Physik II

FS 23 Aviatik ZHAW

Karen Klöti

29. Mai 2023

1 Thermodynamik

1.0.1 ideale Gasgleichung

$$m = \frac{p_1 V_1}{R_s T_1}$$

1.0.2 Definitionen

$$\begin{aligned} \text{isobar} &= \text{konstanter Druck} \\ \text{isotherm} &= \text{konstante Temperatur} \\ \text{isochor} &= \text{konstantes Volumen, bzw. die Dichte p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{adiabatisch} &= \text{ohne Wärmeaustausch mit Umgebung} \\ \text{isentrop} &= \text{adiabatisch und reversible} \end{aligned}$$

1.1 innere Energie U

1.1.1 kalorische Zustandsgleichung

$$U = U(m, T, V)$$

1.1.2 thermische Zustandsgleichung

$$\rho = \rho(T, p)$$

1.1.3 Massendichte

$$\rho \equiv \frac{m}{V}$$

spezifisches Volumen

$$v \equiv \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}.$$

1.1.4 massenspez. innere Energie

$$u \equiv \frac{U}{m},$$

1.1.5 massenspez. Enthalpie

$$h \equiv \frac{H}{m}.$$

1.2 Temperatur

1.2.1 empirische Temperaturskalen nach Celsius/Strömer und FH

$$^\circ\mathrm{C} = \frac{5}{9}(^\circ\mathrm{F} - 32) \qquad ^\circ\mathrm{F} = \frac{9}{5}\,^\circ\mathrm{C} + 32.$$

1.2.2 korrekte Kelvin Temperaturskala

$$\mathrm{K} = {}^\circ\mathrm{C} + 273.15.$$

1.2.3 absoluter Nullpunkt

$$-273.15^\circ C$$

1.3 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Mit einer Änderung der inneren Energie eines Gases, einer Flüssigkeit oder einem Feststoff ändert sich auch dessen Temperatur.

1.3.1 geschlossene Systeme

Differentialform **Integralform**

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = I_{W,\mathrm{th}} + I_{W,\mathrm{mech}} \qquad U(t_2) - U(t_1) = \Delta U = W_{\mathrm{th},12} + W_{\mathrm{mech},12}$$

1.3.2 geschl. Systeme,reversible Prozesse

Integralform $W_{\mathrm{mech},12} \approx W^{\mathrm{rev}}_{\mathrm{mech},12}$

$$\Delta U = W_{th,12} - \int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V$$

1.3.3 reversile und isobare Zustandsänderungen

Differentialform **Integralform**

$$\frac{dH}{dt} = I_{W,th} \qquad \Delta H = W_{th,12}$$

1.4 Austausch von thermischer Energie ("Wärme")

Bei einem Prozess, der thermische in mechanische Energie umwandelt, spricht man allgemein von einer Wärme-Kraft-Maschine (engl. heat engine).

1.4.1 Volumenänderungsarbeit

Druckkraft $\mathbf{F_p = -pA}$ konst.

$$W^{\mathrm{rev}}_{\mathrm{mech},12} = F_p\,\Delta s.$$

Druckkraft $\mathbf{F_p = -pA}$ nicht konst

$$W^{\mathrm{rev}}_{\mathrm{mech},12} = \int_{s_1}^{s_2} F_p\,\mathrm{d}s, \qquad W^{\mathrm{rev}}_{\mathrm{mech},12} = -\int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V$$

masseloser reibungsfreier Koblen

$$W^{\mathrm{rev}}_{\mathrm{mech},12} = W_S$$

reibungsfreier Kolben der Masse m

1. Kolben der Masse m senkt sich $\Rightarrow$ Druck im Zylinders steigt um $\Delta p = \frac{m_K g}{A}$.
2. Zuführen von E_{term} Temperatur und Druck steigt im Kolben $\Rightarrow$ Kolben hebt sich um Δs an.
3. E_{pot} des Kolbens: $\Delta W_{pot} = m_k g \Delta s$

1.5 Enthalpie

$$H = U + pV$$

1.5.1 kalorische Zustandsgleichung

Gase **Feststoffe und Flüssigkeiten**

$$\begin{aligned} \Delta U &= m\bar{c}_v \Delta T \\ \Delta H &= m\bar{c}_p \Delta T \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \Delta U &= m\bar{c}_{L/S} \Delta T \\ \Delta H &= m\bar{c}_{L/S} \Delta T + V\Delta p \end{aligned}$$

2 Phasenübergänge

2.0.1 Schmelzenthalpie

$$\Delta H_{sl} = m \cdot \Delta h_{sl}$$

2.0.2 Verdampfungsenthalpie

$$\Delta H_{lv} = m \cdot \Delta h_{lv}$$

2.0.3 Begriffe

Flüssigkeit $\Leftrightarrow$ Dampf
Verdampfen, Kondensieren

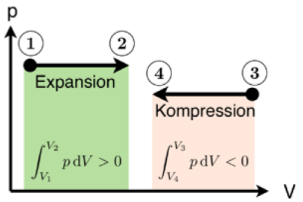
Flüssigkeit $\Leftrightarrow$ Feststoff
Erstarren, Schmelzen

Dampf $\Leftrightarrow$ Feststoff
Sublimieren, Resublimieren

3 Zustandsänderungen idealer Gase

Ideale Gasgleichung $pV = nRT$

3.1 Isobarer Prozess/Adiabatisch



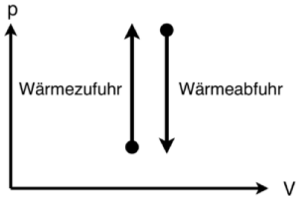
$$\frac{V}{T} = \frac{m}{p}\frac{R}{M} = \text{const.}$$

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Leftrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Wärme: $W_{th,12} = mc_p(T_2 - T_1)$

Arbeit: $W^{\text{rev}}_{\text{mech},12} = -\int_{V_1}^{V_2} pdV$
$= -p(V_2 - V_1)$

3.2 Isochorer Prozess



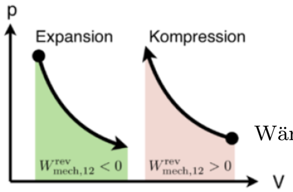
$$\frac{p}{T} = \frac{m}{V}\frac{R}{M} = \text{const.}$$

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1} \Leftrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Wärme: $W_{th,12} = mc_v(T_2 - T_1)$

Arbeit: $W^{\text{rev}}_{\text{mech},12} = 0$

3.3 Isothermer Prozess



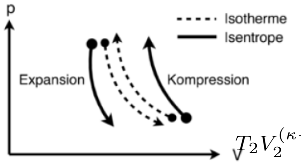
$$pV = m\frac{R}{M}T = \text{const.}$$

$$p_1V_1 = p_2V_2 \Leftrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

Wärme: $W_{th,12} = -W^{\text{rev}}_{\text{mech},12}$
$$= m\frac{R}{M}T\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Arbeit: $W^{\text{rev}}_{\text{mech},12} = -m\frac{R}{M}T\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

3.4 Isentrop Prozess



Isentropenexponent κ

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \approx \frac{Z+1}{Z}$$

$$c_v = e_p - R_S = cp - \frac{R}{M}$$

$$T_2V_2^{(\kappa-1)} = T_1V_1^{(\kappa-1)} \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\kappa-1)}$$

$$p_2V_2^{(\kappa-1)} = p_1V_1^{(\kappa-1)} \Leftrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\kappa-1)}$$

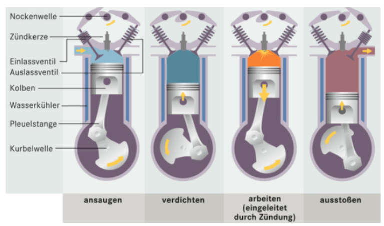
$$p_2T_2^{\kappa/(\kappa-1)} = p_1T_1^{\kappa/(\kappa-1)} \Leftrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\kappa}{(\kappa-1)}}$$

Wärme: $W_{th,12} = 0$

Arbeit: $W^{\text{rev}}_{\text{mech},12} = U_2 - U_1 = mc_v(T_2 - T_1)$

4 Kreisprozesse und Wirkungsgrade

4.1 Otto-Motor



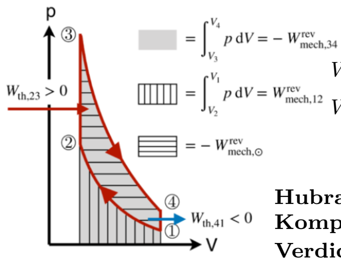
Ansaugen : Das Einlassventil ist offen, der Kolben bewegt sich nach unten und saugt so das Luft- Brenngasgemisch durch die Einlassöffnung an.
Verdichten :**isentrope Kompression** 1 → 2 Das Einlassventil ist geschlossen, der Kolben bewegt sich nach oben und komprimiert das Luft- Brenngasgemisch. Durch die Kompression steigen Druck und Temperatur der Gasmischung stark an.
Arbeiten :**isentrope Expansion** 3 → 4 Das zündfähige Luft-Brenngasgemisch wird über den Funken der Zündkerze gezündet **isochore Wärmezufuhr** 2 → 3 und so explosionsartig verbrannt. Dadurch steigen Druck und Temperatur noch weiter an. Um dem hohen Druck ≪nachzugeben≫, bewegt sich der Kolben nach unten und leistet so Arbeit.
Ausstossen : **isochore Wärmeabfuhr** 4 → 1 Das Auslassventil ist offen, der Kolben bewegt sich nach oben und schiebt die heissen Abgase durch die Auslassöffnung aus dem Zylinderraum aus.

4.2 Wärmen und Arbeiten

4.2.1 Spezifische Wärmezufuhr

$$W_{th} = \frac{W_{th1,2}}{m}$$

Prozessschritt	Arbeit $W^{rev}_{mech,a\to b}$	Wärme $W_{th,a\to b}$
$1 \to 2$: isentrop	$mc_v(T_2 - T_1) > 0$	0
$2 \to 3$: isochor	0	$mc_v(T_3 - T_2) > 0$
$3 \to 4$: isentrop	$mc_v(T_2 - T_1) < 0$	0
$4 \to 1$: isochor	0	$mc_v(T_1 - T_4) < 0$



$$W^{rev}_{mech,\odot} = -W_{th,\odot}$$
$$W^{rev}_{mech,\odot} = -(W_{th,\oplus} + W_{th,\ominus})$$
$$= \mid W_{th,\ominus} \mid - W_{th,\oplus}$$

Hubraum: $V_h = V_1 - V_2$
Kompressionsraum: $V_k = V_2$
Verdichtungsverh.: $\epsilon = \frac{V_1}{V_2} = 1 + \frac{V_h}{V_k} > 0$

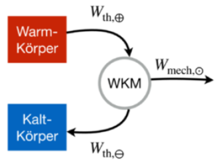
4.2.3 Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}}$$

$$\eta_{Otto} = \frac{\mid W^{rev}_{mech,\odot} \mid}{W_{th,\oplus}} = \frac{(T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)}{(T_3 - T_2)}$$
$$= 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2} < 1 = 1 - \frac{1}{\epsilon^{(\kappa-1)}}$$

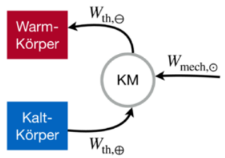
4.3 Kreisprozesse

4.3.1 Rechtslaufend - Wärmemaschiene



$$W^{rev}_{mech,\odot} = -W_{th,\odot}$$
$$= \oint pdV = \oint Vdp$$
$$\eta_{WKM} = \frac{\mid W^{rev}_{mech,\odot} \mid}{W_{th,\oplus}} = \frac{\mid -W_{th,\odot} \mid}{W_{th,\oplus}}$$
$$= \frac{W_{th,\oplus} - \mid W_{th,\ominus} \mid}{W_{th,\oplus}} = 1 - \frac{\mid W_{th,\ominus} \mid}{W_{th,\oplus}}$$

4.3.2 Linkslaufend - Kältemaschiene



zugeführte thermische Energie $W_{th,\oplus} > 0$ einem Kaltkörper entzieht und $W_{th,\ominus} < 0$ an einen Warmkörper abgibt.
Die zugeführte Arbeit $W_{mech,\odot} > 0$ entspricht (bis auf das Vorzeichen) der netto abgeführten Wärme $W_{th,\oplus} + W_{th,\ominus} < 0$.

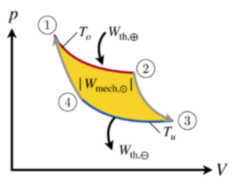
$$\eta_{KM} = \frac{W_{th,\oplus}}{W^{rev}_{mech,\odot}} = \frac{\mid W_{th,\ominus} \mid - W^{rev}_{mech,\odot}}{W^{rev}_{mech,\odot}} = \frac{\mid W_{th,\ominus} \mid}{W^{rev}_{mech,\odot}} - 1$$

Wärmepumpe (KM)

$$\eta_{WP} = \frac{\mid W_{th,\ominus} \mid}{W^{rev}_{mech,\odot}} = \frac{W_{th,\oplus} + W^{rev}_{mech,\odot}}{W^{rev}_{mech,\odot}} = 1 + \frac{W_{th,\oplus}}{W^{rev}_{mech,\odot}}$$

5 Entropie und der 2. Hauptsatz

5.1 Carnot Kreisprozes - Wärmeaschiene



$1 \to 2$ isotherme Expansion
$2 \to 3$ isentrope Expansion (adiabat)
$3 \to 4$ isotherme Kompression
$4 \to 1$ isentrope Kompression (adiabatisch = kein Austausch von thermischer Energie mit Umgebung

Wirkungsgrad bestmöglicher Wirkungsgrad einer WKM

$$\eta_{WKM,Carnot} = 1 - \frac{T_u}{T_o}$$

Entropiestrom

$$I_s = \frac{I_{W,th}}{T7}$$

5.1.1 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Wärme kann nicht von selbst von einem kälteren zu einen wärmeren Körper, sei es direkt noch indirekt, übergehen.

Entropiebilanz bei reversiblem Prozess

$$\frac{dS}{dt} = I_s = \frac{I_{W,th}}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S = S_2 - S_1 = \int_{t1}^{t2} \frac{I_{W,th}}{T} dt = \int_{t1}^{t2} I_S dt$$

Entropiebilanz bei irreversiblem Prozess

$$\frac{dS}{dt} = \frac{I_{W,th}}{T} + \Pi_s$$

$$\Rightarrow \Delta S = S_2 - S_1 = \int_{t1}^{t2} \frac{I_{W,th}}{T} dt + \int_{t1}^{t2} \Pi dt$$

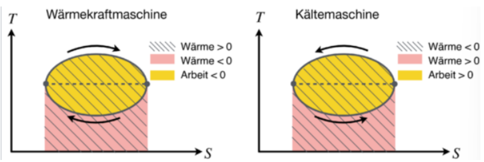
5.1.2 T,S-Diagramm

ausgetauschte thermische Energie, reversibel

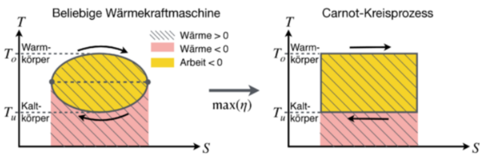
$$W_{th,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,th} dt = \int_{S_1}^{S_2} T dS$$

ausgetauschte Wärme und Arbeit, reversibel

$$W^{rev}_{mech,\odot} = -W_{th,\odot} = \oint I_{W,th} dt = \oint T dS$$



5.1.3 max. Wirkungsgrade



$$\eta_{WKM,Carnot} = 1 - \frac{\mid W_{th,\ominus} \mid}{W_{th,\oplus}} = 1 - \frac{T_u}{T_o}$$

$$\eta_{KM,Carnot} = \frac{W_{th,\oplus}}{W^{rev}_{mech,\odot}} = \frac{T_u}{T_o - T_u}$$

$$\eta_{WP,Carnot} = \frac{\mid W_{th,\ominus} \mid}{W^{rev}_{mech,\odot}} = \frac{T_o}{T_o - T_u} > 0$$

5.1.4 Gibbs-Gl. / Entropieänderung idealer Gase

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \left[c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{R}{M} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right]$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \left[c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{R}{M} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \right]$$

$$T_2 = T_1 exp\left(\frac{S_2 - S_1}{mc_v}\right)$$

$$T_4 = T_3 exp\left(\frac{S_4 - S_3}{mc_p}\right)$$

5.2 Wärmetransport

5.2.1 Wärmestromvektor flächengemittelt

$$\vec{I}_{th} = \begin{pmatrix} I_{th,x} \\ I_{th,y} \\ I_{th,z} \end{pmatrix} \qquad \frac{\vec{I}_{th}}{A} \equiv \vec{j}_{th} = \begin{pmatrix} j_{th,x} \\ j_{th,y} \\ j_{th,z} \end{pmatrix}$$

5.2.2 Fourier'sche Wärmeleitung

$$I_{th,x} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x} \qquad j_{th,x} = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

5.2.3 Wärmeflüsse

Wärmeübergangskoeffizient α $\qquad [\alpha] = W/(m^2 K)$

$$j_{th,\alpha} = \alpha (T_s - T_u) \qquad i_{th,\alpha} = A \alpha (T_s - T_u)$$

Erzwungene Konvektion - Flüssigkeit:	$100 < \alpha(\frac{W}{m^2 K} < 10'000$
Erzwungene Konvektion - Gas:	$30 < \alpha(\frac{W}{m^2 K} < 300$
Naturkonvektion in einer Flüssigkeit:	$20 < \alpha(\frac{W}{m^2 K} < 100$
Naturkonvektion in einem Gas:	$3 < \alpha(\frac{W}{m^2 K} < 30$

5.2.4 Thermische Strahlungsflüsse

Emission : Aussenden bzw. Abgeben von therm. Strahlung
Absorption : Aufnehmen von thermischer Strahlung
Reflektion: Spiegeln bzw. Rückstrahlen von therm. Strahlung
Transmission: Durchlassen von thermischer Strahlung

5.2.5 Stefan Boltzmann-Gesetz

Ein Schwarzer Körper mit Oberfläche A und absoluter Oberflächentemperatur $T_s(K)$ den Strahlungsenergiefluss $I_{th,rad}$

Boltzmann'sche Strahlungskonstante $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

$$I_{th,rad} = \sigma A T_s^4$$

5.2.6 Planck'sches Strahlungsgesetz

Wärmestrahlung haben bei höheren Temperautren kürzere Wellenlängen

$$I_{th,rad} = A \int_0^\infty j_{th,\lambda} d\lambda = \sigma A T_s^4$$

5.2.7 Emittierter Strahlungsenergiestrom realer Körper

$$e \begin{cases} = 1 & Schwarzer\ Körper \\ < 1 & Grauer\ Körper \\ = 0 & Weisser\ Körper \end{cases}$$

allgemein. Stefan-Boltzmann Gesetz

$$I_{th,rad} = \sigma \epsilon A T_s^4$$

5.2.8 Austausch von Wärmestrahlung

heisse $\rightarrow$ kalte Fläche

$$I_{th,rad} = \frac{\sigma A}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} (T_{s1}^4 - T_{s2}^4)$$

$$I_{th,rad} = \frac{\epsilon \sigma A}{2 - \epsilon} (T_{s1}^4 - T_{s2}^4) \qquad für\ \epsilon_1 \approx \epsilon_2$$

abgegebener Wärmestrom eines heissen Körpers

$$I_{th,rad} = \sigma \epsilon_1 A_1 (T_{s1}^4 - T_{s2}^4)$$

5.2.9 Wärmedurchgang U

$$I_{th,x} = AU(T_i - T_a)$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{II}}{\kappa_{III}} + \frac{d_{III}}{\kappa_{III}} + \frac{1}{\alpha_i}}$$

$$R_{th} = \frac{1}{A}\left(\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{II}}{\kappa_{III}} + \frac{d_{III}}{\kappa_{III}} + \frac{1}{\alpha_i}\right) \quad \text{thermischer Widerstand}$$

$$I_{th,x} = (T_i - T_a)/R_{th}$$

5.2.10 Wärmeflüsse

$$\frac{d\bar{T}_K}{dt} = -\frac{1}{C_K}\left(\frac{(\bar{T}_K - \bar{T}_T)}{R_{KT}} + \frac{(\bar{T}_K - T_u)}{R_{KO}}\right)$$

$$\frac{d\bar{T}_T}{dt} = -\frac{1}{C_T}\left(\frac{(\bar{T}_K - \bar{T}_T)}{R_{KT}} - \frac{(\bar{T}_T - T_u)}{R_{TU}} - \frac{(\bar{T}_T - T_u)}{R_{TP}}\right)$$

6 1.Hauptsatz für offene, stationäre Systeme

$$I_{m,2} = I_{m,1}$$

$$I_m = \rho I_v = \rho c A$$

$$\rho_1 c_1 A_1 = \rho_2 c_2 A_2$$

$$p_1 T_2 c_1 A_1 = p_2 T_1 c_2 A_2$$

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1} \frac{A_1}{A_2}$$

6.0.1 Bernoulli

$$p_1 + \frac{\rho}{2}c_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}c_2^2 + \rho g z_2$$

$$I_m\left[\frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)\right] = 0$$

6.1 erster Hauptsatz

$$\begin{aligned}
\Delta I_{W_{kin}} &= I_m \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2} \\
\Delta I_{W_{pot}} &= I_m g(z_2 - z_1) \\
\Rightarrow \Delta I_{W_p} &= I_m\left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1}\right) = I_m(p_2 v_2 - p_1 v_1) \\
\Delta I_{W_{th}} &= I_m(u_2 - u_1) = I_m c_v (T_2 - T_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta I_{W_{th}} + \Delta I_{W_p} + \Delta I_{W_{kin}} + \Delta I_{W_{pot}} &= I_{th,12} + I_{mech,12} \\
I_m\left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)\right] &= I_{th,12} + I_{mech,12} \\
(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) &= w_{th,12} + w_{mech,12}
\end{aligned}$$

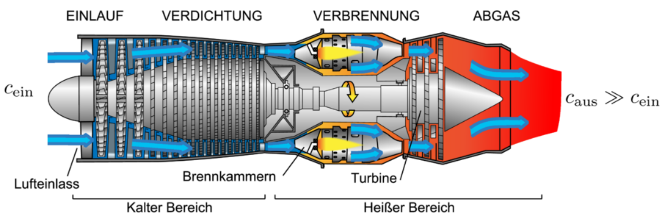
6.1.1 Flüssigkeiten

$$I_m\left[c_L(T_2 - T_1) + \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)\right]$$
$$= I_{th,12} + I_{mech,12}$$

6.1.2 Gase

$$I_m\left[c_p(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2)\right] = I_{th,12} + I_{mech,12}$$

7 Turbinen



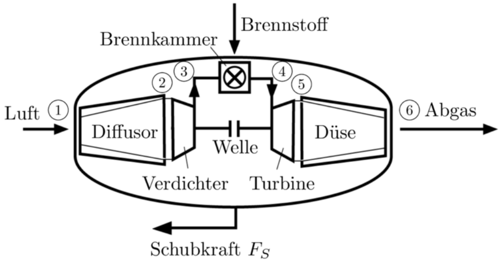
7.0.1 Impulsbilanz für Schubkraft

$$F_S = I_{m,aus}c_{aus} - U_{m,ein}c_{ein} \approx I_m(c_{aus} - c_{ein})$$

7.0.2 Vortriebsleistung

$$P_{mech} = c_{ein}F_S = I_m c_{ein}(c_{aus} - c_{ein})$$

7.0.3 idealisierter Turbojet



$1 \to 2$	Diffusor	isnetrope Verdichtung ohne Arbeitszufuhr
$2 \to 3$	Verdichter	isentrope Verdichtung mit Zufuhr der Arbeit, die die Turbine abgibt
$3 \to 4$	Brennkammer	isobare Wärmezufuhr
$4 \to 5$	Turbine	isentrope Entspannung inkl. Arbeit
$5 \to 6$	Düse	isentrope Entspannung exkl. Arbeit

7.0.4 geschlossenes System - Turbojet

$$\frac{I_m}{2}(c_6^2 - c_1^2) = I_{th,34} - \mid I_{th,61} \mid \gg 0$$
$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{T_6}{T_1}$$

Energiebilanz

$$I_m[c_p(T_B - T_A) + \frac{1}{2}(c_B^2 - C_A^2)] = I_{th,AB} + I_{mech,AB}^{rev}$$

Isentropenbeziehung

$$p_B T_B^{\frac{\kappa}{1-\kappa}} = p_A T_A^{\frac{\kappa}{1-\kappa}}\ bzw.\ T_B p_B^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = T_A p_A^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

Diffusor $1 \to 2$

$$I_m c_p(T_2 - T_1) + \frac{I_m}{2}(\underbrace{c_2^2}_{\ll c_1^2} - c_1^2) = \underbrace{I_{th,12}}_{=0} + \underbrace{I_{mech,12}}_{=0}$$

$$T_2 = T_1 + \frac{c_1^2}{2c_p} \qquad p_2 = p_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}}$$

Verdichter $2 \to 3$

$$p_3 = \epsilon p_2 \qquad T_3 = T_2\left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

Brennkammer $3 \to 4$

$$p_4 = p_3 \qquad T_4 = T_{max}$$

Turbine $4 \to 5$

$$\begin{aligned}
I_m\left[c_p(T_3 - T_2) + \frac{1}{2}(c_3^2 - c_2^2)\right] &= I_{mech,23}^{rev} \\
I_m\left[c_p(T_5 - T_4) + \frac{1}{2}(c_5^2 - c_4^2)\right] &= I_{mech,45}^{rev} \\
I_{mech,23}^{rev} &= \mid I_{mech,45}^{rev} \mid \\
(T_3 - T_2) + (T_5 - T_4) &= 0 \\
p_5 &= p_4\left(\frac{T_4}{T_5}\right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}}
\end{aligned}$$

Turbine $5 \to 6$

$$p_6 p_1 = p_u(h) \qquad T_6 = T_5\left(\frac{p_5}{p_6}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

$$I_m c_p(T_6 - T_5) + \frac{I_m}{2}(c_6^2 - c_5^2) = I_{th,56} + I_{mech,56}$$

$$c_6 = \sqrt{2c_p(T_5 - T_6)}$$

$$F_s = I_m(c_{aus} - c_{ein}) = I_m(\sqrt{2c_p(T_5 - T_6)} - c_1)$$

7.0.5 Wirkungsgrade des Turbojets

$$\eta_i = 1 - \frac{\mid I_{th,61}}{I_{th,34}} = 1 - \frac{T_6 - T_1}{T_4 - T_3}$$

8 Elektrotechnik

8.0.1 Elementarladung

$$e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} C$$

8.0.2 Coulomb Kraft

$$\vec{F}_{c,12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \qquad \text{mit } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

$$F_{c,21} = -F_{c,12}$$

8.0.3 elektrisches Feld $\vec{E}$ — elektrischer Feldfluss ϕ

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \qquad \phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

8.0.4 Coulomb Kraft — Gauss'sches Gesetz

$$\vec{F}_C(\vec{r}) = q \cdot \vec{E}(\vec{r}) \qquad \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

8.1 Das elektrische Potential φ

	Gravitation	Elektrotechnik
Potentialfeld	$\varphi_G(P) = -\int_{-\infty}^{P} \vec{g}(\vec{r}) d\vec{s}$	$\varphi_E(P) = -\int_{-\infty}^{P} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{s}$
Δ-Potential	$\Delta\varphi_G = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{g}(\vec{r}) d\vec{s}$	$\Delta\varphi_E = -\int_{P1}^{P2} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{s}$
$\Delta E_{potential}$	$\Delta E_{pot,G} = m \cdot \Delta\varphi_G$	$\Delta E_{pot,E}(\Delta r) = q \cdot \Delta\varphi_E$
Potential Punktmasse/ Ladung	$\varphi_G(r) = -G \cdot \frac{M}{r}$	$\varphi_E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$

8.2 Spannung, Strom, Leistung

8.2.1 Prozessleistung eines gravitativen Prozesses

Massenstrom im Gravitationspotential
Porzessleistung = Potentialdifferenz mal Massenstrom

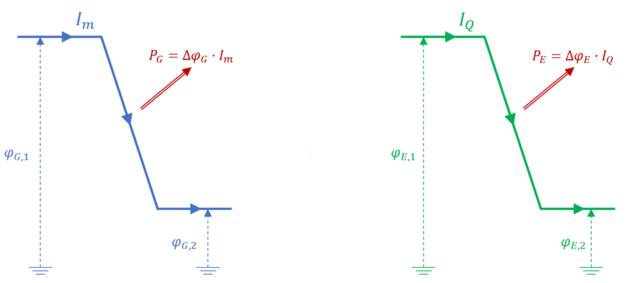
$$P_G = \Delta\varphi_G \cdot I_m$$

8.2.2 Prozessleistung eines elektrischen Prozesses

Ladungsstrom im elektrischen Potential
Porzessleistung = Potentialdifferenz mal Ladungsstrom

$$P_E = \Delta\varphi_E \cdot I_Q = U \cdot I$$

Prozessidagramm: Prozessleistung wird freigesetzt



8.3 Widerstand

8.3.1 elektrischer Widerstand R

$$R(t) := \frac{U(t)}{I(t)} \qquad [\Omega = \frac{V}{A}]$$

8.3.2 Ohm'sche Leiter

$$I(t) \propto U(t)$$
$$\frac{U(t)}{I(t)} = R(t) = const.$$

8.3.3 Leitwert G

$$G = \frac{1}{R} \qquad [S]$$

8.3.4 spezifischer Widerstand ρ $[\Omega \cdot m]$

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

8.3.5 Serieschaltung — Parallelschaltung

$$R = R_1 + R_2 \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

8.3.6 Volumenstrom durch Leitung bei laminarer Strömung und bei Druckdifferenz Δp

$$I_V = \frac{\Delta p}{R_V}$$

8.3.7 Volumenstrom durch Leitung bei turbulenter Strömung und bei Druckdifferenz Δp

$$I_V = \sqrt{\frac{\Delta p}{k}}$$

8.3.8 Kritischer Volumenstrom Übergang laminar zu turbulent

$$I_{V,krit} = \frac{R_V}{k}$$

8.3.9 Kritischer Druck Übergang laminar zu turbulent

$$\delta p_{krit} = \frac{R_V^2}{k}$$

8.4 Die elektrische Kapazität

8.4.1 Kapazität eines Kondensators

$$\frac{Q(t)}{U(t)} := C(t) \qquad [F = \frac{C}{V}]$$

8.4.2 Serieschaltung — Parallelschaltung

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \qquad C = C_1 + C_2$$

8.4.3 Im Kondensator mit Kapazität C gespeicherte Energie bei Ladung auf U

$$W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

8.4.4 Spannung eines Kondensators während Ladevorgang

$$U_C(t) = U \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

8.4.5 Ladung eines Kondensators wärhend Ladevorgang

$$Q_C(t) = Q_F \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

8.4.6 Zeitkonstante einer seriellen RC-Schaltung

$$\tau = RC$$

8.4.7 Spannung eines Kondensators während Entladevorgang

$$U_C(T) = U_1 \cdot e^{-t/\tau}$$

8.4.8 Ladung eines Kondensators während Entladevorgang

$$Q_C(T) = Q_1 \cdot e^{-t/\tau}$$

8.4.9 Ausgleichspotential Kondensatoren

$$\varphi_{Ausgleich} = \frac{Q_{1,1} + Q_{2,1}}{C_1 + C_2}$$

8.4.10 Energieänderung bei Ladnungsaustausch zwischen Kondensatoren

$$\Delta W_{Sys} = \Delta Q \cdot \frac{1}{2} \cdot (\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_F)$$

8.5 Magnetischer Fluss

$$\phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

8.5.1 Gauss'sches Gesetz des Magnetismus

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

8.5.2 Gesetz von Biot-Savart

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

8.5.3 Magnetische Feldkonstante

$$\mu_0 = 1.256637\ldots \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2} \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

8.5.4 Magnetfeld im Zentrum einer Leiterschleife

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

8.5.5 Magnetfeld im Inneren einer langen Sule

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

8.5.6 Magnetfeld um einen langen geraden Leiter

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

8.5.7 Ampèresches Gesetz

$$\oint_{\delta A} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

8.5.8 Magnetische Kraft auf geladenes Teilchen

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

8.5.9 Lorentz-Kraft auf geladenes Teilchen

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

8.5.10 Magnetische Kraft auf stromdurchflossenes gerades Leiterstück

$$\vec{F} = I \cdot \left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

8.5.11 Drehmoment auf eine stromdurchflossene Leiterschleife in einem Magnetfeld

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

8.5.12 Magnetisches Moment einerstromdurchflossene Leiterschleife

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A}$$

8.6 Elektromagnetische Induktion

8.6.1 induzierte Spannung - Gesetz von Faraday

$$U_{ind} = -\frac{d\phi_{mag}}{dt}$$

8.6.2 induziertes elektrisches Feld

$$\oint_{\delta A} \vec{E}_{ind} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Die von einer Zustandsänderung verursachten Induktionsspannung ist stets so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegenzuwirken sucht.
Ändert sich der magnetische Fluss durch eine Fläche, so wird ein Strom induziert, der seinerseits ein Magnetfeld und damit einen magnetischen Fluss durch die selbe Fläche erzeugt, der entgegen der ursprünglichen Flussänderung wirkt.

8.6.3 Selbstinduktionsspannung und Induktivität

$$U_L = L\dot{I}$$

8.6.4 Induktivität einer langen Zylinderspule

$$L = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{l}\right)^2 \cdot Al$$

8.6.5 Induktiv gespeicherte Energie

$$E_L = \frac{1}{2} L I^2$$

8.6.6 Energiedichte des Magnetfelds

$$w_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

8.6.7 RL-Schaltkreis

$$I(t) = \frac{U_0}{R}(1 - e^{-t/\tau}\tau \qquad = \frac{L}{R}$$

8.6.8 LC-Schaltkreis; R=0

$$W_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$