1000 \text{ V} = 1 \cdot 10^3 \text{ V}$ $1 \text{ MV} = 1000000 \text{ V} = 1 \cdot 10^6 \text{ V}$
	$I = \frac{U}{R} = \sqrt{\frac{P}{R}}$	- Formelzeichen: I - Einheitenname: Ampere - Einheitenzeichen: A - Einheitenvorsätze (Beispiele): $20 \mu\text{A} = 0.000020 \text{ A} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ A}$ $55 \text{ mA} = 0.055 \text{ A} = 55 \cdot 10^{-3} \text{ A}$ $0.5 \text{ kA} = 500 \text{ A} = 0.5 \cdot 10^3 \text{ A}$
Widerstand	$R = \frac{U}{I} = \frac{U^2}{P}$	- Formelzeichen: R - Einheitenname: Ohm - Einheitenzeichen: Ω - Einheitenvorsätze (Beispiele): $1 \text{ m}\Omega = 0.001 \Omega = 1 \cdot 10^{-3} \Omega$ $1 \text{ k}\Omega = 1000 \Omega = 1 \cdot 10^3 \Omega$ $1 \text{ M}\Omega = 1000000 \Omega = 1 \cdot 10^6 \Omega$
	$P = \frac{U \cdot I}{I^2 \cdot R} = \frac{U^2}{R}$	- Formelzeichen: P - Einheitenname: Watt - Einheitenzeichen: W - Einheitenvorsätze (Beispiele): $1 \text{ mW} = 0.001 \text{ W} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ $1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} = 1 \cdot 10^3 \text{ W}$ $1 \text{ MW} = 1000000 \text{ W} = 1 \cdot 10^6 \text{ W}$



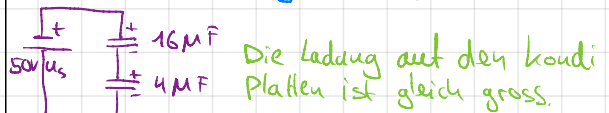
Maschensatz



$$U_{\text{Lampe}} - U_0 = 0$$

Kondensator seriell bsp.

Kondis werden aufgeladen, welche Spannung wird nach Laden gemessen?



$$Q = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 \quad U_S = U_1 + U_2$$

$$U_S = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = Q \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right)$$

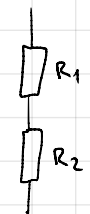
$$U_S = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \cdot U_S \rightarrow U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot U_S$$

$$= \frac{4 \mu\text{F}}{16 \mu\text{F} + 4 \mu\text{F}} \cdot 50\text{V} = 10\text{V}$$

$$U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U_S = \frac{16 \mu\text{F}}{16 \mu\text{F} + 4 \mu\text{F}} \cdot 50\text{V} = 40\text{V}$$

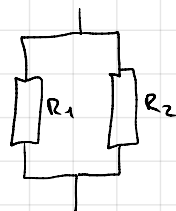
Widerstände:

Reihe:



$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

Parallel:



$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Kondensator:

$$Q = C \cdot U$$

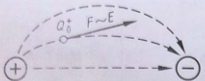
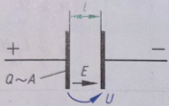
$$I = C \cdot \dot{U}$$

$$W_L = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

Q = Ladung [C] = [As]

C = Kondensator [F]

W_L = Energie im Kondensator [J]

7 Elektrisches Feld, Kondensator			
7.1 Elektrische Feldstärke			
	E elektrische Feldstärke Q_0 elektrische Ladung im Feld F Kraft auf die Ladung Q_0	$[E] = \frac{N}{C} = \frac{N}{As} = \frac{V}{m}$	$E = \frac{F}{Q_0}$
7.2 Kondensator			
Kapazität			
	C Kapazität Q gespeicherte Ladung U Spannung am Kondensator W gespeicherte Energie E Feldstärke zwischen den Platten U Spannung zwischen den Platten	$[C] = \frac{As}{V} = F$ $[W] = VAs = J$	$C = \frac{Q}{U}$ $W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$ $E = \frac{U}{l}$
Plattenkondensator (homogenes Feld) Luft im Kondensator: $\epsilon_r \approx 1$ $\epsilon \approx \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$	C Kapazität l Plattenabstand A wirksame Plattenfläche (Feldquerschnitt)	$[C] = \frac{As \cdot m^2}{Vm \cdot m} = F$	$C = \epsilon \cdot \frac{A}{l}$
Dielektrikum im Kondensator: $\epsilon_r > 1$	ϵ Permittivität* ϵ_0 elektr. Feldkonstante ϵ_r Permittivitätszahl, relat. Permittivität σ Flächenladungsdichte, Ladungsbedeckung**	$[\epsilon] = [\epsilon_0] = \frac{As}{Vm} = \frac{F}{m}$ $[\sigma] = \frac{As}{m^2}$	$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ $\sigma = \frac{Q}{A}$
 Schaltung von Kondensatoren: Seite 23	$[E] = \frac{As \cdot Vm}{m^2 \cdot As} = \frac{V}{m}$ Q Ladung auf den Platten F Kraft zwischen geladenen Kondensatorplatten * griech. Kleinbuchstabe Epsilon ** griech. Kleinbuchstabe Sigma	$[F] = \frac{As \cdot V^2}{Vm} = N$	$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ $F = \frac{1}{2} \cdot \epsilon \cdot \frac{U^2}{l^2} \cdot A$

Reihe:

$$C_{ges} = \frac{1}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}$$

Parallel:

$$C_{ges} = C_1 + C_2$$

Leiterwiderstand:

$$R_L = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

$$R_L = \frac{l}{\gamma \cdot A}$$

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

R_L = Leiterwiderstand [Ω]

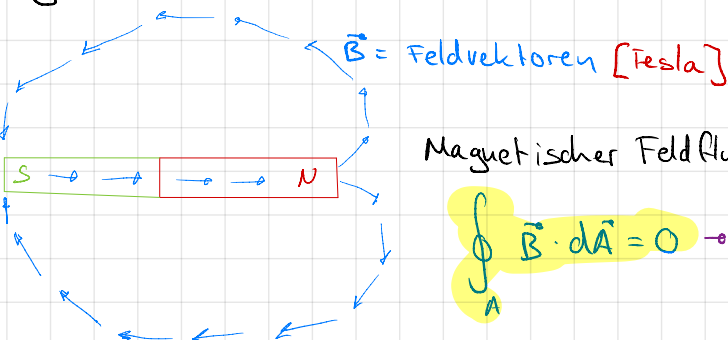
ρ = spezifischer Widerstand $\left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}\right]$

A = Leiterquerschnittsfläche [mm²]

γ = elektrische Leitfähigkeit $\left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}\right]$

l = Länge des Leiters [m]

Magnetfeld:



Magnetischer Feldfluss (Maxwell II):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \rightarrow \vec{B} \text{ Feldlinien sind immer geschlossen}$$

Magnetfeld eines Stromdurchflossenen Leiters

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$$

$$\mu_0 = \text{Mag. Feldkonstante} = 1,256637 \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

Kreuzprodukt:

$$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\varphi)$$

Magnetfeld innerhalb Spule:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

Gesamtes B-Feld:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r}$$

Magnetfeld um geraden Leiter:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Magnetfeld im Leiter:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r}{2\pi \cdot R^2} \quad r < R$$

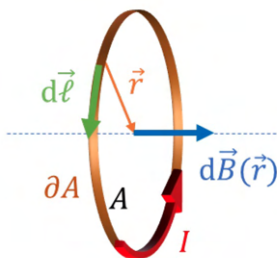
Ladungsstrom

verschiebungsstrom

Gesetz von Ampere (Maxwell III):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Energie Magnetfeld: weiter unten



7.3 Zeitkonstante bei RC-Schaltung, Ladezeit und Entladezeit			
	U ₀ Ladespannung, Spannung des geladenen Kondensators	$[\tau] = \frac{V \cdot As}{A \cdot V} = s$	$\tau = R \cdot C$
	u _C Momentanwert der Spannung am Kondensator		
	τ Zeitkonstante		
	C Kapazität	Eingabemodus e-Funktion: Taste e ^x	Laden: $u_C = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$
	R Widerstand im Stromkreis		
	t _C Ladezeit, Entladezeit		
	t Zeit, Dauer		Entladen: $u_C = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$
	e Eulersche Zahl (e = 2,718...)		

Lorentz-Kraft:

Lorentz-Kraft auf geladenes Teilchen

Negatives Teilchen in $\vec{B}$ -Feld

$\vec{B}$ -Feld zeigt aus Bildebene raus

Spitze vom Pfeil

$\vec{F}_B$

$\vec{v}$

Drücken

Positives Teilchen in $\vec{B}$ -Feld

$\vec{B}$ -Feld zeigt aus Bildebene raus

$\vec{F}_B$

$\vec{v}$

Magnetische Kraft auf bewegte Ladung

$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Einfluss nur wenn Teilchen sich nicht entlang $\vec{B}$ bewegt!

Richtung abhängig von Ladung des Teilchens!

Lorentz-Kraft

elektrostatische Kraft
Coulombkraft
magnetische Kraft

$\vec{F}_{Lorentz} = \vec{F}_C + \vec{F}_B = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Ladungsmenge

Magnetische Kraft auf stromdurchflossenen Leiter

$\vec{B} = \frac{N}{A \cdot m} [T]$

$\vec{F}_B$

Kraft auf Leiterstück = Summe der Kräfte auf alle Ladungsträger in Leiterstück

Volumen des Leiterstücks

Anzahl Ladungsträger im Leiterstück

Kraft auf ein Ladungsträger

$\vec{F}_B = n_q \cdot \ell A \cdot (q\vec{v}_d \times \vec{B})$

«Pattern matching» mit Ausdruck für I

Kraft auf Leiter

$\vec{F}_B = I \cdot (\vec{\ell} \times \vec{B})$

$F_B = I |\vec{\ell}| |\vec{B}| \sin(\angle \vec{\ell}, \vec{B})$

Strom

Strom richtung [T]

$\vec{B}$ feld richtung

= 1 bei 90°

Ladungsstrom

Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger, hier e^-

Ladungsdichte in C/m^3

Ladung aus diesem Volumen fließt in einer Sekunde durch A

$I = n_q q \cdot v_d A$

Ladungsträgerdichte, Anzahl e^- pro m^3

Ladung eines e^-

Drift geschwindigkeit im Leiter:

$v_d = \frac{I}{n_q \cdot q \cdot A}$

$n_q = \frac{1}{M_{Cu}} \cdot N_A \cdot \rho_{Cu} = 84.3 \cdot 10^{23} e^- \text{ pro } m^3$

v_d = Drift geschwindigkeit [m/s]

I = Strom [A]

$n_q = 84.3 \cdot 10^{23} e^- \text{ pro } m^3$

$q = \text{Ladung Elektron} = -1.602 \cdot 10^{-19} C$

A = Leiter querschnitt [m²]

M_{Cu} = Molmasse Kupfer = $63.55 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}$

N_A = Avogadro konstante = $6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$

ρ_{Cu} = Dichte Kupfer = $8.960 \frac{kg}{m^3}$

Anwendungsbeispiel - Hall-Effekt

Hall-Spannung messen

U_H

$\vec{E}_H$

$\vec{v}_d$

$\vec{F}_C = q\vec{E}_H$

$\vec{F}_B = q\vec{v}_d \times \vec{B}$

Hall-Spannung rechnen

$U_H = hE_H = hv_d B$

$v_d = \frac{1}{n_q q} \cdot \frac{I}{A}$ aus $I = n_q q v_d A$

$= \frac{1}{n_q q} \cdot \frac{I h B}{A}$

$A = h \cdot d$

$= \frac{1}{n_q q} \cdot \frac{I B}{d} = A_H \cdot \frac{I B}{d}$ mit der «Hall-Konstanten» $A_H = \frac{1}{n_q q}$

Stationärer Zustand: $\vec{F}_C + \vec{F}_B = 0$

In vertikaler Richtung: $qE_H - qv_d B = 0$

$E_H = v_d B$

$B = \frac{d}{A_H} \cdot \frac{U_H}{I}$

Anwendungsbeispiel - Drehmoment auf Leiterschleife

4 stromdurchflossene Leiter in $\vec{B}$ -Feld.. Kräfte auf Leiter:

$\vec{F}_{B,i} = I \cdot (\vec{\ell}_i \times \vec{B}) \quad i \in \{a, b, c, d\}$

- Kräfte auf d und c heben sich gegenseitig auf
- Kräfte auf a und b verursachen als Kräftepaar ein Drehmoment:

$\vec{M} = \vec{\ell}_c \times \vec{F}_a = I \cdot (\vec{\ell}_c \times \vec{\ell}_a) \times \vec{B} = I \cdot \vec{A} \times \vec{B}$

$I \cdot (\vec{\ell}_a \times \vec{B})$

Magnetisches Moment einer Leiterschleife

$\vec{\mu} := I \cdot \vec{A}$

Drehmoment auf Leiterschleife

$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

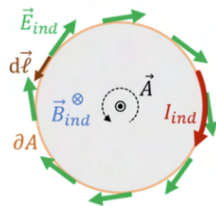
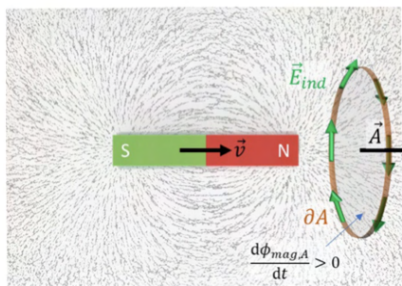
$\vec{A}$

$\vec{B}$

$\vec{F}_a$

$\vec{F}_b$

Induktion in geschlossener Leiterschleife



Geschlossene Leiterschleife → Induziertes Feld $\vec{E}_{ind}$ am Rand der Fläche → Induzierter Kreisstrom!

Unterscheidet $\vec{E}_{ind}$ vom Feld einer Ladung $\vec{E}_Q$

$$\oint \vec{E}_Q \cdot d\vec{\ell} = 0$$

$$\oint \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_{mag,A}}{dt}$$

Gesetz von Faraday allgemein

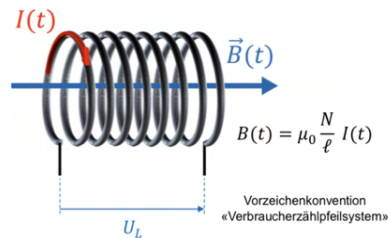
Induktion | 1. Semester Physik 300 | Induktion | 377

Selbstinduktion einer idealen Spule

Induzierte Spannung: $U_{ind} = -\frac{d\phi(t)}{dt}$

$$\phi(t) = N \int_A \vec{B}(t) \cdot d\vec{A} = N B(t) A$$

$$= \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{\ell}\right)^2 \cdot A \ell \cdot I(t)$$



Vorzeichenkonvention «Verbraucherzählsystem»

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{\ell}\right)^2 \cdot A \ell \cdot \dot{I}(t)$$

Induktivität L der Zylinderspule

Induktivität Zylinderspule

$$L_{Spule} = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{\ell}\right)^2 \cdot A \ell$$

Windungsdichte Volumen

Selbstinduktionsspannung allgemein

$$U_L = L \cdot \dot{I}$$

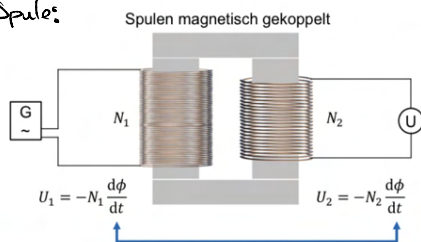
(Idealer) Transformator

Induktionsspannung Spule:

$$U_{ind} = N \cdot \left(-\frac{d\Phi}{dt}\right)$$

$$\Phi_B = B \cdot A$$

Wechselstrom-generator



$$U_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Spannungsverhältnis

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Idealer Transformator

Keine Energieverluste bei Übertragung

$$P_1 = P_2$$

$$U_1 I_1 = U_2 I_2$$

Stromverhältnis

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Magnetfeld in langer Spule

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{\ell}$$

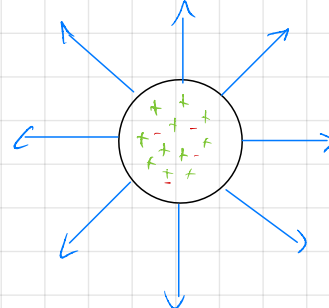
Energie Magnetfeld

$$W_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot B^2 \cdot V$$

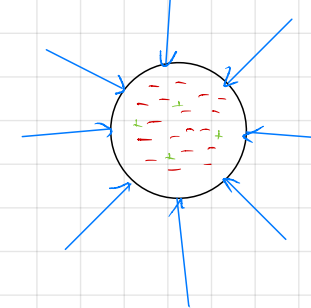
$$W_L = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Elektrisches Feld:

Das elektrische Feld geht immer von Plus nach Minus



Positiver Ladungsüberschuss



Negativer Ladungsüberschuss

Kraft auf Leiter im Magnetfeld:

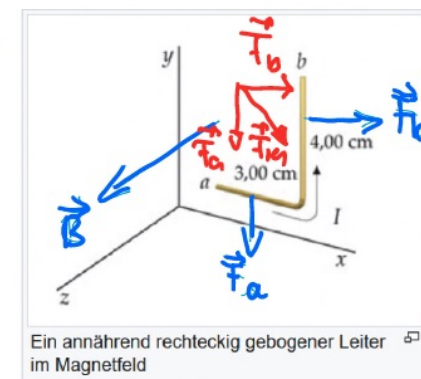
Durch den in der Abbildung skizzierten Leiterabschnitt fließt ein Strom von $I = 1.8 \text{ A}$ von a nach b. Den Leiterabschnitt umgibt ein Magnetfeld $\vec{B} = (1.2 \text{ T}) \hat{z}$. ($\hat{z}$ ist der Einheitsvektor in z-Richtung.)

(a) Berechnen Sie die insgesamt auf den Leiter wirkende Kraft.

(b) Zeigen Sie, dass sich die gleiche Kraft ergibt, wenn der Leiterabschnitt geradlinig von a nach b verläuft und vom selben Strom durchflossen wird.

Quelle: M. Jazbinsek

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A m}} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{A s}^2}$$



Ein annähernd rechteckig gebogener Leiter im Magnetfeld

- Richtung B-Vektor gegeben → z Richtung
- Richtung von I aufgeteilt in I_a & I_b
 $I_a = 3 \text{ cm}$, $I_b = 4 \text{ cm}$

- F_a & F_b anhand Rechte Hand regel richtung bestimmen
- Kraft auf Leiterstücke berechnen:

$$F_A = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B} = I \cdot |\vec{\ell}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin(90^\circ) = I \cdot \ell \cdot B = 1.8 \text{ A} \cdot 0.03 \text{ m} \cdot 1.2 \text{ T} = 0.0648 \text{ N}$$

$$F_B = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B} = 1.8 \text{ A} \cdot 0.04 \text{ m} \cdot 1.2 \text{ T} = 0.0864 \text{ N}$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0864 \text{ N} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

weil gegen positive y Richtung

Kraft zwischen zwei parallelen Drähten

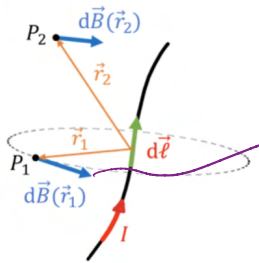
Zwei Drähte einer $l = 2.0 \text{ m}$ langen Stromleitung haben einen Abstand von $d = 3.0 \text{ mm}$ und führen einen Gleichstrom von $I = 8.0 \text{ A}$. Die Ströme fließen in entgegengesetzter Richtung.

Berechnen Sie die zwischen diesen beiden Drähten wirkende Kraft (den Betrag und die Richtung).

Quelle: M. Jazbinsek

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

In diesem Fall wenn wir wissen wollen wie das Magnetfeld des einen Leiters den anderen beeinflusst setzen wir für r den Abstand der zwei Leiter.



Richtung des B-Feld mittels Rechtenhand und Stromrichtung

$$|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2| = B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs} \cdot 8 \text{ A}}{\text{Am} \cdot 2\pi \cdot 0.003 \text{ m}} = 0.53 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F = I \cdot l \cdot B = 8 \text{ A} \cdot 2 \text{ m} \cdot 0.53 \cdot 10^{-3} \text{ T} = 0.00848 \text{ N} = 8.48 \text{ mN}$$

Skalarprodukt:

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos(\alpha)$$

9.3 Ohmsches Gesetz für den Wechselstromkreis

	R Wirkwiderstand X_L induktiver Blindwiderstand X_C kapazitiver Blindwiderstand Z Scheinwiderstand U Gesamtspannung U_w Wirkspannung U_{bl} induktive Blindspannung U_{bc} kapazitive Blindspannung I Gesamtstrom I_w Wirkstrom I_{bl} induktiver Blindstrom I_{bc} kapazitiver Blindstrom	Für Reihenschaltung: $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$	$U = I \cdot Z$ $U_w = I \cdot R$ $U_{bl} = I \cdot X_L$ $U_{bc} = I \cdot X_C$
	R Wirkwiderstand X_L induktiver Blindwiderstand X_C kapazitiver Blindwiderstand Z Scheinwiderstand U Gesamtspannung U_w Wirkspannung U_{bl} induktive Blindspannung U_{bc} kapazitive Blindspannung I Gesamtstrom I_w Wirkstrom I_{bl} induktiver Blindstrom I_{bc} kapazitiver Blindstrom	Für Parallelschaltung: $I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$	$I_w = \frac{U}{R}$ $I_{bl} = \frac{U}{X_L}$ $I_{bc} = \frac{U}{X_C}$ $I = \frac{U}{Z}$

Reihenschaltung von Kapazitäten

	C Ersatzkapazität $C_1, C_2, \dots$ Teilkapazitäten X_C kapazitiver Ersatzblindwiderstand $X_{C1}, X_{C2}, \dots$ kapazitive Teilblindwiderstände	Für zwei Kapazitäten: $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$ $X_C = X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + \dots$
--	--	--	---

Parallelschaltung von Kapazitäten

	C Ersatzkapazität $C_1, C_2, \dots$ Teilkapazitäten B_C kapazitiver Ersatzblindleitwert $B_{C1}, B_{C2}, \dots$ kapazitiver Teilblindleitwert X_C kapazitiver Ersatzblindwiderstand $X_{C1}, X_{C2}, \dots$ kapazitive Teilblindwiderstände	Für zwei kapazitive Blindwiderstände: $X_C = \frac{X_{C1} \cdot X_{C2}}{X_{C1} + X_{C2}}$	$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$ $B_C = B_{C1} + B_{C2} + B_{C3} + \dots$ $\frac{1}{X_C} = \frac{1}{X_{C1}} + \frac{1}{X_{C2}} + \frac{1}{X_{C3}} + \dots$
--	--	--	---

Reihenschaltung von Wirkwiderstand und Kapazität

	U Gesamtspannung U_w Wirkspannung U_{bc} kapazitive Blindspannung I Strom R Wirkwiderstand X_C kapazitiver Blindwiderstand Z Scheinwiderstand φ Phasenverschiebungswinkel $\cos \varphi$ Wirkfaktor $\sin \varphi$ Blindfaktor	$U = \sqrt{U_w^2 + U_{bc}^2}$ $U = I \cdot Z$ $U_w = U \cdot \cos \varphi$ $U_{bc} = U \cdot \sin \varphi$ $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ $R = Z \cdot \cos \varphi$ $X_C = Z \cdot \sin \varphi$
--	---	---

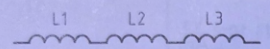
Parallelschaltung von Wirkwiderstand und Induktivität

	I Gesamtstrom I_w Wirkstrom I_{bl} induktiver Blindstrom R Wirkwiderstand X_L induktiver Blindwiderstand Z Scheinwiderstand Y Scheinleitwert G Wirkleitwert B_L induktiver Blindleitwert φ Phasenverschiebungswinkel $\cos \varphi$ Wirkfaktor $\sin \varphi$ Blindfaktor	$G = Y \cdot \cos \varphi$ $B_L = Y \cdot \sin \varphi$ $\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}$	$I = \sqrt{I_w^2 + I_{bl}^2}$ $I_w = I \cdot \cos \varphi$ $I_{bl} = I \cdot \sin \varphi$ $Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$ $Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}}$ $R = \frac{Z}{\cos \varphi}$ $X_L = \frac{Z}{\sin \varphi}$
--	--	--	--

Kapazitiver Blindwiderstand, kapazitiver Blindleitwert

	C Kapazität X_C kapazitiver Blindwiderstand ω Kreisfrequenz B_C kapazitiver Blindleitwert	$[C] = \frac{\text{As}}{\text{V}} = \frac{\text{s}}{\Omega} = \text{F}$ $[X_C] = \frac{1}{\frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{\text{s}}{\Omega}} = \Omega$ $[B_C] = \frac{1}{\Omega} = \text{S}$	$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ $B_C = \omega \cdot C$
--	---	---	--

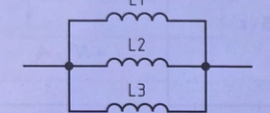
Reihenschaltung von Induktivitäten



L
 $L_1, L_2, \dots$ Teilinduktivitäten
 X_L induktiver Ersatzblindwiderstand
 $X_{L1}, X_{L2}, \dots$ induktive Teilblindwiderstände

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$
$$X_L = X_{L1} + X_{L2} + X_{L3} + \dots$$

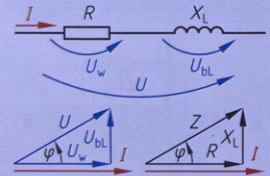
Parallelschaltung von Induktivitäten



L
 $L_1, L_2, \dots$ Teilinduktivitäten
 X_L induktiver Ersatzblindwiderstand
 $X_{L1}, X_{L2}, \dots$ induktive Teilblindwiderstände

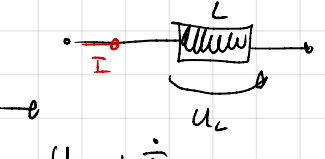
$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots$$
$$\frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L2}} + \frac{1}{X_{L3}} + \dots$$

Reihenschaltung von Wirkwiderstand und Induktivität

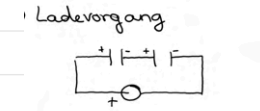


U Gesamtspannung
 U_w Wirkspannung
 U_{bl} induktive Blindspannung
 R Wirkwiderstand
 X_L induktiver Blindwiderstand
 Z Scheinwiderstand
 φ Phasenverschiebungswinkel

$$U = \sqrt{U_w^2 + U_{bl}^2}$$
$$U_w = U \cdot \cos \varphi; \quad U_{bl} = U \cdot \sin \varphi$$
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$
$$R = Z \cdot \cos \varphi; \quad X_L = Z \cdot \sin \varphi$$



$$U_L = L \cdot \dot{I}$$
$$\dot{I} = \frac{U_L}{L}$$
$$L = \text{Henry} = \frac{V \cdot s}{A}$$



Die Ladung auf den Kondensatorplatten ist gleich gross.

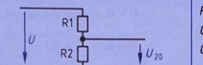
$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2$$

und $U_s = U_1 + U_2$

$$\Rightarrow U_s = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = Q \left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right)$$
$$\Rightarrow U_s = \frac{Q}{C_1 C_2} (C_1 + C_2)$$
$$\Leftrightarrow U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_s = \frac{4 \mu F}{16 \mu F + 4 \mu F} 50V = 10V$$
$$U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_s = \frac{16 \mu F}{16 \mu F + 4 \mu F} 50V = 40V$$

oder $U_2 = U_s - U_1 = 50V - 10V = 40V$

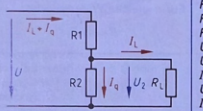
Unbelasteter Spannungsteiler



R_1, R_2 Teilwiderstände
 U Gesamtspannung
 U_{20} Teilspannung bei Leerlauf

$$U_{20} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$
$$R_1 = R_2 \left(\frac{U}{U_{20}} - 1 \right)$$

Belasteter Spannungsteiler

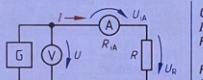


R_1, R_2 Lastwiderstand
 R_L Teilwiderstände
 U Ersatzwiderstand aus R_2 u. R_L
 U_{20} Gesamtspannung
 U_2 Teilspannung bei Belastung
 I_L Laststrom
 U_{20} Teilspannung bei Leerlauf
 I_q Querstrom
 q Querstromverhältnis

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_{2L}}$$
$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L} \quad q = \frac{I_q}{I_L} = \frac{R_L}{R_2}$$
$$R_2 = R_L \cdot \frac{U}{U_2} \cdot \frac{U_{20} - U_2}{U - U_{20}}$$

6.5 Widerstandsbestimmung

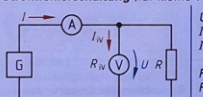
Spannungsfehlerschaltung (für große Widerstände)



U angezeigte Spannung
 I angezeigte Stromstärke
 R_A Innenwiderstand des Strommessers
 R zu bestimmender Widerstand
 U_A Spannung am Strommesser

$$R = \frac{U}{I} - R_A$$
$$R = \frac{U - U_A}{I}$$

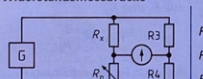
Stromfehlerschaltung (für kleine Widerstände)



U angezeigte Spannung
 I angezeigte Stromstärke
 I_N Strom durch den Spannungsmesser
 R_{IV} zu bestimmender Widerstand
 R Innenwiderstand des Spannungsmessers

$$R = \frac{U}{I - I_N}$$
$$R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_{IV}}}$$

Widerstandsmessbrücke



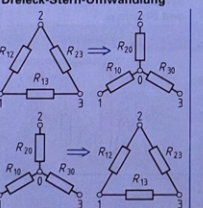
R_x unbekannter Widerstand
 R_n Vergleichswiderstand
 R_3, R_4 Brückenwiderstände

Abgleichbedingung:

$$R_x = R_n \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

6.6 Unabgeglichene Brückenschaltung (Dreieck-Stern-Umwandlung)

Dreieck-Stern-Umwandlung



Dreieck in Stern:

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$
$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$
$$R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

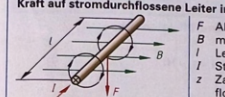
Stern in Dreieck:

$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20} + R_{10} + R_{20}}{R_{30}}$$
$$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{30} + R_{10} + R_{30}}{R_{20}}$$
$$R_{23} = \frac{R_{20} \cdot R_{30} + R_{20} + R_{30}}{R_{10}}$$

R_{10}, R_{20}, R_{30} Widerstände der Sternschaltung
 R_{12}, R_{13}, R_{23} Widerstände der Dreieckschaltung

8.3 Magnetische Feldkräfte

Kraft auf stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

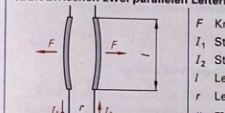


F Ablenkkraft
 B magnetische Flussdichte
 l Leiterlänge im Magnetfeld
 I Stromstärke im Leiter
 z Zahl der stromdurchflossenen Leiter im Feld
 N Windungszahl

$$[F] = \frac{Vs}{m^2} \cdot A \cdot m = \frac{Vs}{m} = \frac{Nm}{m}$$
$$F = B \cdot I \cdot l \cdot z$$

Bei Drehspulen: $z = 2 \cdot N$

Kraft zwischen zwei parallelen Leitern

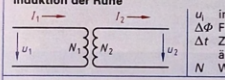


F Kraft zwischen den Leitern
 I_1 Stromstärke im Leiter 1
 I_2 Stromstärke im Leiter 2
 l Leiterlänge im Magnetfeld
 r Leiterabstand
 μ_0 magnet. Feldkonstante

$$[F] = \frac{Vs}{m^2} \cdot \frac{A^2 \cdot m}{Am \cdot m} = \frac{Nm}{m} = N$$
$$F = \mu_0 \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2 \pi \cdot r}$$
$$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

8.4 Induktion

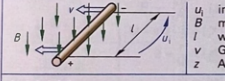
Induktion der Ruhe



u_1 induzierte Spannung
 $\Delta \Phi$ Flussänderung
 Δt Zeitdauer der Flussänderung
 N Windungszahl

$$[u_1] = \frac{Vs}{s} = V$$
$$u_1 = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

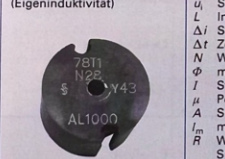
Induktion der Bewegung



u_1 induzierte Spannung
 B magnetische Flussdichte
 l wirksame Leiterlänge
 v Geschwindigkeit
 z Anzahl der Leiter

$$[u_1] = \frac{Vs}{m^2} \cdot m \cdot \frac{m}{s} = \frac{Vs}{m} = V$$
$$u_1 = B \cdot l \cdot v \cdot z$$

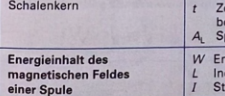
Induktivität (Eigeninduktivität)



u_1 Selbstinduktionsspannung
 L Induktivität
 ΔI Stromänderung
 Δt Zeitdauer der Änderung
 N Windungszahl
 Φ magnetischer Fluss
 I Stromstärke
 μ Permeabilität
 A Spulenquerschnitt
 l_m mittlere Feldlinienlänge
 R Widerstand im Spulenstromkreis
 τ Zeitkonstante
 t Zeit für Stromanstieg beim Einschalten
 A Spulenkonstante in nH/Wdg

$$[L] = \frac{Vs}{A} = H$$
$$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$
$$u_1 = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$
$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I}$$
$$L = \mu \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l_m}$$
$$\tau = \frac{L}{R}$$
$$t = 5 \cdot \tau$$
$$L = N^2 \cdot A$$

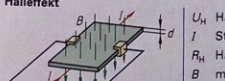
Energieinhalt des magnetischen Feldes einer Spule



W Energie
 L Induktivität
 I Stromstärke

$$[W] = \frac{Vs}{A} \cdot A^2 = Vs = J$$
$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

Halleffekt



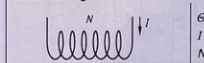
U_H Hallspannung
 I Stromstärke
 R_H Hallkonstante
 B magnetische Flussdichte
 d Dicke des Halbleiters

$$[R_H] = \frac{m^2}{As}$$
$$[U_H] = \frac{m^2}{As} \cdot A \cdot \frac{Vs}{m^2} \cdot \frac{1}{m} = V$$
$$U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

8 Magnetisches Feld

8.1 Magnetische Größen

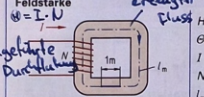
Durchflutung



Θ Durchflutung
 I Stromstärke
 N Windungszahl

$$[\Theta] = A$$
$$\Theta = I \cdot N$$

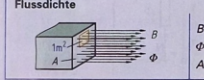
Feldstärke



H magnetische Feldstärke
 Θ Durchflutung
 I Stromstärke
 N Windungszahl
 l_m mittlere Feldlinienlänge

$$[H] = \frac{A}{m}$$
$$H = \frac{\Theta}{l_m}$$
$$H = \frac{I \cdot N}{l_m}$$

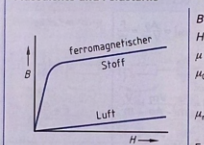
Flussdichte



B magnetische Flussdichte
 Φ magnetischer Fluss
 A Querschnittsfläche

$$[\Phi] = Vs = Wb$$
$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$
$$B = \frac{\Phi}{A}$$

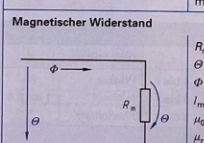
Flussdichte und Feldstärke



B magnetische Flussdichte
 H magnetische Feldstärke
 μ Permeabilität
 μ_0 magnet. Feldkonstante ($\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$)
 μ_r Permeabilitätszahl (relative Permeabilität)

$$[\mu] = \frac{Vs}{Am} = \frac{H}{m}$$
$$[\mu_0] = [\mu]$$
$$[H] = \frac{A}{m}$$
$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$
$$B = \mu \cdot H$$
$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

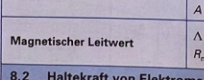
Magnetischer Widerstand



R_m magnetischer Widerstand
 Θ Durchflutung
 Φ magnetischer Fluss
 l_m mittlere Feldlinienlänge
 μ_0 magnet. Feldkonstante
 μ_r Permeabilitätszahl (relative Permeabilität)
 A Kernquerschnitt

$$[R_m] = \frac{A}{Vs} = \frac{1}{H}$$
$$R_m = \frac{\Theta}{\Phi}$$
$$R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

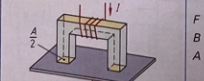
Magnetischer Leitwert



Λ magnetischer Leitwert
 R_m magnetischer Widerstand

$$[\Lambda] = \frac{Vs}{A} = H$$
$$\Lambda = \frac{1}{R_m}$$

8.2 Haltekraft von Elektromagneten



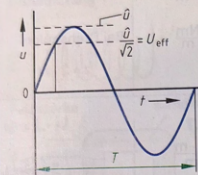
F Haltekraft, Tragkraft
 B magnetische Flussdichte
 A Gesamte Polfläche (wirksame Fläche)
 μ_0 magnet. Feldkonstante

$$[F] = \frac{T^2 \cdot m^2}{Am}$$
$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$
$$[A] = m^2$$
$$[F] = \frac{Vs}{m} \cdot \frac{m^2}{m^2} = \frac{Nm}{m} = N$$
$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$

9 Wechselstrom und Drehstrom

9.1 Grundgrößen des Wechselstroms

Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge, Augenblickswerte, Scheitelwerte, Effektivwerte



f	Frequenz
T	Periodendauer
ω	Kreisfrequenz
α_B	Winkel im Bogenmaß
t	Zeit
λ	Wellenlänge
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im leeren Raum ($c = 300\,000\text{ km/s}$)
u	Augenblickswert der Spannung
$\hat{u}, u_{\max}$	Scheitelwert der Spannung
U, U_{eff}	Effektivwert der Spannung
i	Augenblickswert des Stromes
$\hat{i}, i_{\max}$	Scheitelwert des Stromes
I, I_{eff}	Effektivwert des Stromes
p	Polpaarzahl
n	Drehzahl

$$[f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$[\omega] = \frac{1}{s}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Effektivwerte für Sinusform:

$$U_{\text{eff}} = U \cdot \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{\text{eff}} = I \cdot \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

Augenblickswerte:

$$u = \hat{u} \cdot \sin \alpha$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin \alpha$$

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

$$\alpha_B = \omega \cdot t$$

$$360^\circ \cong T$$

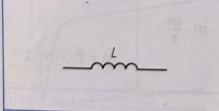
$$f = p \cdot n$$

$$360^\circ \cong 2\pi$$

Nichtsinusförmige Größen: Seite 26 und 53

9.2 Wechselstromwiderstände

Induktiver Blindwiderstand, induktiver Blindleitwert



L	Induktivität
X_L	induktiver Blindwiderstand
ω	Kreisfrequenz
B_L	induktiver Blindleitwert

$$[L] = \frac{Vs}{A} = H$$

$$[X_L] = \frac{1}{S} \cdot \Omega s = \Omega$$

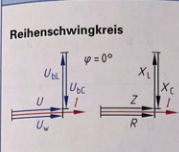
$$[B_L] = \frac{1}{\Omega} = S$$

$$[\omega] = \frac{1}{s}$$

$$X_L = \omega \cdot L$$

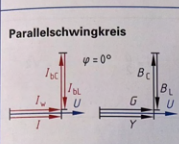
$$B_L = \frac{1}{\omega \cdot L}$$

9.4 Resonanz (Parallel- und Reihenschwingkreis)



f_r	Resonanzfrequenz
ω_r	Resonanzkreisfrequenz
L	Induktivität
C	Kapazität
X_L	induktiver Blindwiderstand
X_C	kapazitiver Blindwiderstand
R	Wirkwiderstand
Q	Gütefaktor
d	Verlustfaktor

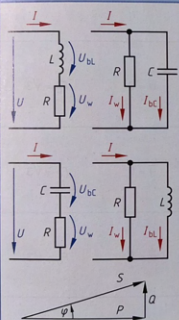
Bei Resonanz:
$X_L = X_C$
$ f_r = \frac{1}{s}$
$d = \frac{1}{Q}$
$f_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$



I_{BL}	induktiver Blindstrom
I_{BC}	kapazitiver Blindstrom
I	Gesamtstrom
U_{BL}	induktive Blindspannung
U_{BC}	kapazitive Blindspannung
U	Gesamtspannung
b	Bandbreite

Parallelresonanz:
$Q = \frac{I_{BL}}{I} = \frac{I_{BC}}{I} = \frac{R}{\omega_r \cdot L}$
Reihenresonanz:
$Q = \frac{U_{BL}}{U} = \frac{U_{BC}}{U} = \frac{\omega_r \cdot L}{R}$

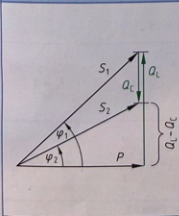
9.5 Leistung bei Wechselstrom



S	Scheinleistung
P	Wirkleistung
Q_C	kapazitive Blindleistung
Q_L	induktive Blindleistung
φ	Phasenverschiebungswinkel
$\cos \varphi$	Wirkfaktor
$\sin \varphi$	Blindfaktor
U	Gesamtspannung
U_w	Wirkspannung
U_{BL}	induktive Blindspannung
U_{BC}	kapazitive Blindspannung
I	Gesamtstrom
I_{BL}	induktiver Blindstrom
I_{BC}	kapazitiver Blindstrom
X_L	induktiver Blindwiderstand
X_C	kapazitiver Blindwiderstand

$[S] = V \cdot A = VA$
$[P] = V \cdot A = W$
$[Q_C] = var$
$[Q_L] = var$
$Q = \frac{U_{BL}^2}{X_L} ; Q_C = \frac{U_{BC}^2}{X_C}$
$Q_L = I_{BL}^2 \cdot X_L ; Q_C = I_{BC}^2 \cdot X_C$
$\cos \varphi = \frac{P}{S} ; \sin \varphi = \frac{Q}{S}$

9.6 Kompensation der Blindleistung



P	Wirkleistung
Q_C	kapazitive Blindleistung
φ_1	Phasenverschiebungswinkel, vor der Kompensation
φ_2	Phasenverschiebungswinkel, nach der Kompensation
C	Kapazität des Kompensationskondensators
f	Frequenz
U	Spannung
I_{BC}	kapazitiver Blindstrom
I	Strom
X_C	kapazitiver Blindwiderstand

$Q_C = P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$
$Q_C = U \cdot I_{BC} = \frac{U^2}{X_C} = I_{BC}^2 \cdot X_C$
Parallelkompensation:
$C = \frac{Q_C}{2\pi \cdot f \cdot U^2}$
Reihenkompensation:
$C = \frac{I^2}{2\pi \cdot f \cdot Q_C}$

9.7 Sinus- und Nichtsinusformen*	U Effektivwert	U Effektivwert	U Effektivwert
Sinusspannung	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\hat{u}$ Scheitelwert
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = 0$	$\bar{u} = 0$
	F_C Crestfaktor	$F_C = \sqrt{2}$	$F_C = \sqrt{2}$
Rechteckwechselspannung	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = 0$	$\bar{u} = 0$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = 0$	$\bar{u} = 0$
	F_C Crestfaktor	$F_C = 1$	$F_C = 1$
Rechteckimpuls (1)	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$
	F_C Crestfaktor	$F_C = \sqrt{2}$	$F_C = \sqrt{2}$
Rechteckimpuls (2)	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$
	F_C Crestfaktor	$F_C = \sqrt{2}$	$F_C = \sqrt{2}$
Dreieckspannung	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = 0$	$\bar{u} = 0$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = 0$	$\bar{u} = 0$
	F_C Crestfaktor	$F_C = \sqrt{3}$	$F_C = \sqrt{3}$
Sägezahnspannung	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = 0$	$\bar{u} = 0$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = 0$	$\bar{u} = 0$
	F_C Crestfaktor	$F_C = \sqrt{3}$	$F_C = \sqrt{3}$
Dreieckimpuls	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$
	F_C Crestfaktor	$F_C = \sqrt{3}$	$F_C = \sqrt{3}$
Sägezahnimpuls	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{3}}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{3}}$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{3}}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{3}}$
	F_C Crestfaktor	$F_C = \sqrt{3}$	$F_C = \sqrt{3}$
Gleichspannung, pulsend (1)	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$
	F_C Crestfaktor	$F_C = 2$	$F_C = 2$
Gleichspannung, pulsend (2)	$\hat{u}$ Scheitelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$
	$\bar{u}$ arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$
	F_C Crestfaktor	$F_C = \sqrt{2}$	$F_C = \sqrt{2}$

* Nichtsinusförmige Spannungen bei Wechselstromnetzen (Phasenwechselspannungen) Seite 53

6.7 Elektrische Arbeit und elektrische Leistung

Elektrische Arbeit	W elektrische Arbeit	$[W] = V \cdot A \cdot s = Ws = J$	$W = U \cdot I \cdot t$
U	Spannung	$1 J = 1 Ws = 1 Nm$	$W = P \cdot t$
I	Stromstärke	$1 kWh = 3,6 \cdot 10^6 Ws$	$W = U \cdot Q$
t	Zeit		
Q	elektrische Ladung		
P	elektrische Leistung		

Elektrische Leistung

(Gleichstromleistung)

U

Spannung

I

Stromstärke

R

Widerstand

P

elektrische Leistung

W

elektrische Arbeit

Leistungsbestimmung mit dem Zähler	P elektrische Leistung	$[P] = \frac{1}{h} = kW$	$P = \frac{n}{C_z}$
C_z	Zählerkonstante		
n	Umdrehungen der Zählerrscheibe je Stunde		

6.8 Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis)

Arbeitspreis	K_A Arbeitspreis	$[K_A] = \text{€}$	$K_A = W \cdot T$
W	elektrische Arbeit (Verbrauch elektr. Energie)	$[W] = kWh$	
T	tariflicher Preis	$[T] = \frac{\text{€}}{kWh}$	$K_A = P \cdot t \cdot T$
P	elektrische Leistung		
t	Zeit		

Arbeitspreis (Verbrauchsentgelt) = elektrische Arbeit x tariflicher Preis je kWh

6.9 Elektrowärme

Elektrische Arbeit und Wärme

Wärmenutzungsgrad
 * nach DIN 1304 ζ (zeta)
 (früher: Wärmenutzungsgrad η)
 † griech. Kleinbuchstabe zeta

Q_N	Nutzwärme
W	elektr. Arbeit
m	Masse
c	spezifische Wärmekapazität (für Wasser: $c = 4,187 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$)
$\Delta\theta$	Temperaturdifferenz
ϑ	Temperatur
ϑ_1	Anfangstemperatur
ϑ_2	Endtemperatur
t	Zeit
P	elektr. Leistung
C_{th}	Wärmekapazität
ζ	Wärmenutzungsgrad (Energieverhältnis)
Q_S	Stromwärme

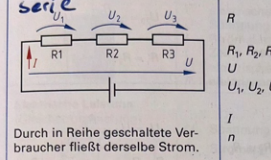
Wassermischung

ϑ_K ϑ_m ϑ_W

m_K	Kaltwassermenge
m_W	Warmwassermenge
m_m	Mischwassermenge
ϑ_K	Kaltwassertemperatur
ϑ_W	Warmwassertemperatur
ϑ_m	Mischwassertemperatur

6.3 Schaltungen von Widerständen

Reihenschaltung von Widerständen



R	Ersatzwiderstand (Gesamtwiderstand)
R_1, R_2, R_3	Einzelwiderstände
U	Gesamtspannung
U_1, U_2, U_3	Teilspannungen, Verbraucherspannungen
I	Stromstärke
n	Anzahl gleicher Widerstände

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

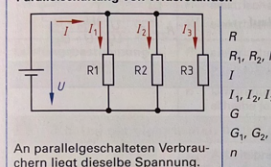
$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3} = \frac{U}{R}$$

Für n-gleiche Widerstände:

$$R = n \cdot R_1$$

Parallelschaltung von Widerständen



R	Ersatzwiderstand
R_1, R_2, R_3	Einzelwiderstände
I	Gesamtstrom
I_1, I_2, I_3	Teilströme
G	Ersatzleitwert
G_1, G_2, G_3	Einzelwerte
n	Anzahl gleicher Widerstände

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

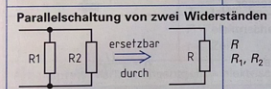
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

$$\frac{I_1}{R_1} = \frac{I_2}{R_2} = \frac{I_3}{R_3} = \frac{I}{R}$$

Für n gleiche Widerstände:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

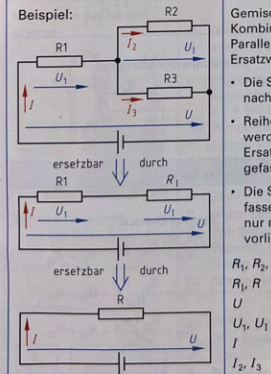
Parallelschaltung von zwei Widerständen



R	Ersatzwiderstand
R_1, R_2	Einzelwiderstände

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Gemischte Schaltungen (Gruppenschaltungen)



R_1, R_2, R_3	Einzelwiderstände
R_1, R_2	Ersatzwiderstände
U	Gesamtspannung
U_1, U_2	Teilspannungen
I	Gesamtstrom
I_1, I_2, I_3	Teilströme

Berechnen des Ersatzwiderstandes vom Beispiel:

Schritt 1: Parallelschaltung R_1 aus R_2 und R_3 :

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Schritt 2: Reihenschaltung R aus R_1 und R_1 :

$$R = R_1 + R_1$$

Berechnen von Spannungen und Strömen:

$$U = R \cdot I$$

$$U_1 = R_1 \cdot I ; U_2 = R_1 \cdot I$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} ; I_3 = \frac{U_2}{R_3}$$

$$I = I_2 + I_3$$

Berechnen von Vorwiderständen: Seite 47
E-Reihen: Seite 61