Formelsammlung

ZHAW Physik 1

Nico Gasser (24.01.2023)

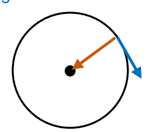
Translation (geradlinige Bewegung)

Durchschnittsgeschwindigkeit	Symbol	Grösse	Einheit	
$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	$\bar{v}$ Δs Δt	Durchschnitts-geschwindigkeit / mittlere Geschwindigkeit Zurückgelegte Strecke Benötigte Zeitdauer	m/s m s	3.6 km/h = 1 m/s Steigung der Tangente s-t Diagramm entspricht der Momentan-geschwindigkeit (v)
Gleichförmige geradlinige Bewegung				
$s(t) = s_0 + v \cdot t$	$s(t)$ s_0 t v	Position in Abhängigkeit der Zeit (t) Position t = 0s Zeit (Variabel) Geschwindigkeit	m m s m/s	s-t Diagramm Steigung = Geschwind. Kreuzen: unterschiedliche Richtungen Überholen: gleiche Richtung
Beschleunigung				
$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	$\vec{a}$ $\Delta \vec{v}$ Δt	Beschleunigung Geschwindigkeitsänderung Zeitdauer	m/s^2 m/s s	v-t Diagramm (a > 0)
Mittlere Geschwindigkeit				
$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$	$\bar{v}$ v_1 v_2	Mittlere Geschwindigkeit Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 1 Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 2	m/s m/s m/s	Weg (Fläche der Kurve) mit mittlerer Geschwindigkeit berechnen
Ort-Zeit-Gesetz				
$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$	$s(t)$ t s_0 v_0	Position teilw. auch $x(t)$ Zeit (Variabel) Position t = 0s Geschwindigkeit t = 0s	m s m m/s	
Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz				
$v(t) = v_0 + a \cdot t$	$v(t)$ v_0	Momentangeschwindigkeit Anfangsgeschwindigkeit	m/s m/s	s-t Diagramm zeigt eine Parabel Steigung = Geschwindigkeit
Geschwindigkeit-Weg-Gesetz				
$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s}$ $s = s_0 + \frac{v^2 \cdot v_0^2}{2a}$ $a = \frac{v^2}{2\Delta s}$	v Δs a	Geschwindigkeit nach Δs Zurückgelegte Strecke $\Delta s = s - s_0$ Beschleunigung, falls diese negativ ist $v < v_0$, d.h. Bremsvorgang oder Verzögerung genannt	m/s m m/s^2	v-t Diagramm zeigt eine Gerade Steigung = Beschleunigung Fläche = zurückgelegte Strecke
Freier Fall				
$v = \sqrt{2g\Delta h}$	v g Δh	Geschwindigkeit Gravitationsfeldstärke Höhendifferenz	m/s m/s^2 m	
Raketengleichung				
$v_z(m) = c \cdot \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$	$v_z(m)$ c m_0 m	Geschwindigkeit Rakete Austrittsgeschwindigkeit Gas (relativ zur Rakete) Anfangsmasse Restmasse	m/s m/s kg kg	Gravitationsfeld vernachlässigt ln = Logarithmus

Rotation

Allgemeine Bewegung = Bewegung des Massenmittelpunktes + Rotation des Massenmittelpunktes

Damit ein Körper auf der Kreisbahn bleibt muss er zum Zentrum hin beschleunigt werden.

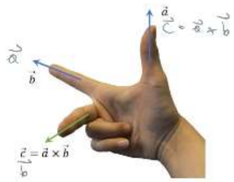
Geschwindigkeit	Symbol	Grösse	Einheit	
$\vec{v}_{ges} = \vec{v}_{rot} + \vec{v}_{trans}$	$\vec{v}_{ges}$ $\vec{v}_{rot}$ $\vec{v}_{trans}$	Gesamte Geschwindigkeit Rotations-Geschwindigkeit Translations-Geschw.	m/s m/s m/s	Translation = lineare Bewegung
Bahngeschwindigkeit				
$v = \frac{\Delta b}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \omega \cdot r$ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$	v Δb Δt r T ω	Bahngeschwindigkeit Kreisbogen Zeitdauer Radius der Kreisbahn Umlaufzeit (Periode) Winkelgeschwindigkeit	m/s m s m s rad/s	
Winkelgeschwindigkeit (Kreisfrequenz)				
$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = \frac{n \cdot 2\pi}{60}$	ω $\Delta\varphi$ Δt T f n	Winkelgeschwindigkeit Winkel im Bogenmass Zeitdauer Umlaufzeit (Periode) Frequenz Drehzahl (Anzahl Umdrehungen pro Minute)	rad/s rad s s Hz 1/min	$2\pi = 360^\circ$
Frequenz				
$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$ $n = 60f = \frac{60}{T}$ bzw. $n = t \cdot f$	f ω T t n	Frequenz Winkelgeschwindigkeit Umlaufzeit (Periode) Zeit Drehzahl (Anzahl Umdrehungen pro Minute)	Hz rad/s s s 1/min	Hz = 1/s
Beschleunigung				
$\vec{a}_{ges} = \vec{a}_{rot} + \vec{a}_{trans}$ wobei: $a_{rot} = a_n + a_t$	$\vec{a}_{ges}$ $\vec{a}_{rot}$ $\vec{a}_{trans}$ a_n a_t	Gesamte Beschleunigung Rotations-Beschleunigung Translations-Beschl. Normalbeschleunigung Tangentialbeschleunigung	m/s^2 m/s^2 m/s^2 m/s^2 m/s^2	Translation = lineare Bewegung
Winkelbeschleunigung				
$\dot{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$	$\dot{\omega}$ $\Delta\varphi$ Δt	Winkelbeschleunigung Winkel im Bogenmass Zeitdauer	rad/s^2 rad s	$\propto = \dot{\omega}$
Normalbeschleunigung (radial) / (Zentripetalbeschleunigung)				
$a_n = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$ $\vec{a}_n = \vec{\omega} \times (\vec{a} \times \vec{r})$	a_n ω r v	Normalbeschleunigung Winkelgeschwindigkeit Ortsvektor (Radius) Bahngeschwindigkeit	m/s^2 rad/s m m/s	radial tangential 
Tangentialbeschleunigung				
$a_t = \propto \cdot r$ $\vec{a}_t = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}$	a_t $\propto$, $\dot{\omega}$ r	Tangentialbeschleunigung Winkelbeschleunigung Ortsvektor (Radius)	m/s^2 rad/s^2 m	

Drehung im Gegenuhrzeigersinn $\vec{\omega}(t)$ = positiv

$\odot$

Drehung im Uhrzeigersinn $\vec{\omega}(t)$ = negativ

$\otimes$



Überlagerung Translation & Rotation

Geschwindigkeit	**Symbol**	**Grösse**	**Einheit**	
$\vec{v}_B(t) = \vec{v}_P(t) + \vec{\omega}(t) \times \vec{r}_{PB}(t)$	$\vec{v}_B$ $\vec{v}_P$ $\vec{\omega}$ $\vec{r}_{PB}$	Geschwindigkeit beliebiger Punkt (B) Geschwindigkeit bekannter Punkt (P) Winkelgeschwindigkeit Abstand Punkt P zu B	m/s m/s rad/s m	Geschwindigkeit eines beliebigen Punkt (B) falls Geschwindigkeit Punkt (P) $\vec{v}_P(t)$ und Kreisfrequenz $\vec{\omega}(t)$ bekannt.
Beschleunigung				
$\vec{a}_B(t) =$ $\vec{a}_P(t) + \dot{\omega}(t) \times \vec{r}_{PB}(t)$ $+\vec{\omega}(t) \times (\vec{\omega}(t) \times \vec{r}_{PB}(t))$	$\vec{a}_B$ $\vec{a}_P$ $\vec{\omega}$ $\dot{\omega}$ $\vec{r}_{PB}$	Beschleunigung beliebiger Punkt (B) Beschleunigung bekannter Punkt (P) Winkelgeschwindigkeit Winkelbeschleunigung Abstand Punkt P zu B	m/s² m/s² rad/s rad/s² m	Beschleunigung eines beliebigen Punkt (B) falls Beschleunigung Punkt (P) $\vec{a}_P(t)$ und Kreisfrequenz $\vec{\omega}(t)$ bekannt.
Ort des Momentanpols				
$\vec{r}_{PM}(t) = \dfrac{\vec{\omega}(t) \times \vec{v}_P(t)}{\omega^2(t)}$	$\vec{r}_{PM}$ $\vec{\omega}$ $\vec{v}_P$	Abstand Punkt P zu M Winkelgeschwindigkeit Geschwindigkeit bekannter Punkt (P)	m rad/s m/s	Ort des Momentanpol (M) relativ zum Punkt (P). Für jeden Zeitpunkt (t) kann ein spezieller Punkt M(t) gefunden werden, um welchen die Bewegung des Körpers einer reinen Rotation entspricht.

Kräfte ($N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$)

REZEPT: Freischneiden (Freikörperbild) ➔ Kräfte identifizieren ➔ Bezugssystem ➔ Vektorkomponenten ➔ Impulsbilanz ➔ Randbedingungen ➔ Bewegungsgleichung

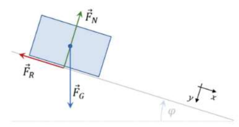
Gravitationsgesetz	**Symbol**	**Grösse**	**Einheit**	
$F_G = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	F_G G m_1, m_2 r	Gravitationskraft Gravitationskonstante Massen Abstand zwischen den Massenmittelpunkten (MMP)	N Nm²/kg² kg m	Zwischen 2 Körpern wirkt eine Anziehungskraft, die Gravitationskraft $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \dfrac{N \cdot m^2}{kg^2}$ $m_{Erde} = 5.974 \cdot 10^{24} kg$ $r_{Erde} = 6.378 \cdot 10^6 m$
Gewichtskraft				
$F_G = m \cdot g$ Schiefe Ebene *(sofern Koordinatennetz parallel zur Schräge)*: $\vec{F_G} = \begin{pmatrix} mg \cdot sin(\varphi) \\ mg \cdot cos(\varphi) \end{pmatrix}$	F_G m g	Gewichtskraft Masse Gravitationsfeldstärke	N kg m/s²	Die Gewichtskraft auf der Erde folgt aus dem Gravitationsgesetz $g = +9.81 \dfrac{m}{s^2}$
$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}_{lokal}$ $\vec{g}_{lokal} = \vec{g} - \vec{a}_{system}$	$\vec{g}_{lokal}$ $\vec{a}_{system}$	Lokale Gravitationsfeldstärke Beschleunigung System	m/s² m/s²	Trägheitsfeld: In einem beschleunigten System gehört ein lokales Trägheitsfeld.
Normalkraft				
$F_N = m \cdot g \cdot cos(\varphi)$	F_N m g $cos(\varphi)$	Normalkraft Masse Gravitationsfeldstärke Winkel	N kg m/s² °	Die Normalkraft ist die Gegenkraft zur Unterlage auf einen Körper. Sie wirkt immer senkrecht zur Unterlage! Steht Körper in der Ebene dann $F_N = F_G$

Federkraft (Hook'sches Gesetz)	**Symbol**	**Grösse**	**Einheit**	
$F_F = k_F \cdot \Delta l$ $k_F = \dfrac{\Delta F}{\Delta l}$	F_F k_F Δl	Federkraft Federkonstante Federverlängerung	N N/m m	Federsysteme: Parallel: $k_{F_{Gesamt}} = k_{F_1} + k_{F_2}$ Reihe: $\dfrac{1}{k_{F_{Gesamt}}} = \dfrac{1}{k_{F_1}} + \dfrac{1}{k_{F_2}}$
Dämpfkraft				
$F_D = k_D \cdot v$	F_D k_D v	Dämpfkraft Dämpfungskonstante Geschwindigkeit	N N/m m/s	
Reibungskraft				
$F_R = \mu \cdot F_N$	F_R μ F_N	Reibungskraft Reibungszahl Normalkraft	N - N	Es gibt drei Arten von Reibung: Gleit-, Haft- und Rollreibung Haftreibung > Rollreibung
Zentrifugalkraft (Fliehkraft)				
$\vec{F_{ZF}} = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{w} \times \vec{r})$ Betrag: $\vec{F_{ZF}} = m \cdot \omega^2 \cdot r$	$\vec{F_{ZF}}$ m ω r	Zentrifugalkraft Masse Winkelgeschwindigkeit Ortsvektor (Radius)	N kg rad/s m	
Statischer Auftrieb				
$\vec{F}_A = -\rho_{Fl} V \cdot \vec{g} = -m_{Fl} \cdot \vec{g}$	$\vec{F_A}$ ρ_{Fl} V m_{Fl} $\vec{g}$	Auftriebskraft Dichte des verdrängten Mediums (flüssig / gas) Volumen des verdrängten Mediums (flüssig / gas) Masse Flüssigkeit / Gas Gravitationsfeldstärke	N kg/m³ m³ Kg m/s²	Ein schwimmender Körper taucht genau soweit ein, bis $F_A = F_G$ Ein Teil des Körpers kann aus dem Wasser ragen. D.h. nicht ganzes Körpervolumen ist eingetaucht z.B. Schiff. $\rho_{wasser} \approx 1'000 \dfrac{kg}{m^3}$
Auftriebskraft (lift)				
$F_L = \dfrac{1}{2} \rho_\infty v_\infty^2 \cdot c_L \cdot A$	F_L ρ_∞ v_∞ c_L A	Auftriebskraft Dichte der verdrängten Luft Geschwindigkeit Auftriebsbeiwert Windangriffsfläche	N kg/m³ m/s - m²	$\perp v$: Senkrecht zur Geschwindigkeit Bei Steig-/Gleitflug: $F_L = F_G \cdot cos(\gamma)$ Bei Steigflug: $F_L < F_G$
Luftwiderstandskraft (drag)				
$F_D = \dfrac{1}{2} \rho_\infty v_\infty^2 \cdot c_D \cdot A$	F_D ρ_∞ v_∞ c_D A	Luftwiderstandskraft Dichte der verdrängten Luft Geschwindigkeit Luftwiderstandsbeiwert Windangriffsfläche	N kg/m³ m/s - m²	$\parallel v$: parallel zur Geschwindigkeit Bei Gleitflug: $F_D = F_G \cdot sin(\gamma)$
$\vec{F}_{Aero} = \vec{F}_L + \vec{F}_D$	$\vec{F}_{Aero}$	Aerodynamische Kraft	N	Bei Gleitflug: $F_{Aero} = -F_G$
Schubkraft (Stahltriebwerk)				
$F_S = I_m \cdot (v_{out} - v_{in})$	F_S I_m v_{in} v_{out}	Schubkraft Massenstrom Eintrittsgeschwindigkeit Austrittsgeschwindigkeit	N kg/s m/s m/s	Die Schubkraft ergibt sich aus dem Freikörperbild / Impulsbilanz z.B. beim Reiseflug muss ihr Betrag gleich gross sein dem des Luftwiderstand.
$I_m = \rho \cdot I_v = \rho \cdot \pi r^2 \cdot v$	I_m ρ	Massenstrom Dichte Flüssigkeit	kg/s kg/m³	

Formelsammlung

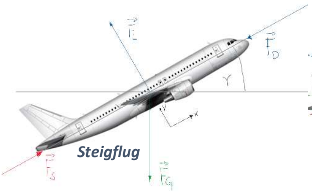
Schubkraft (Mantelstromtriebwerk)	Symbol	Grösse	Einheit	
$F_S = I_{m,K}\cdot(v_{out,K}-v_{in}) + I_{m,M}\cdot(v_{out,M}-v_{in})$	F_S I_m v_{in} v_{out}	Schubkraft Massenstrom Eintrittsgeschwindigkeit Austrittsgeschwindigkeit	N kg/s m/s m/s	Triebwerk allein (Kern) Mantel (Zusatzschub)
Druck				
$F = p\cdot A$	F p A	Kraft Druck Fläche	N Pa m^2	1bar = 10^5 Pa

Freikörperbild:

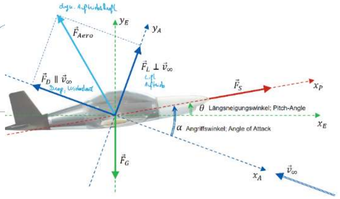


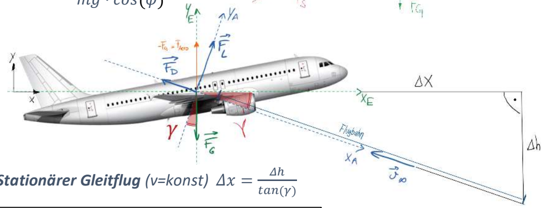
Schiefe Ebene

$\vec{F_G} = \binom{mg\cdot\sin(\varphi)}{mg\cdot\cos(\varphi)}$

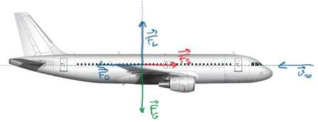


Steigflug





Stationärer Gleitflug (v=konst) $\Delta x = \frac{\Delta h}{\tan(\gamma)}$



Reiseflug & Windstille (stationär ➔ v = konst)

Gleitzahl (keine Einheit): $E = \frac{\Delta x}{\Delta h} = \frac{F_L}{F_D} = \frac{1}{\tan(\gamma)}$

Impuls

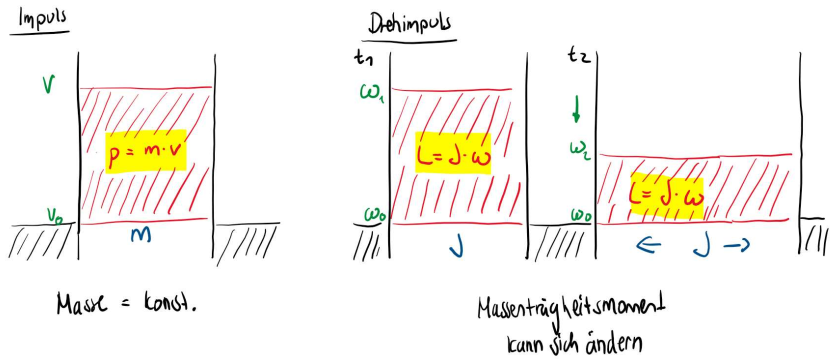
Impuls	Symbol	Grösse	Einheit	
$\vec{p} = m\cdot\vec{v}$	$\vec{p}$ m $\vec{v}$	Impuls Masse Geschwindigkeit	Ns kg m/s	Impuls ist die Fläche unter der Kurve des Kraft/Zeit Diagramm
$\vec{p}_{vorher} = \vec{p}_{nacher}$		Impulserhaltung		
Impulsänderungsrate				
$\dot{p}(t) = m\cdot\dot{v}(t) = m\cdot\frac{\Delta v}{\Delta t}$	$\dot{p}(t)$ m $\dot{v}(t)$	Impulsänderung der Zeit Masse Geschwindigkeitsänderung der Zeit (Beschleunigung)	Ns/s kg m/s^2	
Impulsbilanz (geschlossene Systeme)				
$\sum\vec{F_{Res}} = \vec{F_{Res}} = \dot{p} = m\cdot\vec{a}_{MMP}$	$\vec{F}_{Res}$ $\dot{p}$ m $\vec{a}_{MMP}$	Resultierende Kraft Impulsänderungsrate Masse Beschleunigung des Massenmittelpunktes	N Ns/s kg m/s^2	m = konst $\dot{p} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$
Impulsbilanz (offene Systeme)				
$\sum F + \sum I_{p,konv} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{p}$ $\dot{p} = \dot{m}\cdot v + m\cdot\dot{v}$ $I_{p,konv} = I_m\cdot\vec{v}_m$				
Massenbilanz				
$\dot{m}(t) = \sum_i I_{m,i}(t)$	$\dot{m}$ I_m	Ableitung der Masse über die Zeit Massenstrom	kg/s kg/s	

Drehimpulsbilanz	Symbol	Grösse	Einheit	
$\sum M = \dot{L} = J\cdot\alpha$				
$\vec{L}_O = \vec{L}_O^{Bahn} + \vec{L}_{MMP}^{Eigen}$	$\vec{L}_O$ $\vec{L}_O^{Bahn}$ $\vec{L}_{MMP}^{Eigen}$	Drehimpuls (Punkt O) Bahndrehimpuls (Punkt O) Eigendrehimpuls (Massenmittelpunkt)	N·m·s N·m·s N·m·s	
$\vec{L}_O^{Bahn} = \vec{r}_{MMP}\times m\cdot\vec{v}_{MMP}$	$\vec{r}_{MMP}$ m $\vec{v}_{MMP}$	Ortsvektor Massenmittelpunkt Masse Geschwindigkeit Massenmittelpunkt	m kg m/s	
$\vec{L}_{MMP}^{Eigen} = J\cdot\vec{\omega}$	J $\vec{\omega}$	Hauptträgheitsmoment Drehfrequenz	kg · m^2 rad/s	

Impulsbilanz (Komponentenform) *Bsp. Schiefe Ebene*

$$\begin{pmatrix}\dot{p}_x\\ \dot{p}_y\\ \dot{p}_z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}F_G\cdot\sin\varphi\\ F_G\cdot\cos\varphi\\ 0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\ -F_N\\ 0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-F_R\\ 0\\ 0\end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases}\dot{p}_x = mg\cdot\sin\varphi - \mu F_N\\ \dot{p}_y = mg\cdot\cos\varphi - F_N\\ \dot{p}_z = 0\end{cases}$$

Flüssigkeitsbild



Arbeit / Energie / Leistung

REZEPT: Freikörperbild ➔ Kräfte auf Körper einzeichnen ➔ Impulsbilanz ➔ Zusatzbedingungen

Energie bleibt erhalten, kann umgewandelt werden. Energie = gespeicherte Arbeit («somit Arbeit = Energie»)

Mittlere Leistung	Symbol	Grösse	Einheit	
$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ $P_{mom} = \vec{F}\cdot\vec{v}$ $P_{mom} = M\cdot\omega$	P ΔE Δt P_{mom} $\vec{F}$ $\vec{v}$ M ω	Mittlere Leistung Energiedifferenz Zeitdauer Momentane Leistung Kraft Momentane Geschw. Drehmoment Winkelgeschwindigkeit	W J S W N m/s Nm rad/s	1 Watt [W] = 1 J/s 1 PS = 735 Watt [W] 1 PS · 0.735 = 1 kW
Leistung Stahltriebwerk				
$P = \frac{v_{out}-v_{in}}{2}\cdot F_{Schub}$ $= \frac{v_{out}-v_{in}}{2}\cdot I_m\cdot(v_{out}-v_{in})$	P F_{Schub} I_m v_{in} v_{out}	Leistung Schubkraft Massenstrom Eintrittsgeschwindigkeit Austrittsgeschwindigkeit	W N kg/s m/s m/s	
Leistung einer Kraft				
$P_M = \vec{F}\cdot\vec{v}$ $\vec{P}_M = M_{\vec{F}}\cdot\omega$	P_M F v	Momentane Leistung Kraft Geschwindigkeit	W N m/s	

Formelsammlung

Arbeit einer Kraft	Symbol	Grösse	Einheit	
$W = F \cdot s$ $= \int \vec{F}(s) \cdot d\vec{s} = \int P_M(t) \cdot dt$ $W_{\vec{M}} = \Delta W_{kin,rot}$	W F s $W_{\vec{M}}$ $\Delta W_{kin,rot}$	Arbeit (= Energie) Kraft Wegstrecke Arbeit des Drehmoment Änderung der kinetischen Rotationsenergie	J N m J J	1J = 1 Nm = 1 kgm^2/s^2 1 kWh = 3.6 · 10^6 J
Potenzielle Energie (Lage)				
$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$	E_{pot} m g h	Potenzielle Energie Masse Gravitationsfeldstärke Höhe	J kg m/s^2 m	Es gibt kein absolutes Mass für die potenzielle Energie.
Kinetische Energie (Beschleunigung)				
$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ Fixe Achse : $E_{kin,rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$ Freie Bew. : $E_{kin,rot} =$ $E_{kin,trans,MMP} + E_{kin,rot,MMP}$ $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{MMP}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{MMP} \cdot \omega^2$	E_{kin} m v J ω	Kinetische Energie Masse Geschwindigkeit Trägheitsmoment Winkelbeschleunigung	J kg m/s kg · m^2 rad/s	Die kinetische Energie kann nie mit einer Durchschnitts-geschwindigkeit oder einer Geschwindigkeits-differenz berechnet werden.
Elastische Energie / Spannenergie (Feder)				
$E_{elast} = \frac{1}{2} \cdot k_F \cdot l^2$	E_{elast} k_F Δl	Elastische Energie Federkonstante Federverlängerung	J N/m m	Die Spannarbeit wird im F-s Diagramm als Fläche unter der Kurve berechnet.
Rotationsenergie				
$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$	E_{rot} J ω	Rotation Energie Trägheitsmoment Winkelgeschwindigkeit	J kgm^2 rad/s	
Elastischer Stoss				
Impulserhaltung: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$ $v_1' = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot (2 \cdot v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$ $v_2' = \frac{m_2 \cdot v_2 + m_1 \cdot (2 \cdot v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$ $v_A = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$ Energieerhaltung: $\frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2)$ $= \frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1'^2 + m_2 \cdot v_2'^2)$ $\Delta E =$ $m_1(v_1 - v_A) \cdot \frac{1}{2}(v_1 - v_2)$	m_1, m_2 v_1, v_2 v_1', v_2' v_A ΔE	Massen der zwei Körper Geschwindigkeiten vor dem Stoss Geschwindigkeiten nach dem Stoss Gemeinsame Geschwindigkeit zum Zeitpunkt des Stosses Freigesetzte Energie	kg m/s m/s m/s J	Impulserhaltung (p_1 = p_2) & Energierhaltung (E_1 = E_2) ACHTUNG: Richtungen der Geschwindigkeiten beachten!
Unelastischer Stoss				
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$ $E_1 + E_2 = E_1' + E_2' + \Delta E$ $\Delta E = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2 (v_1 - v_2)^2}{m_1 + m_2}$	m_1, m_2 v_1, v_2 v' $E_1 E_2$ $E_1' E_2'$ ΔE	Massen der zwei Körper Geschwindigkeiten vor dem Stoss Geschwindigkeit nach dem Stoss Energie der Körper vor dem Stoss Energie der Körper nach dem Stoss Freiwerdende Energie	kg m/s m/s J J J	Impulserhaltung (p_1 = p_2) Geschwindigkeit beider Körper ist nach dem Stoss gleich («kleben zusammen»)

Schwingungen

REZEPT: Freikörperbild ➔ Impulsbilanz ➔ Bewegungsgleichung

Harmonische Schwingung	Symbol	Grösse	Einheit	
$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$ $v(t) = -x_0 \cdot \omega_0 \cdot sin(\omega_0 \cdot t)$ $a(t) = -x_0 \cdot \omega_0^2 \cdot cos(\omega_0 \cdot t)$	$x(t)$ x_0 ω_0 t $v(t)$ $a(t)$	Auslenkung (Elongation) Amplitude (max. Auslenk.) Kreisfrequenz ungedämpft Zeit Geschwindigkeit zur Zeit t Beschleunigung zur Zeit t	div. div. rad/s s m/s m/s^2	Winkel (RAD!!) $\varphi = 2\pi \cdot f \cdot t$ $\varphi = \omega \cdot t$ $\boldsymbol{v_{max}} = \omega \cdot x_0$ $\boldsymbol{a_{max}} = \omega^2 \cdot x_0$
Federpendel				
$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_F}}$ oder $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$	T m k_F ω_0	Umlaufzeit (Periode) Masse Federkonstante Kreisfrequenz ungedämpft	s kg N/m rad/s	
Fadenpendel				
$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ oder $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$	T l g ω_0	Umlaufzeit (Periode) Pendellänge Gravitationsfeldstärke Kreisfrequenz ungedämpft	s m m/s^2 rad/s	
Gedämpfte Schwingung horizontal (allg.)				
$\ddot{x}(t) + \gamma \cdot \dot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0$ wobei $\gamma = \frac{\mu_{LR}}{2m}$ & $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$	$\ddot{x}(t)$ γ μ_{LR} m $\dot{x}(t)$ ω_0 $x(t)$ k_F	Beschleunigung Abklingkonstante Reibungskoeffizient lineare Reibung Masse Geschwindigkeit Kreisfrequenz ungedämpft Auslenkung Federkonstante	m/s2 1/s N·s/m kg m/s rad/s m N/m	2. Abl. Ortsfunktion μ_{LR} ist proportional zu v 1. Abl. Ortsfunktion
Gedämpfte Schwingung horizontal (schwache Dämpfung)				
$x(t) = x_0 \cdot e^{-\gamma \cdot t} \cdot cos(\omega_d \cdot t)$ wobei $\gamma = \frac{\mu_{LR}}{2m}$ & $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ & $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$	$x(t)$ x_0 γ t ω_d μ_{LR} m ω_0 k_F	Auslenkung Anfangsauslenkung Abklingkonstante Zeit Kreisfrequenz gedämpft Reibungskoeffizient lineare Reibung Masse Kreisfrequenz ungedämpft Federkonstante	m m 1/s S rad/s N·s/m kg rad/s N/m	
Angeregte gedämpfte horizontale Schwingung (allg.)				
$\ddot{x}(t) + \gamma \cdot \dot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = s(t)$ wobei $\gamma = \frac{\mu_{LR}}{2m}$ & $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$ & $s(t) = \frac{F_0}{m} \cdot cos(\omega_A \cdot t)$	$\ddot{x}(t)$ γ μ_{LR} m $\dot{x}(t)$ ω_0 $x(t)$ k_F $s(t)$ F_0 ω_A	Beschleunigung Abklingkonstante Reibungskoeffizient lineare Reibung Masse Geschwindigkeit Kreisfrequenz ungedämpft Auslenkung Federkonstante Störfunktion Anregungskraft Kreisfrequenz (Anregung)	m/s^2 1/s N·s/m kg m/s rad/s m N/m ? N rad/s	2. Abl. Ortsfunktion μ_{LR} ist proportional zu v 1. Abl. Ortsfunktion

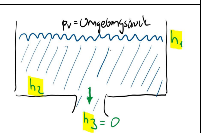
Angeregte gedämpfte horizontale Schwingung (schwache Dämpfung)	Symbol	Grösse	Einheit	
$x(t) = A(\omega_A) \cdot \cos(\omega_A \cdot t - \delta(\omega_A))$	$x(t)$ $A(\omega_A)$ t δ	Auslenkung Amplitude Oszillator Zeit Phasenverschiebung	m [x(t)] s °	Oszillator: harmonisch angeregt & linear gedämpft
$A(\omega_A) = \frac{F_0}{\sqrt{m^2 \cdot (\omega_0^2 - \omega_A^2)^2 + (\mu_{LR} \cdot \omega_A)^2}}$	F_0 m ω_0 ω_A μ_{LR}	Anregungskraft Masse Kreisfrequenz ungedämpft Kreisfrequenz gedämpft Reibungskoeffizient	N kg rad/s rad/s N·s/m	
$\delta(\omega_A) = tan^{-1}\left(\frac{\mu_{LR} \cdot \omega_A}{m \cdot (w_0^2 \cdot \omega_A^2)}\right)$	$\delta(\omega_A)$	Phasenverschiebung zwischen Anregung & Schwingung Oszillator	rad	

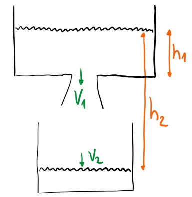
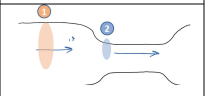
Trägheitsfeld

Trägheitsfeld	Symbol	Grösse	Einheit	
$\vec{g}_{lokal} = \vec{g} + \vec{g}_t$ $\vec{g}_t = -\vec{a}_{System}$	$\vec{g}_{lokal}$ $\vec{g}$ $\vec{a}_{System}$	Lokale Erdbeschleunigung Gravitationsfeldstärke Beschleunigung System	m/s² m/s² m/s²	g = 9.81 m/s²

Offene Systeme

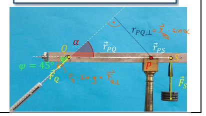
1 Liter = 1 dm³ = 1 · 10⁻³ m³ = 0.001 m³

Volumenstrom	Symbol	Grösse	Einheit	
$I_V = A \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = A \cdot v$ wobei: $A = \pi r^2$	I_V A Δs Δt v	Volumenstrom Querschnitt Streckenänderung Zeitänderung Geschwindigkeit	m³/s m² m s m/s	Volumenstrom ist konstant (kleinerer Querschnitt = höhere Geschwindigkeit)
$I_m = \rho \cdot I_v = \rho \cdot \pi r^2 \cdot v$	I_m ρ	Massenstrom Dichte Flüssigkeit	kg/s kg/m³	
Bernoulli Term				
$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = konst$ Somit: $p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$	p ρ g h v	Druck Dichte Flüssigkeit Gravitationsfeldstärke Höhe Geschwindigkeit ***Bedingungen:*** *-Strömung muss laminar sein* *-keine Reibungsverluste* *-Flüssigkeit muss inkompressibel sein*	Pa kg/m³ m/s² m m/s	 REZEPT: • Skizze erstellen • Markante Punkte • Bernoulligleichung • Punkte gleichsetzen • Zusatzbedingungen
Staudruck (dynamischer Druck)				
$p_{Stau} = \frac{1}{2}\rho v_s^2$ $p_1 = p_2 + p_{stau}$ $v_s = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$	p_{Stau} ρ v_s p_1, p_2	Staudruck Dichte Flüssigkeit Geschwindigkeit Druck Ort 1 und 2	Pa kg/m³ m/s Pa	Nach Bernoulli *Der «Überdruck» gegenüber dem statischen Druck ist gerade der Staudruck.*

Torricelli Term	Symbol	Grösse	Einheit	
$v_1 = \sqrt{2gh_1}$ $v_2 = \sqrt{2gh_2}$	v g h	Geschwindigkeit Gravitationsfeldstärke Höhe	m/s m/s² m	
Venturirohr				
$I_v = v_1 \cdot A_1$ $v_1 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)}}$	I_v v_1 p_1, p_2 ρ A_1, A_2	Durchfluss (Volumenstrom) Geschwindigkeit Stelle 1 Druck Stelle 1 bzw. 2 Dichte Querschnittsfläche Stelle 1 bzw. 2	m³/s m/s Pa kg/m³ m²	

Drehmoment

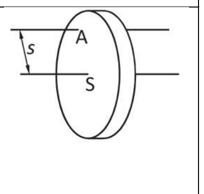
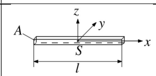
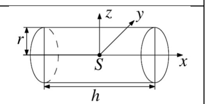
Drehmoment = Kraft mal Hebelarm

Drehmoment	Symbol	Grösse	Einheit	
$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\vec{M}$ $\vec{r}$ $\vec{F}$	Drehmoment Hebelarm Kraft	Nm m N	$\vec{M}_{F_Q,P} = \vec{r}_{PQ} \times \vec{F}_Q$ 

Trägheitsmoment

Steiner'sche Satz: Trägheitsmoment$_{neu}$ = Trägheitsmoment$_{MMP}$ + Masse · Abstand²

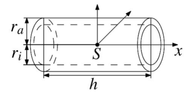
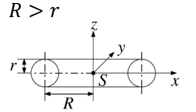
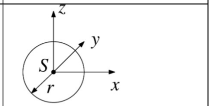
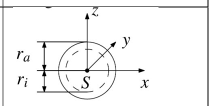
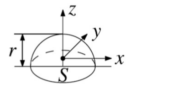
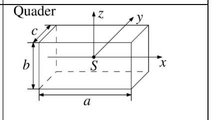
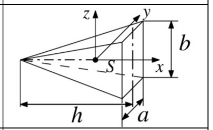
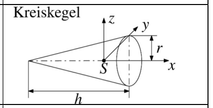
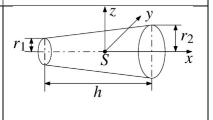
S: Position des Schwerpunktes $e_{x,y,z}$: Hauptträgheitsachsen $J_{x,y,z}$: Hauptträgheitsmomente

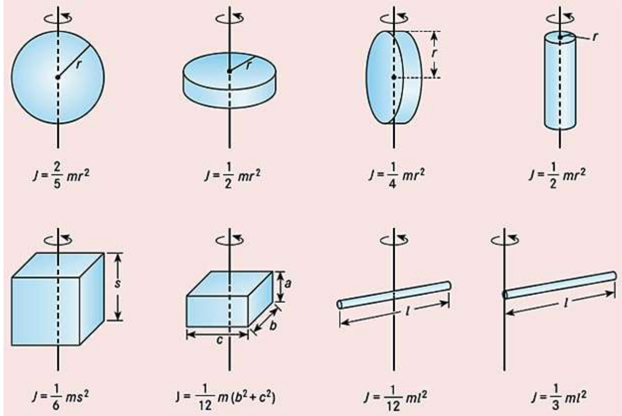
Satz von Steiner	Symbol	Grösse	Einheit	
$J_A = J_s + m \cdot s^2$	J_A J_s m s	Trägheitsmoment um Drehachse (A) des Körpers Trägheitsmoment um die Achse (S) durch den Massenmittelpunkt des Körpers Masse des Drehkörpers Abstand der Achsen voneinander	kg · m² kg · m² kg m	
Punktmasse				
$J = m \cdot r_0^2$	J m r_0	Trägheitsmoment Körpermasse Radius der Kreisbahn	kg · m² kg m	
Dünner Stab				
$J_y = J_z = \frac{1}{12} m \cdot l^2$	J m l	Trägheitsmoment Körpermasse Länge des Stabes	kg · m² kg m	
Vollzylinder				
$J_x = \frac{1}{2} m \cdot r^2$ $J_y = J_z = \frac{1}{12} m(3r^2 + h^2)$	J m r h	Trägheitsmoment Körpermasse Aussenradius des Körpers Höhe des Körpers	kg · m² kg m m	

Formelsammlung

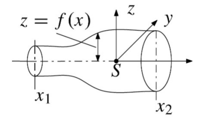
ZHAW Physik 1

Nico Gasser (24.01.2023)

Hohlzylinder	**Symbol**	**Grösse**	**Einheit**	
$J_x = \frac{1}{2}m(r_a^2 + r_i^2)$ $J_y = J_z = \frac{1}{4}m\left(r_a^2 + r_i^2 + \frac{h^2}{3}\right)$	J m r_a r_i h	Trägheitsmoment Körpermasse Aussenradius des Körpers Innenradius des Körpers Höhe des Körpers	kg · m² kg m m m	
Kreistorus				
$J_x = J_y = \frac{1}{8}m(4R^2 + 5r^2)$ $J_z = \frac{1}{4}m(4R^2 + 3r^2)$	J m r R	Trägheitsmoment Körpermasse Radius des rotierenden Kreises Mittelkreisradius	kg · m² kg m m	
Vollkugel				
$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{5}m \cdot r^2$	J m r	Trägheitsmoment Körpermasse Aussenradius des Körpers	kg · m² kg m	
Hohlkugel				
$J_x = J_y = J_z = \frac{2}{5}m \cdot \frac{r_a^5 - r_i^5}{r_a^3 \cdot r_i^3}$	J m r_a r_i	Trägheitsmoment Körpermasse Aussenradius des Körpers Innenradius des Körpers	kg · m² kg m m	
Halbkugel (voll)				
$J_x = J_y = \frac{83}{320}m \cdot r^2$ $J_z = \frac{2}{5}m \cdot r^2$	J m r	Trägheitsmoment Körpermasse Aussenradius des Körpers	kg · m² kg m	
Quader				
$J_x = \frac{1}{12}m \cdot (b^2 + c^2)$ $J_y = \frac{1}{12}m \cdot (a^2 + c^2)$ $J_z = \frac{1}{12}m \cdot (a^2 + b^2)$	J m a b c	Trägheitsmoment Körpermasse Länge des Quaders Höhe des Quaders Breite des Quaders	kg · m² kg m m m	
Rechteckt-Pyramide				
$J_x = \frac{1}{20}m \cdot (a^2 + b^2)$ $J_y = \frac{1}{20}m \cdot \left(b^2 + \frac{3}{4}h^2\right)$ $J_z = \frac{1}{20}m \cdot \left(a^2 + \frac{3}{4}h^2\right)$	J m a b h	Trägheitsmoment Körpermasse Länge der Pyramide Breite der Pyramide Höhe der Pyramide	kg · m² kg m m m	
Kreiskegel				
$J_x = \frac{3}{10}m \cdot r^2$ $J_y = J_z = \frac{3}{80}m(4r^2 + h^2)$	J m r h	Trägheitsmoment Körpermasse Aussenradius des Körpers Höhe des Kegels	kg · m² kg m m	
Kreiskegelstumpf				
$J_x = \frac{3}{10}m \cdot \frac{r_2^5 - r_1^5}{r_2^3 - r_1^3}$	J m r_1 r_2	Trägheitsmoment Körpermasse Radius kleinere Grundfläche Radius grössere Grundfläche	kg · m² kg m m	



Beliebiger Rotationskörper



$m = \varrho\pi \int_{x_1}^{x_2} f^2(x)dx$

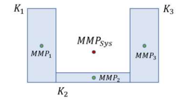
$I_x = \frac{1}{2}\varrho\pi \int_{x_1}^{x_2} f^4(x)dx$

Drehimpuls

REZEPT: Freikörperbild ➔ Impuls- & Drehimpulsbilanz ➔ Zusatzbedingungen

Drehimpuls	**Symbol**	**Grösse**	**Einheit**	
$L = J \cdot \omega$	L J ω	Drehimpuls Trägheitsmoment Kreisfrequenz	N·m·s kg · m² rad/s	
Abrollbedingung				
$s = r \cdot \varphi$ $v = r \cdot \omega$ $a = r \cdot \dot{\omega}$	s r v ω a $\dot{\omega}$	Strecke Radius Geschwindigkeit Winkelgeschwindigkeit Beschleunigung Winkelbeschleunigung	m m m/s rad/s m/s² rad/s²	

Schwerpunkt

Schwerpunkt	**Symbol**	**Grösse**	**Einheit**	
$\vec{r}_{MMP} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r}_{MMP,i}$	$\vec{r}_{MMP}$ m	Ortsvektor Massenmittelpunkt Masse	- kg	Um den Massenmittelpunkt des Systems zu finden, bestimmen wir zuerst die MMP der einzelnen Bestandteile und dann den «MMP der gewichteten MMP»

Schwenkbewegung und Unwucht

Schwenkbewegung	**Symbol**	**Grösse**	**Einheit**	
$\vec{M}_{schwenk} = \vec{\Omega} \times \vec{L}$ $\Omega = \frac{m \cdot s \cdot r_{MMP}}{L}$	$\vec{M}_{Schwenk}$ $\vec{\Omega}$ $\vec{L}$	Drehmoment Querdrehung Präzessions-geschwindigkeit Kreisel Drehimpuls	Nm rad/s N·m·s	
Statische Unwucht				
$\vec{L} \parallel \vec{\omega}$				Umlaufende Kraft

Dynamische Unwucht				
$\vec{L}$ nicht $\parallel \vec{\omega}$				Umlaufendes Drehmoment

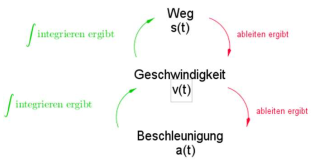
Bilanzieren

Nur Extensive (additive Grössen) sind bilanzierbar, z.B. Masse. Intensive Formeln sind nicht bilanzierbar z.B. Temperatur.

Volumenänderungsrate = Summe Zuflüsse – Summe Abflüsse

Volumenbilanzgleichung	Symbol	Grösse	Einheit	
$\dot{V}(t) = Iv_{in} + Iv_{out}$	$\dot{V}(t)$ Iv_{in} Iv_{out}	Volumenbilanz Zufliessender Volumenstrom abfliessender Volumenstrom	m³/s m³/s m³/s	Abflüsse bzw. Verdunsten sind negative Werte!
Mittlere Änderungsrate				
$\frac{\Delta G_{t_1 \to t_2}}{\Delta t} = \frac{G(t_2) - G(t_1)}{t_2 - t_1}$	G t_1, t_2	Grösse (z.B. Volumen) als Funktion der Zeit Zeitpunkte	div. s	
Momentane Änderungsrate				
$\frac{dG}{dt} = \lim_{t_1 \to t_2} = \frac{G(t_2) - G(t_1)}{t_2 - t_1}$				

Wichtige Matheregeln



Integral

Hauptsatz der Analysis: $\int_a^b s'(t) \cdot dt = s(b) - s(a)$

In der Physik wird mit der Integralberechnung oft auch als die Berechnung der Fläche unter einem Graphen bezeichnet.

Beispiel Bewegungsgleichung[1]

Die **Beschleunigung** ist die **Änderung der Geschwindigkeit** ($\Delta v = dv$) in einer **bestimmten Zeit** ($\Delta t = dt$).

Die Fläche $\Delta F(t_1, t_2)$ unter einer Kurve im a-t-Diagramm gibt die Geschwindigkeitsänderung Δv zwischen t_1 und t_2 an!

Stammfunktion: $F(t) = v(t) = a_0 \cdot t$

Grenzen eingesetzt: $\Delta v = a_0 \cdot (t_2 - t_1) = a_0 \cdot \Delta t$

Umgeformt: $a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

Integralschreibweise: $v_{t_2} - v_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} a(t) \cdot dt$

Weiter gilt auch das die **Geschwindigkeit** die **Änderung des Ortes** ($\Delta s = ds$) in einer **bestimmten Zeit** ($\Delta t = dt$) ist.

Stammfunktion: $s(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t$

Grenzen eingesetzt: $\Delta s = v_0 \cdot (t_2 - t_1) = v_0 \cdot \Delta t$

Umgeformt: $v_0 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$

Integralschreibweise: $s_{t_2} - s_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot dt$

[1] Quelle: https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4919 & https://www.ingenieurkurse.de/physik/kinematik-beschreibung-von-bewegungen/allgemeine-bewegung-eines-massenpunktes/integration-der-bahnbeschleunigung-geschwindigkeit.html

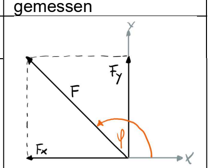
Ableitung

$f(x)$	$f'(x)$
c	$0 \Rightarrow c \in \mathbb{R}$
x	1
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
$sin(x)$	$cos(x)$
$cos(x)$	$-sin(x)$
$tan(x)$	$1 + tan^2(x) = \frac{1}{cos^2(x)}$
a^x $(a > 0)$	$ln(a) \cdot a^x$
e^x	e^x
$sin^{-1}(x)$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
$cos^{-1}(x)$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

$tan^{-1}(x)$	$\frac{1}{1 + x^2}$
$log_a(x)$	$\frac{1}{x \cdot ln(a)} \Rightarrow a > 0 \land a \neq 1$

Faktorregel	$(\lambda f(x))' = \lambda \cdot f'(x) \Rightarrow \lambda \in \mathbb{R}$
Summenregel	$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
Produktregel	$(f(x) \cdot g(x))' =$ $f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
Quotienten-regel	$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' =$ $\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
Kettenregel	$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ *Äussere Ableitung * innere Ableitung*

Vektoren

	Symbol	Grösse	Einheit	
$\vec{F} = (F_x / F_y)$	$\vec{F}$ F_x F_y	Vektor z.B. Kraft x-Komponente y-Komponente	N N N	Vektorielle Grösse Kartesische Darstellung mit Komponenten x/y
$\vec{F} = (\lvert F \rvert / \varphi)$	$\lvert F \rvert$ φ	Vektorbetrag Winkel	N °	Polare Darstellung mit Betrag und Richtungswinkel Winkel wird zur positiven y-Achse im Gegenuhrzeigersinn gemessen
$F_x = \lvert F \rvert \cdot cos(\varphi)$ $F_y = \lvert F \rvert \cdot sin(\varphi)$		x-Komponente y-Komponente		
$\lvert \vec{F} \rvert = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$		Vektorbetrag		
$\varphi = tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$	φ	Winkel		

Formelsammlung

Nico Gasser (24.01.2023)

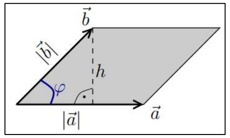
Vektorprodukt

$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot sin(\varphi)$ *(verschwindet mit φ= 0° oder 180°)* $sin(90°) = 1$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - & a_z b_y \\ a_z b_x - & a_x b_z \\ a_x b_y - & a_y b_x \end{pmatrix}$$

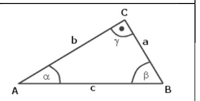
$a_x \quad b_x$

$a_y \quad b_y$



$$A = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{(a_y b_z - a_z b_y)^2 + (a_z b_x - a_x b_z)^2 + (a_x b_y - a_y b_x)^2}$$

Trigonometrie

Rechtwinkliges Dreieck	**Symbol**	**Grösse**	**Einheit**	
$sin(\alpha) = \frac{a}{b}$ | $sin(\beta) = \frac{b}{c}$ $cos(\alpha) = \frac{b}{c}$ | $cos(\beta) = \frac{a}{c}$ $tan(\alpha) = \frac{a}{b}$ | $tan(\beta) = \frac{b}{a}$ $cot(\alpha) = \frac{b}{a}$ | $cot(\beta) = \frac{a}{b}$	a b c α β γ	Gegenkathete Ankathete Hypotenuse Winkel Alpha ($\measuredangle bc$) Winkel Beta ($\measuredangle ac$) Winkel Gamma ($\measuredangle ab$)	m m m ° ° °	
Allgemeines Dreieck				
Sinussatz: $\frac{a}{sin(\alpha)} = \frac{b}{sin(\beta)} = \frac{c}{sin(\gamma)} = 2r$ Kosinussatz: $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos(\alpha)}$ $b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos(\beta)}$ $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos(\gamma)}$	r	Umkreisradius (vom Dreieck)	m	Summe der Winkel im Dreieck = 180°

Potenzen, Wurzeln und Logarithmen

Potenzen

Definition $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n-Faktoren}$

Beispiel: Potenz $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ (Exponent (Hochzahl), Basis (Grundzahl), Potenzwert)

Regeln	Bei gleicher Basis	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
	Bei gleichem Exponenten	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
		$(a^n)^m = a^{m \cdot n} = (a^m)^n$	
Speziell	$a^0 = 1$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	0^0 nicht definiert

Quadratwurzel

Definition $\sqrt{a} = b \iff b^2 = a \wedge a, b \geq 0$ Beispiel:

Regeln	Bei gleicher Radikand	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 1$
	Bei gleichem Wurzelexponenten	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
Speziell	Falls $a \in \mathbb{R}$	$\sqrt{a^2} = \|a\|$	

Wurzel

Definition $\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a \wedge a, b \geq 0$

Beispiel: Wurzel $\sqrt[4]{16} = 2$ (Wurzelexponent, Radikand, Wurzel (Radix))

Wurzel als Potenz		$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$		
Regeln	Bei gleichem Radikand	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{n}} \cdot a^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{m+n}{m \cdot n}}$	$\sqrt[n]{a} : \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{n}} : a^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{m-n}{m \cdot n}}$	
	Bei gleichem Wurzelexponenten	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	
	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$	
Speziell		$\sqrt[0]{a}$ nicht definiert	$\sqrt[2n]{-1}$ nicht definiert	$\sqrt[2n+1]{-1} = -1$

Logarithmen

Definition $\log_a(x) = y \iff a^y = x \wedge a, x \geq 0$

Beispiel: Logarithmus $\log_2 16 = 4$ (Numerus, Logarithmusbasis, Logarithmuswert)

Regeln	Bei gleicher Logarithmusbasis	$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$	$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$	
		$\log_a(u^x) = x \cdot \log_a u$		
Speziell	$\log_{10}(x) = \log(x) = \lg(x)$	$\log_e(x) = \ln(x)$	$\log_a(a^x) = x$	$\log_a(1) = 0$
Basiswechsel	$\log_a(x) = \frac{\lg(x)}{\lg(a)} = \frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \frac{log_c(x)}{log_c(a)}$			$a^{\log_a x} = x$