

Physik 2

Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik

$$W_{th,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,th} dt \quad \text{Thermische Energie}$$

$$I = [\text{Watt}] \quad W = [\text{Watt} \cdot s] = [J] = [Nm]$$

$$W_{mech,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,mech} dt \quad \text{Arbeit}$$

$$W_{mech,12}^{rev} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad \text{Volumenänderungsarbeit}$$

$$\hookrightarrow W_{mech,12}^{rev} = -p(V_2 - V_1) \Rightarrow I_{W,mech} = -p \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dU}{dt} = I_{W,th} + I_{W,mech} \quad \text{1. HS Thermodynamik}$$

$$\hookrightarrow U(t_2) - U(t_1) = \Delta U = W_{th,12} + W_{mech,12}$$

$$U(t_2) - U(t_1) = \Delta U = W_{th,12} - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

\hookrightarrow 1. HS Thermodyn. für geschlossene/reversible Prozesse

$$dU = I_{W,th} dt - p dV$$

$$H = U + pV \quad \text{Enthalpie}$$

$$dH = I_{W,th} dt + V dp \quad \text{geschlossen/reversibel}$$

$$H(t_2) - H(t_1) = H_2 - H_1 = \Delta H = W_{th,12} + \int_{p_1}^{p_2} V dp$$

$$U = m \cdot c_v(T) T + U_0 \quad \text{kalorische Zustandsgleichung von Gasen}$$

$$U_2 - U_1 = \Delta U = m \bar{c}_v (T_2 - T_1) \quad \text{wenn } V \text{ konstant}$$

$$\bar{c}_v = \frac{W_{th,12}}{1 \text{ kg K}}$$

$$c_v = \left[\frac{J}{kg K} \right]$$

wenn Volumen (V) konstant

$$H = m c_p(T) T + H_0$$

$$H_2 - H_1 = \Delta H = m \bar{c}_p (T_2 - T_1) \quad \text{Kalorische Zustandsgleichung von Gasen}$$

$$\bar{c}_p = \frac{W_{th,12}}{1 \text{ kg K}}$$

wenn Druck (p) konstant

$$U_2 - U_1 = \Delta U = m \bar{c}_{v,s} (T_2 - T_1) \quad \text{Zustandsgleich. für Flüssigkeiten/Feststoffe}$$

$$H_2 - H_1 = \Delta H = m \bar{c}_{v,s} (T_2 - T_1) + V(p_2 - p_1)$$

$c_L \rightarrow$ Wärmekapazität Flüssigkeit (liquid)

$c_S \rightarrow$ Wärmekapazität Feststoff (solid)

Phasenübergänge

$$\Delta H_{sc} = m \cdot \Delta h_{sc} \quad \text{Schmelzenthalpie}$$

\uparrow
spezifische Schmelzenthalpie

$$\Delta H_{lv} = m \cdot \Delta h_{lv} \quad \text{Verdampfungsenthalpie}$$

Das ideale Gas

$$pV = nRT \quad \text{Ideale Gasgleichung (Molenform)}$$

$$n = [\text{mol}] \quad R = 8.314 \frac{J}{\text{mol} \cdot K} \quad \text{universelle Gaskonstante}$$

$$n = \frac{N}{N_A} \rightarrow \text{Anzahl Moleküle}$$

$$N = N_A \rightarrow \text{Avogadrozahl} = 6.022 \cdot 10^{23}$$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} J/K \quad \text{Boltzmann-Konstante}$$

$$pV = NkT \quad \text{Ideale Gasgleichung (Teilchenform)}$$

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow \text{Molaremasse } [kg/mol]$$

$$pV = m \frac{R}{M} T \quad \text{Ideale Gasgleichung (Massenform)}$$

$$\hookrightarrow p = \rho \frac{R}{M} T \quad \left(\rho = \frac{m}{V} \right) \quad \text{intensive Variante}$$

$$\frac{R}{M} = R_s \quad \text{Spezifische Gaskonstante}$$

$$\hookrightarrow pV = m R_s T$$

$$\hookrightarrow p = \rho R_s T$$

$$c_p = c_v + R_s \quad \text{Beziehung } c_p \text{ \& } c_v$$

$$c_v = Z R_s \quad \text{kinetische Gastheorie}$$

$$Z = f/2 \quad f = \text{Anzahl Freiheitsgrade}$$

$$Z = \begin{cases} 3/2 & \text{1-atomiges Gas (f=3)} \\ 5/2 & \text{2-atomiges Gas (f=5)} \\ 6/2 & \text{mehr-atomiges Gas (f=6)} \end{cases}$$

$$c_p = (Z+1) R_s \quad \text{Wärmekapazität idealer Gase}$$

$$\Delta U = m Z R_s \Delta T \quad \text{kalorische Zustandsgleichungen idealer Gase}$$

$$\Delta H = m (Z+1) R_s \Delta T$$

$$p = \frac{1}{3} \rho c_A^2$$

\uparrow
mittlere Geschwindigkeit

$$\frac{R}{M} T = \frac{1}{3} c_A^2$$

$$W_{kin} = m c_v T \stackrel{!}{=} U \quad \text{Kinetische Energie der Gesamtheit der Gasatome}$$

Zustandsänderungen idealer Gase

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \quad \text{isobare Zustandsänderung}$$

$$W_{th,12} = m c_p (T_2 - T_1) \quad \text{für isobaren Prozess}$$

$$W_{med,12}^{rev} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p(V_2 - V_1) \quad \text{wenn } p = \text{const}$$

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} \quad \text{isochore Zustandsänderung}$$

$$W_{th,12} = m c_v (T_2 - T_1) \quad \text{für isochoren Prozess}$$

$$W_{med,12}^{rev} = 0 \quad \text{Volumenänderungsarbeit, da } dV = 0$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \text{isotherme Zustandsänderung}$$

$$W_{th,12} = -W_{med,12}^{rev} = m \frac{R}{M} T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \text{Volumenänderungsarbeit (isotherm)}$$

$$U \propto T \quad b = p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad \text{(ideale Gasgleichung)}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad \text{Isentropenexponent}$$

$$T_2 V_2^{(\kappa-1)} = T_1 V_1^{(\kappa-1)} \quad 1. \text{ Isentrope Beziehung}$$

$$p_2 V_2^\kappa = p_1 V_1^\kappa$$

$$p_2 T_2^{\kappa/(1+\kappa)} = p_1 T_1^{\kappa/(1+\kappa)}$$

$$W_{med,12}^{rev} = U_2 - U_1 = m c_v (T_2 - T_1) \quad \text{Volumenänderungsarbeit (isentrop)}$$

$$W_{th,12} = 0 \quad \text{ausgetauschte Wärme (isentrop)}$$

Zustandsänderung	Zustandsgrößen	Arbeit $W_{med,12}^{rev}$	Wärme $W_{th,12}$
isobar	$\frac{V}{T} = \text{const.} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$-p(V_2 - V_1)$	$m c_p (T_2 - T_1)$
isochor	$\frac{p}{T} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	0	$m c_v (T_2 - T_1)$
isotherm	$pV = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$	$-m \frac{R}{M} T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$m \frac{R}{M} T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
isentrop (adiabat-reversibel)	$T V^{(\kappa-1)} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\kappa-1)}$ $p V^\kappa = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\kappa$ $p T^{\kappa/(1+\kappa)} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\kappa/(1+\kappa)}$	$m c_v (T_2 - T_1)$	0

Kreisprozesse und Wirkungsgrade

$$W_{med,12}^{rev} = -W_{th,12}$$

$$W_{th,12} = W_{th,\oplus} + W_{th,\ominus} = W_{th,\oplus} - |W_{th,\ominus}|$$

$$W_{med,12}^{rev} = - (W_{th,\oplus} + W_{th,\ominus}) = |W_{th,\ominus}| - W_{th,\oplus}$$

Im (p, V) -Diagramm ist die vom Prozess abgegebene Volumenänderungsarbeit bis auf das Vorzeichen durch die von der gesamten Prozesskurve eingeschlossene Fläche gegeben.

$$\eta = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} \quad \text{Wirkungsgrad}$$

$$\eta_{otto} = \frac{|W_{med,12}^{rev}|}{W_{th,\oplus}} = \frac{(T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} < 1$$

$$\eta_{otto} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{(\kappa-1)}} \quad \text{Wirkungsgrad Ottomotor}$$

ϵ : Verdichtungsverhältnis

$$\eta_{otto, \text{Luft}} \approx 1 - \epsilon^{-0.9}$$

$$W_{med,12}^{rev} = - \oint p dV = \oint V dp = W_{th,12}$$

praktisch für isochor praktisch für isobar praktisch für isentrop

$$\eta_{WKN} = \frac{|W_{med,12}^{rev}|}{W_{th,\oplus}} = \frac{|-W_{th,12}|}{W_{th,\oplus}} = \frac{W_{th,\oplus} - |W_{th,\ominus}|}{W_{th,\oplus}} = 1 - \frac{|W_{th,\ominus}|}{W_{th,\oplus}}$$

$$\eta_{KM} = \frac{W_{th,\oplus}}{W_{med,12}^{rev}} = \frac{|W_{th,\ominus}| - W_{med,12}^{rev}}{W_{med,12}^{rev}} = \frac{|W_{th,\ominus}|}{W_{med,12}^{rev}} - 1$$

$$\eta_{WP} = \frac{|W_{th,\ominus}|}{W_{med,12}^{rev}} = \frac{W_{med,12}^{rev} + W_{th,\oplus}}{W_{med,12}^{rev}} = 1 + \frac{W_{th,\oplus}}{W_{med,12}^{rev}}$$

Entropie und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

$$\eta_{WKN, \text{Carnot}} = 1 - \frac{T_u}{T_o} \quad \text{Wirkungsgrad Carnot-Prozess in WKN}$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{I_{W,th}}{T} \quad \text{Entropie} \quad S = [J/K]$$

$$\frac{dS}{dt} = I_S = \frac{I_{W,th}}{T} \quad \text{Entropiefluss} \quad \Delta S = \frac{W_{th}}{T}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{I_{W,th}}{T} dt = \int_{t_1}^{t_2} I_S dt$$

Bei isentropen Zustandsänderungen: $I_{W,th} = 0 \rightarrow S_1 = S_2$

$$\frac{dS}{dt} > \frac{I_{W,th}}{T} \quad \text{irreversible Prozesse}$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{I_{W,th}}{T} + \Pi_S \quad \text{Entropieproduktionsrate}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{I_{W,th}}{T} dt + \int_{t_1}^{t_2} \Pi_S dt$$

$$W_{th,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{w,th} dt = \int_{s_1}^{s_2} T ds$$

$$W_{med, \emptyset}^{rev} = -W_{th, \emptyset} = \oint I_{w,th} dt = \oint T ds$$

$$\eta_{K1, Carnot} = \frac{T_u}{T_o - T_u} = \frac{W_{th, \emptyset}}{W_{med, \emptyset}^{rev}}$$

$$\eta_{WP, Carnot} = \frac{T_o}{T_o - T_u} > 0$$

$$W_{th, \emptyset} = T_u \Delta S$$

$$W_{th, \emptyset} = -T_o \Delta S$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \left[c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{R}{M} \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right]$$

↳ Entropieänderung idealer Gase als Funktion von T, V

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \left[c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{R}{M} \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \right]$$

↳ Entropieänderung idealer Gase als Funktion von T, p

$$T_2 = T_1 \exp \left(\frac{S_2 - S_1}{m c_v} \right) \quad \text{isochore Zustandsänderung}$$

$$T_4 = T_3 \exp \left(\frac{S_4 - S_3}{m c_p} \right) \quad \text{isobare Zustandsänderung}$$

Wärmetransportphänomene - Math. Modellierung

$$K = [W/(mK)] \quad \text{thermische Leitfähigkeit}$$

$$I_{th,x} = -K A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \text{Fouriersche Wärmeleitungsgesetz}$$

$$j_{th,x} = -K \frac{dT}{dx} \quad , \quad j_{th,x} = \frac{I_{th,x}}{A} \quad \text{flächengemittelter lokaler Wärmeflussvektor}$$

$$j_{th, \alpha} = \alpha (T_s - T_u) \quad \text{Wärmeübergangskoeffizient } \alpha$$

$$I_{th, \alpha} = A \alpha (T_s - T_u) \quad \text{absoluter Wärmestrom (Newton'sches Abkühlungsgesetz)}$$

$$\alpha = [W/m^2K]$$

$$I_{th, rad} = \sigma A T_s^4 \quad \text{Stefan-Boltzmann Gesetz (schwarze Oberfläche)}$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

$$\epsilon = \begin{cases} = 1 & \text{Schwarzer Körper} \\ < 1 & \text{Grauer Körper} \\ = 0 & \text{Weisser Körper} \end{cases} \quad \text{Strahlungseffizienz / Emissivität}$$

$$I_{th, rad} = \sigma \epsilon A T_s^4 \quad \text{für allgemeine Strahler}$$

$$I_{th, rad} = \frac{\sigma A}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} (T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4) \quad \text{für heisse zu kalter Fläche}$$

$$I_{th, rad} = \sigma \epsilon_1 A_1 (T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4) \quad \text{heisser Körper zu kühler Raum}$$

$$I_{th, x} = A U (T_i - T_a) \quad \text{Wärmedurchgang } U$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{II}}{K_{II}} + \frac{d_{III}}{K_{III}} + \frac{1}{\alpha_i}} \quad U = \frac{K}{d} \quad \text{therm. Leitfähigkeit Distanz in m}$$

$$R_{th} = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{II}}{K_{II}} + \frac{d_{III}}{K_{III}} + \frac{1}{\alpha_i} \right) \quad \text{Thermischer Widerstand}$$

$$I_{th, x} = (T_i - T_a) / R_{th}$$

$$R_{th} = [K/W] \quad U = [W/(m^2K)]$$

$$\text{Naturkonvektion: } I_{th, \alpha} \quad \text{Thermische Strahlung: } I_{th, rad}$$

$$C_i \frac{d\bar{T}_i}{dt} = \sum_{j=1}^N \frac{(\bar{T}_j - \bar{T}_i)}{R_{ij}} \quad \text{Energiebilanz Subsystem i}$$

$$C_i = m_i \cdot c_i$$

Der 1. Hauptsatz für offene, stationäre Systeme

$$\underbrace{g_1 c_1 A_1}_{I_{m1}} = \underbrace{g_2 c_2 A_2}_{I_{m2}} \quad \text{Massenfluss an Ein- & Ausgang}$$

$c = \text{Strömungsgeschwindigkeit}$

$$\underbrace{p_1 + \frac{\rho}{2} c_1^2}_{[J/m^3]} + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} c_2^2 + \rho g z_2 \quad \text{Bernoulli}$$

Erster Hauptsatz für offene, stationäre Systeme:

$$\Delta I_{Wth} + \Delta I_{WP} + \Delta I_{Wen} + \Delta I_{Wpot} = I_{th,12} + I_{med,12}$$

$$I_m \cdot \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th,12} + I_{med,12}$$

$$h = u + p v$$

$$u = U/m \quad \text{massenspezifische innere Energie}$$

$$v = V/m \quad \text{spezifisches Volumen}$$

$$I_m = g I_v$$

$$I_v = c A$$

$$(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = w_{th,12} + w_{med,12}$$

$$w_{th,12} = I_{th,12} / I_m \quad w_{med,12} = I_{med,12} / I_m$$

$$I_m \cdot \left[c_L (T_2 - T_1) + \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th,12} + I_{med,12} \Rightarrow \text{1. HS mit konstanter Dichte}$$

$$I_{med,12} = I_{med,12}^{rev} + I_{med,12}^{diss}$$

1. Hauptsatz offener, stationärer Systeme für Gase:

$$I_m \left[c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) \right] = I_{th,12} + I_{med,12} + I_{diss} \quad \text{Geschwindigkeit + T vernachlässigen}$$

Reversible Leistung bei isentroper Expansion / Kompression

$$I_{med,12}^{rev} = I_m c_p T_1 \left[\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-k}{k}} - 1 \right]$$

Thermodynamische Charakterisierung Flugzeugturbine

$$F_s = I_{n,aus} \cdot c_{aus} - I_{n,ein} \cdot c_{ein} \approx I_n (c_{aus} - c_{ein})$$

↳ Schubkraft Turbojet

$$P_{mech} = c_{ein} \cdot F_s \quad \text{Vortriebsleistung}$$

$$\frac{I_m}{2} (c_{Ende}^2 - c_{Anfang}^2) = I_{th, Brennkammer} - |I_{th, ext. K\u00fchler}| \gg 0$$

↳ Gesamtenergiebilanz Turbojet

Innenwirkungsgrad Turbojet (Leistung in kin.E. zu W\u00e4rme Brennstoff)

$$\eta_i = 1 - \frac{|I_{th, 61}|}{I_{th, 39}} = 1 - \frac{T_6 - T_1}{T_4 - T_3}$$

Aussenwirkungsgrad: Vortriebsleistung zu Zugewinn Leist. kin.E.

Therm. Wirkungsgrad: Vortriebsleistung zu zugef\u00fchrter W\u00e4rmed.

$$\eta_{th} = \eta_i \cdot \eta_a$$

Das elektrische Feld

$$[C = A \cdot s] \quad \text{Einheit der Ladung Coulomb}$$

$$[1Ah = 3600C]$$

$$e = 1.602176634 \cdot 10^{-19} C$$

$$\dot{Q} = \sum I_{Q,zu} + \sum I_{Q,ab} \quad \text{Ladungsbilanz f\u00fcr System}$$

$$[1A = 1 \frac{C}{s}] \quad \text{Einheit des elektr. Stroms Amp\u00e8re}$$

$$\vec{F}_{C,12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \quad \text{Coulombkraft zw. zwei Punktladungen}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}, \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{Elektrisches Feld einer Punktladung}$$

$$\vec{F}_C(\vec{r}) = q \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad \text{Coulomb-Kraft auf Probeladung in elektrischem Feld}$$

$$E(r) = \left[\frac{N}{C} = \frac{Nm}{Cm} = \frac{J}{Cm} = \frac{Ws}{Cm} = \frac{VAs}{Asm} = \frac{V}{m} \right]$$

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \text{Fluss des elektrischen Feldes } \vec{E} \text{ durch die Fl\u00e4che } A$$

$$Q = V \cdot \rho \quad (\text{Ladung} = V \cdot \text{Ladungsdichte})$$

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{Gauss'sches Gesetz der Elektrostatik}$$

$$\varphi_G(r) = -G \frac{m}{r} \quad \text{Gravitationspotenzial einer Punktmasse}$$

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{mittlere Gravitationskraft zw. 2 Teilchen}$$

$$\Delta E_{pot,G} = m \cdot \Delta \varphi_{G, \text{ \small \begin{matrix} \text{ \u00c4nderung der potentiellen} \\ \text{ Gravitationsenergie und} \\ \text{ Potentialdifferenz} \end{matrix} }}$$

$$\Delta \varphi_G = \varphi_G(P_2) - \varphi_G(P_1) = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{g}(\vec{r}) d\vec{s}$$

↳ Gravitationspotentialdifferenz zw. zwei Punkten in einem Gravitationsfeld \vec{g}

$$\varphi_G(P) = - \int_{-\infty}^P \vec{g}(\vec{r}) d\vec{s} \quad \text{Gravitationspotential an einem Punkt } P \text{ in einem Gravitationsfeld } \vec{g}$$

$$\varphi_E(P) = \int_{-\infty}^P \vec{E}(\vec{r}) d\vec{s} \quad \text{Elektrisches Potential an einem Punkt } P \text{ in einem elektr. Feld } \vec{E}$$

$$\Delta E_{pot,E}(\Delta r) = q \cdot \Delta \varphi_E \quad \text{ \u00c4nderung des potentiellen elektr. Energie und Potentialdifferenz}$$

$$E_{pot,E} = q \cdot \varphi_E$$

$$\Delta \varphi_E = \varphi_E(P_2) - \varphi_E(P_1) = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{s}$$

↳ Elektrische Potentialdifferenz zw. zwei Punkten in einem elektr. Feld \vec{E}

$$\varphi_E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad \text{Elektrisches Potential einer Punktladung}$$

$$P_G = \Delta \varphi_G \cdot I_n \quad \text{Prozessleistung eines gravitativen Prozesses}$$

$$P_E = \Delta \varphi_E \cdot I_Q \quad \text{Prozessleistung eines elektrischen Prozesses}$$

$$\text{elektrisches Potential} = \text{Spannung} \left[\rightarrow 1V = 1 \frac{W}{A} \right]$$

$$[1eV] = 1.6 \cdot 10^{-19} J$$

Der elektrische Widerstand

$$R(t) = \frac{U(t)}{I(t)} \quad \text{Elektrischer Widerstand}$$

\hookrightarrow const. \rightarrow Ohm'scher Leiter

$$[1 \Omega = 1 \frac{V}{A}]$$

$$\text{Leitwert } G = \frac{1}{R} \quad [S] \quad (\text{Einheit Siemens})$$

Leitfähigkeit σ [S/m], spez. Widerstand ρ [Ω m]

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \text{Für gleichförmiger Körper aus reinem Material. (L = Länge, A = Querschnitt)}$$

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \quad \text{Prozessleistung}$$

$$\Delta E_{t_1 \rightarrow t_2} = \int_{t_1}^{t_2} U(t) \cdot I(t) \cdot dt \quad \text{freigesetzte Energie bei Prozessleistung}$$

$$R = R_1 + R_2 \quad \text{Ersatzwiderstand für Serienschaltung von Ohm'schen Widerständen}$$

$\hookrightarrow U = U_1 + U_2, I = I_1 = I_2$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{Ersatzwiderstand für Parallelschaltung von Ohm'schen Widerständen}$$

$$\hookrightarrow I = I_1 + I_2, U = U_1 = U_2$$

Hydraulik

$$I_v = \frac{\Delta p}{R_v} \quad \text{Volumenstrom durch Leitung bei laminarer Strömung}$$

$$I_v = \sqrt{\frac{\Delta p}{k}} \quad \text{Volumenstrom durch Leitung bei turbulenter Strömung. } k = \text{turbulenter hydr. Widerstand}$$

$$I_{v, \text{krit}} = \frac{R_v}{k} \quad \text{Kritischer Volumenstrom, Übergang laminar zu turbulent}$$

$$\Delta p_{\text{krit}} = \frac{R_v^2}{k} \quad \text{Kritischer Druck, Übergang laminar zu turbulent}$$

$$P = R_v \cdot I_v^2 \quad \text{Prozessleistung laminar}$$

$$P = k \cdot I_v^3 \quad \text{Prozessleistung turbulent}$$

$$R_v = R_{v1} + R_{v2} \quad \text{Ersatzwiderstand für Serienschaltung von hydraulischen Widerständen}$$

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_{v1}} + \frac{1}{R_{v2}} \quad \text{Ersatzwiderstand für Parallelschaltung von hydraulischen Widerständen}$$

Die elektrische Kapazität

$$C(t) = \frac{Q(t)}{U(t)} \quad \text{Kapazität eines Kondensators}$$

$[1 F = \frac{1C}{1V}]$ Farad

Serienschaltung Kondensatoren:

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}, Q_1 = Q_2 = Q, \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Parallelschaltung Kondensatoren:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_{AB}, Q = Q_1 + Q_2, C = C_1 + C_2$$

$$W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad \text{Im Kondensator gespeicherte Energie}$$

$$W = Q \cdot U \quad [J = C \cdot V]$$

$$C_v = \frac{dV}{dp} \quad C_v = \frac{A}{\rho g} \quad \text{Hydraulische Kapazität}$$

Lade-, Entlade- & Ausgleichsprozesse

$$U_C(t) = U \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{Spannung Kondensator Ladevorgang}$$

$$\tau = RC \quad \text{Zeitkonstante einer seriellen RC-Schaltung}$$

$$\tau = [1 \Omega \cdot 1 F = 1 \frac{V}{A} \cdot \frac{C}{V} = 1 \frac{A \cdot s}{A} = 1 s]$$

$$Q_C(t) = Q_{C,F} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{Ladung Kondensator Ladevorgang}$$

$$U_C(t) = U \cdot e^{-t/\tau} \quad \text{Spannung Kondensator Entladevorgang}$$

$$Q_C(t) = Q \cdot e^{-t/\tau} \quad \text{Ladung Kondensator Entladung}$$

$$e_{\text{Ausgleich}} = \frac{Q_1/I + Q_2/I}{C_1 + C_2} \quad \text{Ausgleichspotential Kondensatoren}$$

$$\Delta W_{\text{sys}} = \Delta Q \cdot \frac{1}{2} \cdot (\Delta e_I + \Delta e_F)$$

\hookrightarrow Energieänderung bei Ladungsaustausch zw. Kondens.

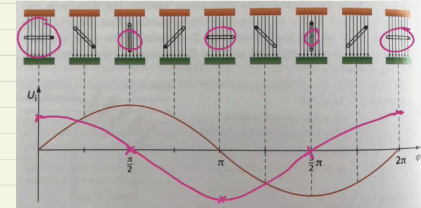
$$\phi_B = B \cdot A \cdot \cos(\alpha)$$

\hookrightarrow wenn 90° dann = 0
wenn parallel dann = 1

Magnetfeld und Lorentz-Kraft

$$\phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{Magnetischer Feldfluss}$$

[Weber = Wb = T · m²]



$$\dot{\phi}_{\text{mag}} = \underbrace{N \cdot B \cdot A_0 \cdot \omega}_{U_{\text{max}}} \cdot \underbrace{\sin(\omega t)}_{\text{wenn } = 1}$$

$$\begin{aligned} \phi_B &= N \cdot \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = N \cdot \int_A B \cdot dA \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{A}) \\ &= N \cdot B \cdot \cos(\varphi) \cdot \underbrace{\int_A dA}_{=A} = N \cdot B \cdot A \cdot \cos(\varphi) \end{aligned}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{Transformator}$$

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{Gauss'sches Gesetz des Magnetismus}$$

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2} \quad \text{Gesetz Biot-Savart}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \quad \text{Magnetische Feldkonstante}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad \text{Magnetfeld im Zentrum einer Leiterschleife}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} \quad \text{Magnetfeld im Innern einer langen Spule}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{Magnetfeld um einen langen geraden Leiter}$$

$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \text{Ampèresches Gesetz}$$

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{Magnetische Kraft auf geladenes Teilchen}$$

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{Lorentz-Kraft auf geladenes Teilchen}$$

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \quad \text{Magnetische Kraft auf stromdurchflossenes gerades Leitersstück}$$

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A} \quad \text{Magnetisches Moment einer stromdurchflossenen Leiterschleife}$$

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \text{Drehmoment auf eine stromdurchflossene Leiterschleife in einem Magnetfeld}$$

Elektromagnetische Induktion

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\phi_{\text{mag}}}{dt} \quad \text{Gesetz von Faraday}$$

$$U_{\text{ind}} = N \cdot \left(-\frac{d\phi_B}{dt} \right)$$

$$\oint_{\partial A} \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

↳ Durch Änderung des magnetischen Feldflusses induziertes elektrisches Feld

$$L = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{l} \right)^2 \cdot A l \quad \text{Induktivität einer langen Zylinderspule}$$

$$U_L = L \dot{I} \quad \text{Selbstinduktionsspannung und Induktivität}$$

$$L = \left[H = \frac{V}{A/s} \right]$$

$$E_L = \frac{1}{2} L I^2 \quad \text{Induktiv gespeicherte Energie}$$

$$w_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{Energiedichte des Magnetfelds}$$

RL-Schaltkreis

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \text{Zeitkonstante RL-Schaltkreis}$$

$$U_R + U_L = 0 \quad (\text{wenn Spannungsquelle noch dran: } U_R + U_L + U_G = 0)$$

$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = 0 \Leftrightarrow \ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} = 0$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

LC-Schaltkreis

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi}{T} \quad \text{Eigenfrequenz LC-Schaltkreis}$$

$$\gamma = \frac{R}{2L} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \approx \omega_0$$

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t)$$

$$U_C + U_L = 0 \quad \text{Spannung LC-Schaltkreis}$$

$$\hookrightarrow \frac{Q}{C} + L \dot{I} = 0 \quad I(t) = \dot{Q}(t)$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{LC} Q + \ddot{Q} = 0 \quad \dot{I}(t) = \ddot{Q}(t)$$

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \delta) \quad \rightarrow \text{Phasenverschiebung meistens } = 0$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega_0 t)$$

RLC-Schaltkreis

$$U_C + U_L + U_R = 0$$

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d t)$$

$$U_C(t) = U_{C,0} \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d t)$$

$$I(t) = \dot{Q}(t) = \gamma \omega Q_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \sin(\omega_d t)$$

RLC-Schaltkreis angeregt

$$U_C + U_L + U_R - U_G = 0$$

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = \frac{U_0}{L} \cos(\omega_n t)$$

$$\omega_n \rightarrow \text{Kreisfrequenz Generator}$$