Impuls

Allgemein: $\boxed{p = m \cdot v}$ (Impuls [$\frac{kg \cdot m}{s}$]; Masse [kg]; → Geschw. [m/s])

Impulserhaltung !

$$\boxed{\begin{gathered} p_1 = p_2 \\ m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = m_1 \cdot v_{1f} + m_2 \cdot v_{2f} \end{gathered}}$$

$\boxed{\text{Info: } p = \text{Kraftstoss !}}$

Vollelastisch: → Feder

$\boxed{E_{kin,i} = E_{kin,f}}$

Vollinelastisch: → Knete → Körper nach Zsm-Stoss zusammen

$\boxed{p_{tot} = m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = v_f (m_1 + m_2)}$ Δ Phase $2 = 0$

Teilelastisch: $\Delta Ph_2 < \Delta Ph_1$

Kinematik

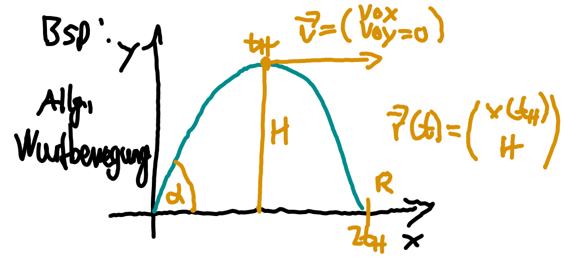
$$\begin{tikzcd} x(t) \arrow[r, bend left, "\text{abl.}"] & v(t) \arrow[l, bend left, "\text{Int.} + x(t_0)"] \arrow[r, bend left, "\text{abl.}"] & a(t) \arrow[l, bend left, "\text{Int.} + v(t_0)"] \end{tikzcd}$$

$v(t) = v(t_0) + \int_{t_1}^{t_2} a(\tau)\, d\tau$ ⇒ allgemeine Wurfbewegung: $\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}\, dt = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} - g \cdot t \end{pmatrix}}$

$\vec{r}(t) = x(t_0) + \int_{t_1}^{t_2} v(\tau)\, d\tau$ ⇒ " " : $\boxed{\vec{r}(t) = \vec{x}_0 + \int_{t_1}^{t_2} \vec{v}\, dt = \begin{pmatrix} x_0 + v_{0x} \cdot t \\ x_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix}}$

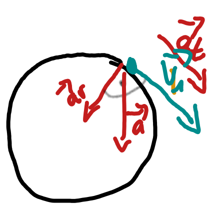
a konst: $\boxed{\begin{gathered} v_f = v_i + a \cdot \Delta t \\ x_f = x_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \end{gathered}}$ } $\boxed{v_f^2 = v_i^2 + 2 \cdot a\, \Delta x}$

Bsp.: Allg. Wurfbewegung



Kreisbewegung: $\boxed{|\vec{a}_r| = \frac{v^2}{r}}$ $\boxed{\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t}$ (→ Tangential; Radial)

$\boxed{T = \frac{2\pi \cdot r}{v}}$



Dynamik

$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$

Newton I: $\vec{F}_{Res} = 0$ ($\vec{v}_{Körper} = \text{konst}$)

Newton II: $\vec{F}_{Res} = m \cdot \vec{a}$ ($m = \text{konst}$)

Newton III: actio = reactio ⇐ Impulserhaltung

Ablauf:

1. System abgrenzen
2. Nur die Kräfte auf das System zeichnen
3. Newton II: $\vec{F}_{Res} = m \cdot \vec{a}$

Messfehler:

Standarabweichung: $\boxed{s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (\bar{x} - x_i)^2}}$

Standardabweichung Mittelwert: $\boxed{\Delta x = s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (\bar{x} - x_i)^2}}$ (→ absolute Fehler)

$\boxed{\text{relative Fehler} = \frac{\Delta x}{x}}$ (→ absolute Fehler)

$\delta = \frac{\Delta \ldots}{\ldots}$ ⇒ bsp. $\delta x = \frac{\Delta x}{x}$

Fehlerfortpflanzung:

Add&Sub: $a = x + y - z \Rightarrow \Delta a = \Delta x + \Delta y - \Delta z$ (→ Vorzeichen beachten)

Mult&Div: $a = \frac{3x \cdot y}{x} \Rightarrow \delta a = \delta x + \delta y + \delta z$ (→ Vorzeichen egal)

Exponent: $a = 2 \frac{x y^{-3}}{\sqrt{z}} \Rightarrow \delta a = \delta x + 3\delta y + \frac{1}{2} \delta z$

Dynamik:

Reibung: $\boxed{F_{H,max} = \mu_H \cdot F_N}$ (F_N: $m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$; Haftreibung) $\boxed{F_R = \mu_R \cdot F_N}$ Gleitreibung

Bemerkung: Reibung ∥ Oberfläche!

$\boxed{\mu_H = \tan(\alpha)}$ $\boxed{F_N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)}$ $\boxed{a = g(\sin(\alpha) - \mu_R \cdot \cos(\alpha))}$

Reibung in Fluiden:

$\boxed{|\vec{F}_{Stokes}| = 6\pi \mu r \cdot v}$ (Radius, Geschw., Viskosität) $\boxed{F_g = F_{Stokes}} \Rightarrow \boxed{v_\infty = \frac{m \cdot g}{6\pi\mu r}}$

Turbulente Strömung:

$\boxed{|\vec{F}_{LW}| = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_W \cdot A \cdot v^2}$ (Luftwiderstand, Geometrie, Dichte) **Bemerkung:** $\vec{F}_{LW} \parallel -\vec{v}$

Gravitation: $\boxed{|\vec{F}_{12}| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2}}$ G: $6.67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$

Federkraft: $\boxed{F_F = -k \cdot x = -k(x - x_0)}$ k: [N/m]

Energie:

$\boxed{E_{pot} = m \cdot g \cdot h}$ $\boxed{E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m v^2}$ $\boxed{E_{kin} = F \cdot s}$ Arbeit (W) $\boxed{E_F = \frac{1}{2} k \Delta x^2}$ [J]

Arbeit:

$\boxed{W = F \cdot \cos(\theta) \cdot d}$! Nur wenn $\vec{F}$ = konst ! $[W] = J = Ws$

Federkraft Arbeit:

$$\boxed{W_{Feder} = \int_{x_i}^{x_f} (-k \cdot x)\, dx = -k \cdot \int_{x_i}^{x_f} x \cdot dx = -\frac{1}{2} k x_f^2 + \frac{1}{2} k x_i^2}$$

Arbeit & Ekin: $\vec{F}$ = konst (1D)

$\boxed{W = m \cdot a \cdot d}$ (+) $\boxed{v_f^2 = v_i^2 + 2ad}$ $\Rightarrow$ $\boxed{W_{ges} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \Delta E_{kin}}$

$ad = \frac{1}{2}(v_f^2 - v_i^2)$

Arbeit und Epot:

$$\boxed{W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_i^f \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \int_i^f -mg\, dy = -mg(y_f - y_i) = -mg\Delta h}$$

Weg Unabhängig

$\boxed{W_{ext} = \Delta E_{mech} = \Delta E_{kin} + \Delta E_{pot}}$

$\boxed{\Delta E_{pot} = -W}$

Leistung Kraft: $\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt}}$

Anwesenheit Reibung:

$\boxed{F_{ext} \cdot d - F_R \cdot d = \Delta E_{mech} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2}$

$\boxed{F_R \cdot d = \Delta E_{therm}}$

$[P] = W$ $\boxed{W = \Delta E_{mech} + \Delta E_{therm}}$ $\boxed{P = \frac{W}{t}}$

Schwingungen:

$\boxed{|\vec{a}| = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r} = a_r}$ $\boxed{\omega = \frac{v}{r}}$ [1/s] $\boxed{\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t)}$

Harmonische Schwingung: $\boxed{x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t + \phi)}$

$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= x_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ \dot{x}(t) &= -x_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \\ \ddot{x}(t) &= -x_0 \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t) \end{aligned}}$ $\boxed{\omega^2 = \frac{k}{m}}$ $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$

$\boxed{f = \frac{1}{T}}$ Frequenz [1/s] $\boxed{T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}}$ Periode [s], Länge $\boxed{g = (2\pi)^2 \frac{R}{T^2}}$

$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$ / $\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi}}$ $[f] = Hz$

Gedämpfte Schwingungen + Reibung:

Fadenpendel:

$\boxed{s = \theta \cdot L}$ max. Auslenkung

$\boxed{\begin{aligned} \vec{F}_{ges} &= \vec{F}_g + \vec{T} \\ &= m\vec{a} = m(\vec{a}_r + \vec{a}_t) \end{aligned}}$

$\boxed{F_{ges,radial} = m \cdot a_r = T - m \cdot g \cdot \cos(\theta)}$ $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{L}{g}}}$

$\boxed{F_{ges,tang} = m \cdot a_t = -m \cdot g \cdot \sin(\theta)}$

$\boxed{L \cdot \ddot{\theta} = -g \cdot \sin(\theta)}$ dyn. Gleichung

$\boxed{\theta(t) = \theta_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t)}$ Lösung

Laminare Strömungswiderstand: $\boxed{\vec{F}_R = -b \vec{v}}$

Kritische Dämpfung: $\frac{k}{m} = \frac{b^2}{4m^2}$ $\omega_D = 0$

→ Ruhelage in kürzester Zeit

überkritische Dämpfung $\frac{k}{m} < \frac{b^2}{4m^2}$

$\boxed{m \cdot \ddot{x} = -kx = -b \cdot \dot{x}}$ dyn. Gleichung

$\boxed{x(t) = x_{max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos(\omega_D t + \phi)}$ nur harmonisch

$\boxed{\tau = \frac{2m}{b}}$ $\boxed{\omega_D = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}}}$

Erzwungene Schwingung $\boxed{m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot x = F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)}$