

Physik 2

Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik

$$W_{\text{th},12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,\text{th}} dt \quad \text{Thermische Energie}$$

$$I = [\text{Watt}] \quad W = [\text{Watt} \cdot \text{s}] = [J] = ([\text{Nm}])$$

$$W_{\text{mech},12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,\text{mech}} dt \quad \text{Arbeit}$$

$$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad \text{Volumenänderungsarbeit}$$

$$\hookrightarrow W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = -p(V_2 - V_1) \Rightarrow I_{W,\text{mech}} = -p \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dU}{dt} = I_{W,\text{th}} + I_{W,\text{mech}} \quad 1. \text{ HS Thermodynamik}$$

$$\hookrightarrow U(t_2) - U(t_1) = \Delta U = W_{\text{th},12} + W_{\text{mech},12}$$

$$U(t_2) - U(t_1) = \Delta U = W_{\text{th},12} - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

\hookrightarrow 1. HS Thermodyn. für geschlossene/reversible Prozesse

$$dU = I_{W,\text{th}} dt - p dV$$

$$H = U + pV \quad \text{Enthalpie}$$

$$dH = I_{W,\text{th}} dt + V dp \quad \text{geschlossen/reversibel}$$

$$H(t_2) - H(t_1) = H_2 - H_1 = \Delta H = W_{\text{th},12} + \int_{p_1}^{p_2} V dp$$

$$U = m \cdot c_v(T) T + U_0 \quad \text{kalorische Zustandsgleichung von Gasen}$$

$$U_2 - U_1 = \Delta U = m \bar{c}_v (T_2 - T_1) \quad \text{wenn } U \text{ konstant}$$

$$\bar{c}_v = \frac{W_{\text{th},12}}{1 \text{ kg K}}$$

$$c_v = \left[\frac{J}{\text{kg K}} \right]$$

wenn Volumen (V) konstant

$$H = m c_p(T) T + H_0$$

$$H_2 - H_1 = \Delta H = m \bar{c}_p (T_2 - T_1) \quad \text{kalorische Zustandsgleichung von Gasen}$$

$$\bar{c}_p = \frac{W_{\text{th},12}}{1 \text{ kg K}}$$

wenn Druck (p) konstant

$$U_2 - U_1 = \Delta U = m \bar{c}_{L/S} (T_2 - T_1) \quad \begin{matrix} \text{Zustandsgleich.} \\ \text{für Flüssigkeiten/Feststoffe} \end{matrix}$$

$$H_2 - H_1 = \Delta H = m \bar{c}_{L/S} (T_2 - T_1) + V(p_2 - p_1)$$

$c_L \rightarrow$ Wärmekapazität Flüssigkeit (liquid)

$c_S \rightarrow$ Wärmekapazität Feststoff (solid)

Phasenübergänge

$$\Delta H_{\text{sc}} = m \cdot \Delta h_{\text{sc}} \quad \begin{matrix} \text{Schmelzenthalpie} \\ \text{spezifische Schmelzenthalpie} \end{matrix}$$

$$\Delta H_{\text{lv}} = m \cdot \Delta h_{\text{lv}} \quad \text{Verdampfungsenthalpie}$$

Das ideale Gas

$$pV = nRT$$

$$n = [\text{mol}] \quad R = 8.314 \frac{J}{\text{mol K}} \quad \text{universelle Gaskonstante}$$

$$N = \frac{N}{N_A} \rightarrow \text{Anzahl Moleküle}$$

$$N = \frac{N}{N_A} \rightarrow \text{Avogadrozahl} = 6.022 \cdot 10^{23}$$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad \text{Boltzmann-Konstante}$$

$$pV = NkT$$

Ideale Gasgleichung
(Teilchenform)

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow \text{Molaremasse} [\text{kg/mol}]$$

$$pV = m \frac{R}{M} T$$

Ideale Gasgleichung
(Massenform)

$$\hookrightarrow p = g \frac{R}{M} T \quad (g = \frac{m}{V}) \quad \text{intensive Variante}$$

$$\frac{R}{M} = R_s$$

Spezifische Gastkonstante

$$\hookrightarrow pV = m R_s T$$

$$\hookrightarrow p = g R_s T$$

$$c_p = c_v + R_s \quad \text{Beziehung } c_p \text{ & } c_v$$

$$c_v = z R_s \quad \text{kinetische Gastheorie}$$

$$z = \frac{f}{2} \quad f = \text{Anzahl Freiheitsgrade}$$

$$z = \begin{cases} 3/2 & 1\text{-atomiges Gas } (f=3) \\ 5/2 & 2\text{-atomiges Gas } (f=5) \\ 6/2 & \text{mehr-atomiges Gas } (f=6) \end{cases}$$

$$c_p = (z+1) R_s \quad \text{Wärmekapazität idealer Gase}$$

$$\Delta U = m z R_s \Delta T \quad \text{kalorische Zustandsgleichungen idealer Gase}$$

$$\Delta H = m(z+1) R_s \Delta T$$

$$P = \frac{1}{3} g \frac{c_A^2}{V} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{mittlere Geschwindigkeit} \end{matrix}$$

$$\frac{R}{M} T = \frac{1}{3} c_A^2$$

$$W_{\text{kin}} = m c_v T \stackrel{!}{=} U$$

Kinetische Energie der Gesamttheit der Gasatome

Zustandsänderungen idealer Gase

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \quad \text{isobare Zustandsänderung}$$

$$W_{\text{th},12} = m c_p (T_2 - T_1) \quad \text{für isobarer Prozess}$$

$$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p(V_2 - V_1) \quad \text{wenn } p = \text{const}$$

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} \quad \text{isochore Zustandsänderung}$$

$$W_{\text{th},12} = m c_v (T_2 - T_1) \quad \text{für isochorer Prozess}$$

$$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = 0 \quad \text{Volumenänderungsarbeit, da } dU = 0$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \text{isotherme Zustandsänderung}$$

$$W_{\text{th},12} = -W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = m \frac{R}{M} T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \quad \begin{matrix} \text{Volumenänderungsarbeit} \\ \text{(isotherm)} \end{matrix}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad \text{isentropen exponent}$$

$$T_2 V_2^{(k-1)} = T_1 V_1^{(k-1)} \quad 1. \text{ Isentrope Beziehung}$$

$$P_2 V_2^k = P_1 V_1^k$$

$$P_2 T_2^{k/(1-k)} = P_1 T_1^{k/(1-k)}$$

$$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = V_2 - V_1 = m c_v (T_2 - T_1) \quad \text{Volumenänderungsarbeit (isentrop)}$$

$$W_{\text{th},12} = 0 \quad \text{ausgetauschte Wärme (isentrop)}$$

Zustandsänderung	Zustandsgrößen	Arbeit $W_{\text{mech},12}^{\text{rev}}$	Wärme $W_{\text{th},12}$
isobar	$\frac{V}{T} = \text{const.} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$-p(V_2 - V_1)$	$m c_p (T_2 - T_1)$
isochor	$\frac{p}{T} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	0	$m c_v (T_2 - T_1)$
isotherm	$pV = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$	$-m \frac{R}{M} T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$	$m \frac{R}{M} T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$
isenstrop (adiabat-reversibel)	$T V^{(k-1)} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{(k-1)}$ $p V^k = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^k$ $p T^{k/(1-k)} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{k/(1-k)}$	$m c_v (T_2 - T_1)$	0

Kreisprozesse und Wirkungsgrade

$$W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}} = -W_{\text{th},\odot}$$

$$W_{\text{th},\odot} = W_{\text{th},\oplus} + W_{\text{th},\ominus} = W_{\text{th},\oplus} - |W_{\text{th},\ominus}|$$

$$W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}} = -(W_{\text{th},\oplus} + W_{\text{th},\ominus}) = |W_{\text{th},\ominus}| - W_{\text{th},\oplus}$$

In (p, V) -Diagramm ist die vom Prozess abgegebene Volumenänderungsarbeit bis auf das Vorzeichen durch die von der gesamten Prozesskurve eingeschlossenen Fläche gegeben.

$$\eta = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} \quad \text{Wirkungsgrad}$$

$$\eta_{\text{Otto}} = \frac{|W_{\text{mech},\odot}|}{W_{\text{th},\oplus}} = \frac{(T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} < 1$$

$$\eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{1}{e^{(k-1)}} \quad \text{Wirkungsgrad Ottomotor}$$

e : Verdichtungsverhältnis

$$\eta_{\text{Otto, Luft}} \approx 1 - e^{-0.9}$$

$$W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}} = -\oint p dV = \oint V dp = W_{\text{th},\odot}$$

praktisch für
isochor
praktisch für
isobar
praktisch für
isentrop

$$\eta_{\text{Krn}} = \frac{|W_{\text{mech},\odot}|}{W_{\text{th},\oplus}} = \frac{|-W_{\text{th},\odot}|}{W_{\text{th},\oplus}} = \frac{W_{\text{th},\oplus} - |W_{\text{th},\odot}|}{W_{\text{th},\oplus}} = 1 - \frac{|W_{\text{th},\odot}|}{W_{\text{th},\oplus}}$$

$$\eta_{\text{KM}} = \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}} = \frac{|W_{\text{th},\odot}| - W_{\text{th},\oplus}}{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}} = \frac{|W_{\text{th},\odot}|}{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}} - 1$$

$$\eta_{\text{WP}} = \frac{|W_{\text{th},\oplus}|}{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}} = \frac{W_{\text{th},\odot} + W_{\text{th},\oplus}}{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}} = 1 + \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}}$$

Entropie und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

$$\eta_{\text{WKR, Carnot}} = 1 - \frac{T_u}{T_o} \quad \begin{matrix} \text{Wirkungsgrad Carnot-Prozess} \\ \text{in WKR} \end{matrix}$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{I_{w,\text{th}}}{T} \quad \text{Entropie} \quad S = [\text{J/K}]$$

$$\frac{dS}{dt} = I_S = \frac{I_{w,\text{th}}}{T} \quad \begin{matrix} \text{Entropiefluss} \\ \Delta S = \frac{W_{\text{th}}}{T} \end{matrix}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{I_{w,\text{th}}}{T} dt = \int_{t_1}^{t_2} I_S dt$$

Bei isentropen Zustandsänderungen: $I_{w,\text{th}} = 0 \rightarrow S_1 = S_2$

$$\frac{dS}{dt} > \frac{I_{w,\text{th}}}{T} \quad \text{irreversible Prozesse}$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{I_{w,\text{th}}}{T} + \Pi_S \quad \text{Entropieproduktionsrate}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{I_{w,\text{th}}}{T} dt + \int_{t_1}^{t_2} \Pi_S dt$$

$$W_{\text{th},12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{\text{w,th}} dt = \int_{S_u}^{S_d} T ds$$

$$W_{\text{mech},\Theta}^{\text{rev}} = -W_{\text{th},\Theta} = \oint I_{\text{w,th}} dt = \oint T ds$$

$$\eta_{\text{Kl,Carnot}} = \frac{T_u}{T_o - T_u} = \frac{W_{\text{th},\Theta}}{W_{\text{mech},\Theta}}$$

$$\eta_{\text{WP,Carnot}} = \frac{T_o}{T_o - T_u} > 0$$

$$W_{\text{th},\Theta} = T_u \Delta S$$

$$W_{\text{th},\Theta} = -T_o \Delta S$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \left[c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{R}{M} \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right]$$

\hookrightarrow Entropieänderung idealer Gase als Funktion von T, V

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \left[c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{R}{M} \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \right]$$

\hookrightarrow Entropieänderung idealer Gase als Funktion von T, P

$$T_2 = T_1 \exp \left(\frac{S_2 - S_1}{m c_v} \right) \quad \text{isochore Zustandsänderung}$$

$$T_2 = T_1 \exp \left(\frac{S_2 - S_1}{m c_p} \right) \quad \text{isobare Zustandsänderung}$$

Wärmetransportphänomene - Math. Modellierung

$$\kappa = [W/(m \cdot K)] \quad \text{thermische Leitfähigkeit}$$

$$I_{\text{th},x} = -K A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \text{Fouriersche Wärmeleitungsgesetz}$$

$$j_{\text{th},x} = -K \frac{dT}{dx} \quad , \quad j_{\text{th},x} = \frac{I_{\text{th},x}}{A} \quad \begin{matrix} \text{flächenmittlerer} \\ \text{lokaler Wärmeflux-} \\ \text{vektor} \end{matrix}$$

$$j_{\text{th},\Theta} = \alpha (T_s - T_u) \quad \begin{matrix} \text{z.B. Wand} \\ \text{umgebung} \end{matrix} \quad \text{Wärmeübergangskoeffizient } \alpha$$

$$I_{\text{th},\Theta} = A \alpha (T_s - T_u) \quad \begin{matrix} \text{absoluter Wärmestrom} \\ (\text{Newton'sches Abkühlungsgesetz}) \end{matrix}$$

$$\alpha = [W/m^2 \cdot K]$$

$$I_{\text{th,rad}} = \sigma A T_s^4 \quad \begin{matrix} \text{Stefan-Boltzmann Gesetz} \\ (\text{schwarze Oberfläche}) \end{matrix}$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

$$\epsilon = \begin{cases} = 1 & \text{Schwarzer Körper} \\ < 1 & \text{Greuer Körper} \\ = 0 & \text{Weisser Körper} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Strahlungseffizienz /} \\ \text{Emissivität} \end{matrix}$$

$$I_{\text{th,rad}} = \sigma \epsilon A T_s^4 \quad \text{für allgemeine Strahler}$$

$$I_{\text{th,rad}} = \frac{\sigma A}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} (T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4) \quad \begin{matrix} \text{für heiße zu} \\ \text{kalte Fläche} \end{matrix}$$

$$I_{\text{th,rad}} = \sigma \epsilon A_s (T_{s_1}^4 - T_{s_2}^4) \quad \begin{matrix} \text{heißer Körper zu} \\ \text{kühlem Raum} \end{matrix}$$

$$I_{\text{th,x}} = A U (T_i - T_a) \quad \text{Wärmedurchgang } U$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\kappa_{\text{a}}} + \frac{d_{\text{II}}}{\kappa_{\text{II}}} + \frac{d_{\text{III}}}{\kappa_{\text{III}}} + \frac{1}{\kappa_{\text{i}}}} \quad \begin{matrix} \text{therm. Leitfähigkeit} \\ \text{Distanz in m} \end{matrix}$$

$$R_{\text{th}} = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{\kappa_{\text{a}}} + \frac{d_{\text{II}}}{\kappa_{\text{II}}} + \frac{d_{\text{III}}}{\kappa_{\text{III}}} + \frac{1}{\kappa_{\text{i}}} \right) \quad \text{Thermischer Widerstand}$$

$$I_{\text{th,x}} = (T_i - T_a) / R_{\text{th}}$$

$$R_{\text{th}} = [K/W] \quad U = [W/(m^2 \cdot K)]$$

Naturkonvektion: $I_{\text{th,ra}}$ Thermische Strahlung: $I_{\text{th,rad}}$

$$C_i \frac{d \bar{T}_i}{dt} = \sum_{j=1}^N \frac{(\bar{T}_j - \bar{T}_i)}{R_{ij}} \quad \text{Energiebilanz Subsystem i}$$

$$C_i = n_i \cdot c_i$$

Der 1. Hauptsatz für offene, stationäre Systeme

$$\underbrace{S_1 c_1 A_1}_{\text{In}_1} = \underbrace{S_2 c_2 A_2}_{\text{Passenfluss an Ein&Ausgang}} \quad c = \text{Stromgeschwindigkeit}$$

$$\underbrace{p_1}_{\text{1}} + \underbrace{\frac{g}{2} c_1^2}_{\text{2}} + \underbrace{g z_1}_{\text{3}} = p_2 + \underbrace{\frac{g}{2} c_2^2}_{\text{4}} + \underbrace{g z_2}_{\text{5}} \quad \text{Bernoulli}$$

Erster Hauptsatz für offene, stationäre Systeme:

$$\Delta I_{\text{Wth}} + \Delta I_{\text{WP}} + \Delta I_{\text{Wen}} + \Delta I_{\text{Wpot}} = I_{\text{th},12} + I_{\text{mech},12}$$

$$I_m \cdot \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{\text{th},12} + I_{\text{mech},12}$$

$$\hookrightarrow h = u + pV$$

$$u = U/m \quad \text{massenspezifische innere Energie}$$

$$v = V/m \quad \text{spezifisches Volumen}$$

$$I_m = \underline{S} I_V$$

$$I_V = c A$$

$$(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = W_{\text{th},12} + W_{\text{mech},12}$$

$$W_{\text{th},12} = I_{\text{th},12} / I_m \quad W_{\text{mech},12} = I_{\text{mech},12} / I_m$$

$$I_m \cdot \left[C_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{\text{th},12} + I_{\text{mech},12} \quad \Rightarrow 1. \text{ HS mit konstanter Dichte}$$

$$I_{\text{mech},12} = I_{\text{mech},12}^{\text{rev}} + I_{\text{mech},12}^{\text{diss}}$$

1. Hauptsatz offener, stationärer Systeme für Gase:

$$I_m \left[C_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) \right] = I_{\text{th},12} + I_{\text{mech},12} + I_{\text{diss}} \quad \begin{matrix} \text{geschwindigkeit + T vernachlässigbar} \\ \text{für Gase} \end{matrix}$$

Reversible Leistung bei isentroper Expansion/Kompression

$$I_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = I_m C_p T_1 \left[\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-k}{k}} - 1 \right]$$

Thermodynamische Charakterisierung Flugzeugturbine

$$F_S = I_{m,aus} \cdot c_{aus} - I_{m,ein} \cdot c_{ein} \propto I_m (c_{aus} - c_{ein})$$

\hookrightarrow Schubkraft Turbojet

$$P_{vort} = c_{ein} \cdot F_S \quad \text{Vortriebsleistung}$$

$$\frac{I_m}{2} (c_{Ende}^2 - c_{Anfang}^2) = I_{th,Brennkammer} - |I_{th,ext. Käfer}| \gg 0$$

\hookrightarrow Gesamtenergiebilanz Turbojet

Innenwirkungsgrad Turbojet (Leistung in kin. E. zu Wärme Brennstoff)

$$\eta_i = 1 - \frac{|I_{th,61}|}{I_{th,39}} = 1 - \frac{T_6 - T_1}{T_4 - T_3}$$

Aussenwirkungsgrad: Vortriebsleistung zu Zugewinn Leist. kin. E.

Therm. Wirkungsgrad: Vortriebsleistung zu zugeführte. Wärmed.

$$\eta_{th} = \eta_i \cdot \eta_a$$

Das elektrische Feld

$$[C = A \cdot s] \quad \text{Einheit der Ladung Coulomb}$$

$$[1Ah = 3600C]$$

$$e = 1.602176639 \cdot 10^{-19} C$$

$$\dot{Q} = \sum I_{Q,zu} + \sum I_{Q,ab} \quad \text{Ladungsbilanz für System}$$

$$[1A = 1 \frac{C}{s}] \quad \text{Einheit des elekt. Stroms Ampère}$$

$$\vec{F}_{C,12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \quad \text{Coulombkraft zw. zwei Punktladungen}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}, \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{Elektrisches Feld einer Punktladung}$$

$$\vec{F}_C(\vec{r}) = q \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad \text{Coulomb-kraft auf Punktladung in elektrischem Feld}$$

$$E(r) = \left[\frac{N}{c} = \frac{Nm}{cm} = \frac{j}{cm} = \frac{Ws}{cm} = \frac{VAs}{Asm} = \frac{V}{m} \right]$$

$$\phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \text{Fluss des elektrischen Feldes } \vec{E} \text{ durch die Fläche } A$$

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{Gauss'sches Gesetz der Elektrostatik}$$

$$\epsilon_G(r) = -G \frac{m}{r} \quad \text{Gravitationspotential einer Punktmasse}$$

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{mittlere Gravitationskraft zw. 2 Teilchen}$$

Änderung der potentiellen Gravitationsenergie und Potentialdifferenz

$$\Delta E_{pot,G} = m \cdot \Delta \epsilon_{G,G} = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{g}(\vec{r}) ds$$

\hookrightarrow Gravitationspotentiellendifferenz zw. zwei Punkten in einem Gravitationsfeld \vec{g}

$$\epsilon_G(P) = - \int_{-\infty}^P \vec{g}(\vec{r}) ds \quad \text{Gravitationspotential an einem Punkt } P \text{ in einem Gravitationsfeld } \vec{g}$$

$$\epsilon_E(P) = \int_{-\infty}^P \vec{E}(\vec{r}) ds \quad \text{Elektrisches Potential an einem Punkt } P \text{ in einem elekt. Feld } \vec{E}$$

$$\Delta E_{pot,E} (\Delta r) = q \cdot \Delta \epsilon_E \quad \text{Änderung der potentiellen elekt. Energie und Potentialdifferenz}$$

$$E_{pot,E} = q \cdot \epsilon_E$$

$$\Delta \epsilon_E = \epsilon_E(P_2) - \epsilon_E(P_1) = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}(\vec{r}) ds$$

\hookrightarrow Elektrische Potentiellendifferenz zw. zwei Punkten in einem elekt. Feld \vec{E} .

$$\epsilon_E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad \text{Elektrisches Potential einer Punktladung}$$

$$P_G = \Delta \epsilon_G \cdot I_m \quad \text{Prozessleistung eines gravitativen Prozesses}$$

$$P_E = \Delta \epsilon_E \cdot I_Q \quad \text{Prozessleistung eines elektrischen Prozesses}$$

$$\text{elektrisches Potential} = \text{Spannung} \quad [\rightarrow 1V = 1 \frac{W}{A}]$$

$$[1eV] = 1.6 \cdot 10^{-19} J$$

Der elektrische Widerstand

$$R(t) = \frac{U(t)}{I(t)}$$

Elektrischer Widerstand

$\hookrightarrow = \text{const.} \rightarrow \text{Ohm'scher Leiter}$

$$[1 \Omega = 1 \frac{V}{A}]$$

$$\text{Leitwert } G = \frac{1}{R} \quad [S] \text{ (Einheit Siemens)}$$

Leitfähigkeit σ [S/m], spez. Widerstand ρ [Ωm]

$$R = \sigma \frac{L}{A} \quad \text{Für gleichförmiger Körper aus reinem Material. } (L = \text{Länge}, A = \text{Querschnitt})$$

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \quad \text{Prozessleistung}$$

$$\Delta E_{t_1 \rightarrow t_2} = \int_{t_1}^{t_2} U(t) \cdot I(t) \cdot dt \quad \text{freigesetzte Energie bei Prozessleistung}$$

$R = R_1 + R_2$ Ersatzwiderstand für Serienschaltung von Ohmschen Widerständen

$$\hookrightarrow U = U_1 + U_2, I = I_1 = I_2$$

$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ Ersatzwiderstand für Parallelschaltung von Ohmschen Widerständen

$$\hookrightarrow I = I_1 + I_2, U = U_1 = U_2$$

Hydraulik

$$I_v = \frac{\Delta P}{R_v} \quad \text{Volumenstrom durch Leitung bei laminarer Strömung}$$

$I_v = \sqrt{\frac{\Delta P}{K}}$ Volumenstrom durch Leitung bei turbulenten Strömung. $K = \text{turbulenter hydr. Widerstand}$

$$I_{v,\text{krit}} = \frac{R_v}{K} \quad \text{Kritischer Volumenstrom, Übergang laminar zu turbulent}$$

$$\Delta P_{v,\text{krit}} = \frac{R_v^2}{K} \quad \text{Kritischer Druck, Übergang laminar zu turbulent}$$

$$P = R_v \cdot I_v^2 \quad \text{Prozessleistung laminar}$$

$$P = K \cdot I_v^3 \quad \text{Prozessleistung turbulent}$$

$$R_v = R_{v1} + R_{v2} \quad \text{Ersatzwiderstand für Serienschaltung von hydraulischen Widerständen}$$

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_{v1}} + \frac{1}{R_{v2}} \quad \text{Ersatzwiderstand für Parallelschaltung von hydraulischen Widerständen}$$

Die elektrische Kapazität

$$C(t) = \frac{Q(t)}{U(t)} \quad \text{Kapazität eines Kondensators}$$

$$[1 F = \frac{1C}{1V}] \quad \text{Farad}$$

Serienschaltung Kondensatoren:

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}, Q_1 = Q_2 = Q, \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Parallelschaltung Kondensatoren:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_{AB}, Q = Q_1 + Q_2, C = C_1 + C_2$$

$$W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad \text{Im Kondensator gespeicherte Energie}$$

$$W = Q \cdot U \quad [S = C \cdot V]$$

$$C_V = \frac{dU}{dP} \quad C_V = \frac{A}{8g} \quad \text{Hydraulische Kapazität}$$

Lade-, Entlade- & Ausgleichsprozesse

$$U_C(t) = U \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \begin{array}{l} \text{Spannung Kondensator} \\ \text{Ladevorgang} \end{array}$$

$$\tau = RC \quad \begin{array}{l} \text{Zeitkonstante einer seriellen} \\ \text{RC-Schaltung} \end{array}$$

$$\tau = [1 \Omega \cdot 1F = 1 \frac{V}{A} \cdot \frac{C}{V} = 1 \frac{A \cdot s}{A} = 1s]$$

$$Q_C(t) = Q_{C,F} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \begin{array}{l} \text{Ladung Kondensator} \\ \text{Ladevorgang} \end{array}$$

$$U_C(t) = U \cdot e^{-t/\tau} \quad \begin{array}{l} \text{Spannung Kondensator} \\ \text{Entladevorgang} \end{array}$$

$$Q_C(t) = Q \cdot e^{-t/\tau} \quad \begin{array}{l} \text{Ladung Kondensator} \\ \text{Entladung} \end{array}$$

$$\epsilon_{\text{Ausgleich}} = \frac{Q_{1,I} + Q_{2,I}}{C_1 + C_2} \quad \begin{array}{l} \text{Ausgleichspotential} \\ \text{kondensatoren} \end{array}$$

$$\Delta W_{sys} = \Delta Q \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha \epsilon_I + \alpha \epsilon_F)$$

\hookrightarrow Energieänderung bei Ladungsaustausch zw. Kondensatoren

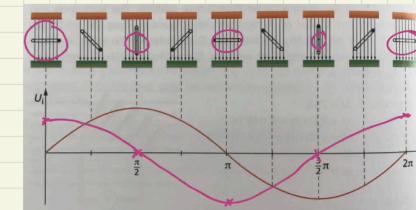
$$\phi_B = B \cdot A \cdot \cos(\alpha)$$

\hookrightarrow wenn 90° dann = 0
wenn parallel dann = 1

Magnetfeld und Lorentz-Kraft

$$\phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{Magnetischer Feldfluss}$$

$$[\text{Weber} = \text{Wb} = T \cdot m^2]$$



$$\dot{\phi}_{mag} = \underbrace{N \cdot B \cdot A_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)}_{U_{max}} \quad \text{wenn } \omega = 1$$

$$\phi_B = N \cdot \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = N \cdot \int_A B \cdot dA \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{A})$$

$$= N \cdot B \cdot \cos(\varphi) \cdot \underbrace{\int_A dA}_{=A} = N \cdot B \cdot A \cdot \cos(\varphi)$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{Transformator}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{Gauss'sches Gesetz des Magnetismus}$$

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2} \quad \text{Gesetz Biot-Savart}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \quad \text{Magnetische Feldkonstante}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} \quad \text{Magnetfeld im Zentrum einer Leiterschleife}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} \quad \text{Magnetfeld im Innen einer langen Spule}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{Magnetfeld um einen langen geraden Leiter}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \text{Ampèresches Gesetz}$$

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{Magnetische Kraft auf geladenes Teilchen}$$

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{Lorentz-Kraft auf geladenes Teilchen}$$

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \quad \text{Magnetische Kraft auf stromdurchflossenes gerades Leiterstück}$$

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A} \quad \text{Magnetisches Moment einer stromdurchflossenen Leiterschleife}$$

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \text{Drehmoment auf eine stromdurchflossene Leiterschleife in einem Magnetfeld}$$

Elektromagnetische Induktion

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\phi_{\text{mag}}}{dt} \quad \text{Gesetz von Faraday}$$

$$U_{\text{ind}} = N \cdot \left(- \frac{d\phi_B}{dt} \right)$$

$$\oint_A \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

↳ Durch Änderung des magnetischen Feldflusses induziertes elektrisches Feld

$$L = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{l} \right)^2 \cdot A l \quad \text{Induktivität einer langen Zylinderspule}$$

$$U_L = L \dot{I} \quad \text{Selbstinduktionsspannung und Induktivität}$$

$$L = \left[H = \frac{V}{A/s} \right]$$

$$E_L = \frac{1}{2} L I^2 \quad \text{Induktiv gespeicherte Energie}$$

$$w_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{Energiedichte des Magnetfelds}$$

RL - Schaltkreis

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \text{Zeitkonstante RL - Schaltkreis}$$

$$U_R + U_L = 0 \quad (\text{Wenn Spannungsquelle noch dran: } U_R + U_L + U_G = 0)$$

$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = 0 \iff \ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} = 0$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

LC - Schaltkreis

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi}{T} \quad \text{Eigenfrequenz LC-Schaltkreis}$$

$$\gamma = \frac{R}{2L} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \approx \omega_0$$

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\gamma t} \cos(\omega_d \cdot t)$$

$$U_C + U_L = 0 \quad \text{Spannung LC-Schaltkreis}$$

$$\dot{Q} + L \dot{I} = 0 \quad I(t) = \dot{Q}(t)$$

$$\dot{I}(t) = \ddot{Q}(t)$$

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \delta) \quad \rightarrow \text{Phasenverschiebung reiters} = 0$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega_0 t)$$

RLC - Schaltkreis

$$U_C + U_L + U_R = 0$$

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d t)$$

$$U_C(t) = U_{C,0} \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d t)$$

$$I(t) = \dot{Q}(t) = \gamma \omega Q_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \sin(\omega_d t)$$

RLC - Schaltkreis angeregt

$$U_C + U_L + U_R - U_a = 0$$

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = \frac{U_a}{L} \cos(\omega_a t)$$

$\omega_a \rightarrow$ Kreisfrequenz Generator