Formelsammlung

Nico Gasser (17.06.2023)

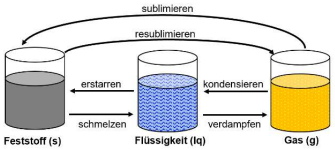
Thermodynamik

Kelvin [K] = x C° + 273.15°

0. Hauptsatz:
2 Körper im thermischen Gleichgewicht, wenn sie dieselbe Temperatur haben

1. Hauptsatz:
Änderung der inneren Energie = thermische + mechanisch ausgetauschte Energie

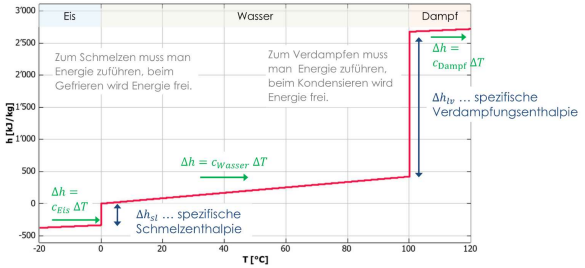
2. Hauptsatz:
Entropie kann erzeugt aber nicht vernichtet werden



Thermodynamik (1. Hauptsatz)

Strategie: 1. Hauptsatz formulieren + Gasgleichung + Kalorische Zustandsgleichung

Thermische Energie	Symbol	Grösse	Einheit	
$W_{therm} = \int_{t_1}^{t_2} I_w \, dt$	W_{therm}	Thermische Energie	J	**Isochor**: Volumen bleibt gleich **Isobar**: Druck bleibt gleich
Integrale Formulierung in U-Form (1. Hauptsatz)				
$\Delta U = W_{therm} + W_{mec}$	ΔU W_{therm} W_{mech}	Änderung der inneren Energie des Körpers Thermische Energie Mechanische Arbeit (Energie)	J J J	Die Innere Energie (U) = Summe aller Energieformen auf molekularer Ebene
Enthalpie				
$H = U + p \cdot V$	H U p V	Enthalpie Innere Energie des Körpers Druck Volumen	J J Pa m^3	Enthalpie = Innere Energie + «Energie zum Ausdehnen» (mech. Energie) H wird in 3 Joule [J] angegeben
Kalorische Zustandsgleichung von Gasen (g)				
$U_2 - U_1 = \Delta U = m\,\bar{c}_v\,(T_2 - T_1)$ $\bar{c}_v = \frac{U_2 - U_1}{m\,(T_2 - T_1)}$	ΔU m $\bar{c}_v$ T	Änderung der inneren Energie des Körpers Masse Spezifische Wärmekapazität Materialkonstante (Körper) bei konstantem Volumen Temperatur (Körper)	J kg - K	
$c_v = z \cdot \frac{R}{M} = c_P \cdot \frac{z}{z+1}$ $z = \frac{f}{2}$ $\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} \Rightarrow 1\ atomiges\ Gas \\ \frac{5}{2} \Rightarrow 2\ atomiges\ Gas \\ \frac{6}{2} \Rightarrow mehr - atomiges\ Gas \end{cases}$	R M f	Universelle Gaskonstante Molare Masse Anzahl Freiheitsgrade (Atom)	J/mol K g/mol -	**Universelle Gaskonstante** R = 8.314 J/mol K
$H_2 - H_1 = \Delta H = m\,\bar{c}_p\,(T_2 - T_1)$ $\bar{c}_p = \frac{H_2 - H_1}{m\,(T_2 - T_1)}$	ΔH m $\bar{c}_p$ T	Änderung der Enthalpie Masse Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck Temperatur (Körper)	J kg J/(kgK) K	
$c_P = c_v + \frac{R}{M} = (z+1) \cdot \frac{R}{M}$	R M	Universelle Gaskonstante Molare Masse	J/mol K g/mol	**Universelle Gaskonstante** R = 8.314 J/mol K
Kalorische Zustandsgleichung von Flüssigkeiten (lq) und Feststoffen (s)				
$U_2 - U_1 = \Delta U = m\,\bar{c}_{L/S}\,(T_2 - T_1)$	ΔU m $\bar{c}_{L/S}$ T	Änderung der inneren Energie des Körpers Masse Spezifische Wärmekapazität Temperatur (Körper)	J kg J/(kgK) K	
$\Delta H = m\,\bar{c}_{L/S}\,(T_2 - T_1) + V\,(p_2 - p_1)$	ΔH m $\bar{c}_{L/S}$ T V p	Änderung der Enthalpie Masse Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck Temperatur (Körper) Volumen (konstant) Druck	J kg J/(kgK) K m^3 Pa	1 bar = 10^5 Pa GRAFIK unten beachten! Einzelne Teilschritte zusammenzählen (z.B. Erwärmen + Schmelzen)!
Schmelzenthalpie				
$\Delta H_{sl} = \pm m \cdot \Delta h_{sl}$	ΔH_{sl} m Δh_{sl}	Änderung der Enthalpie (schmelzen) Masse spezifische Schmelzenthalpie	J kg J/kg	Minus (-) = wenn Temperatur abnimmt Plus (+) = wenn Temperatur zunimmt
Verdampfungsenthalpie				
$\Delta H_{lv} = \pm m \cdot \Delta h_{lv}$	ΔH_{lv} m Δh_{lv}	Änderung der Enthalpie (schmelzen) Masse spezifische Verdampfungsenthalpie	J kg J/kg	Minus (-) = wenn Temperatur abnimmt Plus (+) = wenn Temperatur zunimmt
Volumenänderungsarbeit				
$W_{mech,12}^{rev} = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV$	W_{mech} p V	Mechanische Arbeit (Energie) Druck Volumen	J Pa m^3	



Beispiel H2O von -15°C (258.15 K) ➔ 20°C (293.15 K), Masse 10 kg

$\Delta H = m \cdot \left(c_{Eis} \cdot (T_{schmelz} - T_1) + h_{sl} + c_{Wasser} \cdot (T_2 - T_{schmelz})\right)$

$\Delta H = 10 \cdot (2100 \cdot 15 + 333'800 + 4182 \cdot 20) = 4'489'400\ J$

Zeit zum Schmelzen*:

$\Delta t = \frac{\Delta H}{I_{W_{therm}}}$

*konst. $I_{W_{therm}}$ & konst. T

Daten für H_2O:

Schmelzen:

$c_{Eis} = 2100\ \frac{J}{kg \cdot K}$

$h_{sl} = 333'800\ \frac{J}{kg}$

Verdampfen:

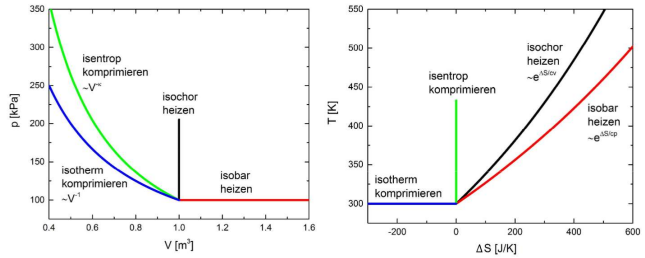
$c_{Wasser} = 4182\ \frac{J}{kg \cdot K}$

$h_{lv} = 2'256'000\ \frac{J}{kg}$

Formelsammlung

Nico Gasser (17.06.2023)

Ideale Gasgleichung (Molenform)				
$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$	p V n R T	Druck Volumen Anzahl mol Universelle Gaskonstante Temperatur	Pa m^3 - J/mol K K	**Universelle Gaskonstante** R = 8.314 J/mol K 1 Liter = 0.001 m^3
Ideale Gasgleichung (Teilchenform)				
$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$	p V N k T N_A	Druck Volumen Anzahl Moleküle Boltzmann-Konstante Temperatur Avogadrozahl	Pa m^3 - J/K K -	Avogadrozahl = Anzahl Moleküle in einem Mol eines Stoffs **Boltzmann-Konstante** $k = \frac{R}{N_A}$ $= 1.38 \times 10^{-23}$ J/K **Avogadrozahl** $N_A = 6.022 \times 10^{23}$
Ideale Gasgleichung (Massenform)				
$p \cdot V = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T$	p V m R M T	Druck Volumen Masse Universelle Gaskonstante Molare Masse Temperatur	Pa m^3 kg J/mol K g/mol K	**Universelle Gaskonstante** R = 8.314 J/mol K
pV-Diagramm & T/S-Diagramm				

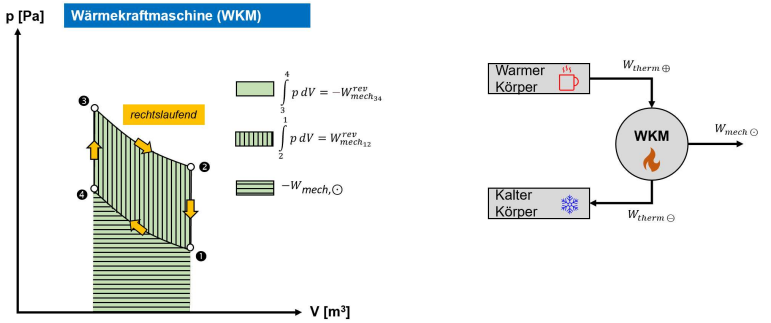


Isobares Heizen / Kühlen				Isobar = bei konstantem Druck
$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	V T	Volumen Temperatur	m^3 K	
$W_{mech} = -p(V_2 - V_1)$	p W_{mech}	Druck Mechanische Arbeit (Energie)	Pa J	
$W_{therm} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$	W_{therm} m c_p ΔT	Thermische Energie Masse Materialkonstante (Körper) bei konstantem Druck Temperaturänderung (Körper)	J kg - K	
Isochores Heizen / Kühlen				Isochor = bei konstantem Volumen
$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	p T	Druck Temperatur	Pa K	
$W_{mech} = 0$	W_{mech}	Mechanische Arbeit (Energie)	J	
$W_{therm} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$	W_{therm} m c_v	Thermische Energie Masse Materialkonstante	J kg -	c_v = Materialkonstante (Körper) bei konstantem Volumen

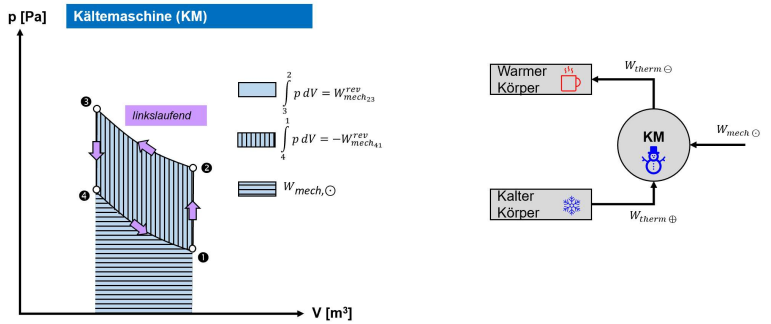
Isotherme Kompression / Expansion				Isotherm = bei konstanter Temperatur
$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$	p V	Druck Volumen	Pa m^3	
$W_{mech} = -m \cdot \frac{R}{M} \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	W_{mech} m R M T	Mechanische Energie Masse Universelle Gaskonstante Molare Masse Temperatur	J kg J/mol K g/mol K	R = 8.314 J/mol K
$W_{therm} = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	W_{therm}	Thermische Energie	J	
Isentropes Komprimieren / Expandieren				Isentrop = bei konstanter Entropieinhalt
$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\kappa-1)}$ $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}$ $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\kappa/(1-\kappa)}$	p V m R M T	Druck Volumen Masse Universelle Gaskonstante Molare Masse Temperatur	Pa m^3 kg J/mol K g/mol K	**Isentropenkoeffizienten («Kapa):** $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{R}{M} \cdot (1+z)}{\frac{R}{M} \cdot z}$ $= \frac{1+z}{z}$ $z = \frac{f}{2}$ (3/2 1-atomige, 5/2 2-atomige, 6/2 mehr-atomig) $\kappa_{1\text{-atomig}} = 5/3$ $\kappa_{2\text{-atomig}} = 7/5$ $\kappa_{\text{mehratomig}} = 4/3$
$W_{mech} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$	W_{mech} m c_v	Mechanische Energie Masse Materialkonstante (Körper) bei konstantem Volumen	J kg -	
$W_{therm} = 0$	W_{therm}	Thermische Energie	J	

Kreisprozesse

Wärmekraftmaschine (WKM)



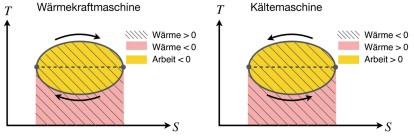
Kältemaschine (KM)



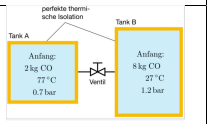
Formelsammlung

Leistungsstrom				
$W_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}} = -W_{\text{therm},\odot}$ $-(W_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}) = W_{\text{therm},\oplus} + W_{\text{therm},\ominus}$	$W_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}$ $W_{\text{therm},\oplus}$ $W_{\text{therm},\ominus}$	Mech. Arbeit Therm. Arbeit (zugeführt) Therm. Arbeit (abgeführt)	J J J	Arbeit / Leistung wird aus dem System abgeführt (daher negativ)
Energiestrom				
$P_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}} = -P_{\text{therm},\odot}$ $-(P_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}) = Iw_{\text{therm},\oplus} + Iw_{\text{therm},\ominus}$	$P_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}$ $Iw_{\text{therm},\oplus}$ $Iw_{\text{therm},\ominus}$	Mech. Leistung Wärmestrom (zugeführt) Wärmestrom (abgef.)	W W W	$\odot$ komplette Prozesskurve (Summe aller Zuflüsse $\oplus$ und Abflüsse $\ominus$)
Wärmekraftmaschine (WKM)				
$\eta_{\text{WKM}} = \frac{\lvert W^{\text{rev}}_{\text{mech},\odot}\rvert}{W_{\text{th},\oplus}} = 1 - \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W_{\text{th},\oplus}}$	η_{WKM} $W_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}$ $W_{\text{th},\oplus}$ $W_{\text{th},\ominus}$	Wirkungsgrad Mech. Arbeit Therm. Arbeit (zugeführt) Therm. Arbeit (abgeführt)	% J J J	$0 < \eta_{\text{WKM}} < 1$ Formel geht auch mit Leistung
Kältemaschine (Kühlschrank) (KM)				
$\eta_{\text{KM}} = \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W^{\text{rev}}_{\text{mech},\odot}} = \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W^{\text{rev}}_{\text{mech},\odot}} - 1$	η_{KM} $W_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}$ $W_{\text{th},\oplus}$ $W_{\text{th},\ominus}$	Wirkungsgrad Mech. Arbeit Therm. Arbeit (zugeführt) Therm. Arbeit (abgeführt)	% J J J	$\eta_{\text{KM}} < 1$ oder $\eta_{\text{KM}} > 1$
Wärmepumpe (WP)				
$\eta_{\text{WP}} = \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W^{\text{rev}}_{\text{mech},\odot}} = 1 + \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W^{\text{rev}}_{\text{mech},\odot}}$	η_{WP} $W_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}$ $W_{\text{th},\oplus}$ $W_{\text{th},\ominus}$	Wirkungsgrad Mech. Arbeit Therm. Arbeit (zugeführt) Therm. Arbeit (abgeführt)	% J J J	$\eta_{WP} > 1$
Carnot-Prozess				
$\eta_{\text{WKM,Carnot}} = 1 - \frac{T_u}{T_o}$ $\eta_{\text{WKM,Carnot}} = 1 - \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W_{\text{th},\oplus}}$	η_{WKM} T_u T_o	Wirkungsgrad **Wärmekraftmaschine** Unteres Temp.niveau Oberes Temp.niveau	% K K	
$\eta_{\text{KM,Carnot}} = \frac{T_u}{T_o - T_u}$ $\eta_{\text{KM,Carnot}} = \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}}$	η_{KM}	Wirkungsgrad **Kältemaschine**	%	
$\eta_{\text{WP,Carnot}} = \frac{T_o}{T_o - T_u}$ $\eta_{\text{WP,Carnot}} = \frac{\lvert W_{\text{th},\ominus}\rvert}{W_{\text{mech},\odot^{\text{rev}}}}$	η_{WP}	Wirkungsgrad **Wärmepumpe**	%	

Thermodynamik (2. Hauptsatz)



Entropiestrom	Symbol	Grösse	Einheit	
$I_S = \frac{I_{\text{W,th}}}{T}$	I_s $I_{w,th}$ T	Entropiestrom Therm. Energiestrom Temperatur	 W K	

Entropiebilanz (2. Hauptsatz)				
Reversible Prozess: $\frac{dS}{dt} = I_s = \frac{I_{w,th}}{T}$ Irreversibler Prozess: $\frac{dS}{dt} = I_s = \frac{I_{w,th}}{T} + \Pi_s$	I_s $I_{w,th}$ T Π_s	Entropiestrom Therm. Energiestrom Temperatur Entropieproduktion	 W K	$\Pi_s > 0$
Entropieänderung ideales Gas				
Wenn Temp. & Vol. bekannt $\Delta S = m\left[c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{R}{M}\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\right]$ Wenn Temp. & Druck bekannt $\Delta S = m\left[c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{R}{M}\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right]$	ΔS m c_v c_p T R M V p	Entropieänderung Masse Materialkonstante (Körper) bei konstantem Volumen Materialkonstante (Körper) bei konstantem Druck Temperatur Universelle Gaskonstante Molmasse Volumen Druck	J/K kg - - K J/mol K g/mol m^3 Pa	**Universelle Gaskonstante** R = 8.314 J/mol K $\Delta S = S_2 - S_1$
Entropieproduktionsrate				
$\Pi_S = \frac{P_{diss}}{T}$	Π_S P_{diss} T	Entropieproduktions-rate Dissipierte Leistung Temperatur	W/K W K	
Ausgleich				
Temperatur: $T_{t2} = \frac{m_{A_{t1}} \cdot T_{A_{t1}} + m_{B_{t1}} \cdot T_{B_{t1}}}{m_{A_{t1}} + m_{B_{t1}}}$	T_{t2} $m_{A_{t1}}$ $m_{B_{t1}}$ $T_{A_{t1}}$ $T_{B_{t1}}$	Gemeinsame Temperatur (Zeit t2) Masse Tank A (Zeit t1) Masse Tank B (Zeit t1) Temperatur Tank A (t1) Temperatur Tank B (t1)	K kg kg K K	 Zeit t1 = vor Ventilöffnung
Druck: $p_2 = \frac{\left(m_{A_1} + m_{A_2}\right) \cdot \frac{R}{M} \cdot T_2}{V_A + V_B}$ Wobei: $V_A = \frac{m_{A_1} \frac{R}{M} T_{A_1}}{p_{A_1}}$	p R M V	Druck Universelle Gaskonstante Molmasse Volumen	Pa J/mol K g/mol m^3	
Arten der Wärmeübertragung				
Konduktion	Wärmeleitung durch Konduktion kann man sich als das Ergebnis molekularer Kollisionen vorstellen.			
Konvektion	Wärme wird durch die Bewegung der Moleküle von einem Ort zum andern übertragen.			
Strahlung	Geschieht auch ohne die Gegenwart von Materie als Medium und basiert auf elektromagnetische Wellen.			
Stefan-Boltzmann Gesetz				
$I_{\text{th,rad}} = \sigma A T_s^4$	$I_{\text{th,rad}}$ σ A T	Thermische Strahlenleistung Stefan-Boltzmann Konstante Oberfläche Körper Temperatur	W $\frac{W}{m^2 \cdot K}$ m^2 K	**Stefan-Boltzmann-Konstante:** $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K}$

Formelsammlung

Nico Gasser (17.06.2023)

Konduktionelle Wärmeübertragung ($I_{w,kond}$) «Fourier'sche Wärmeleitungsgesetz»

$I_{w,kond} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x}$	$I_{w,kond}$	Thermischer Energiestrom	W	κ = «Kappa»; hängt von Temperatur ab
	κ	Thermische Leitfähigkeit	W/(mK)	
	A	Oberfläche Körper	m^2	
	ΔT	Temperaturdifferenz	K	
	Δx	Wärmeleitungsstrecke	m	
$R_{th} = \frac{\Delta x}{\kappa \cdot A} = \frac{1}{G_{th}}$	R_{th}	Thermischer Widerstand	K/W	Bei Serienschaltung gilt: $R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots$
Wobei: $G_{th} = \frac{\kappa \cdot A}{\Delta x} = \frac{1}{R_{th}}$	G_{th}	Thermischer Leitwert	W/K	Bei Parallelschaltung gilt: $G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots$ und somit: $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \ldots$

Thermische Leitfähigkeiten κ verschiedener Gase, Flüssigkeiten und Feststoffe in W / (m K) . Beachte, dass κ i. Allg. von T abhängt. Quelle: Skript SW 6/7 (Wikipedia).

Baustoffe

Stoff	κ (W/(m K))
EPS-Putz	0,07
Lochziegel aus Poren-Ton	0,07…0,45
Porenbeton (Gasbeton)	0,08…0,25
Holz senkrecht zur Faser	0,09…0,19
Thermoputz	0,11

Dämmstoffe

Stoff	κ (W/(m K))
Vakuumdämmplatte	0,004…0,006
Aerogel	0,017…0,021
Polyurethan (PUR)	0,021…0,035
Expandiertes Polystyrol mit Grafit (Graues EPS)	0,030…0,035
Extrudiertes Polystyrol (XPS)	0,032…0,040

Metalle

Stoff	κ (W/(m K))
Silber	429
Kupfer, rein	401
Kupfer, Handelsware	240…380[11]
Kupferlegierungen (Sn, Zn, Ni, Pb)	30…110[12]
Gold, rein	314
Aluminium (99,5 %)	236

Gasförmige Stoffe

Stoff	κ (W/(m K))
Wasserstoff	0,186[15]
Helium	0,1567[15]
Argon	0,0179[15]
Krypton	0,00949
Xenon	0,0055[15]
Luft (21 % Sauerstoff, 78 % Stickstoff)	0,0262[15]

Kunststoffe

Stoff	κ (W/(m K))
Polyethylenterephthalat (PET)	0,24[16]
Polyurethan kompakt (PUR)	0,245[17]
Polyimide (PI)	0,37…0,52[16]
Polyetherimid (PEI)	0,24[17]
Polytetrafluorethylen (PTFE)	0,25[16]

Sonstige Stoffe

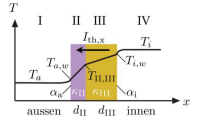
Stoff	κ (W/(m K))
Öl	0,13…0,15
Wasser[19] (0,0 °C)	0,5562[20]
Eis (−10,0 ± 10 °C)	2,33±0,10[21]
Schnee mit ρ = 0,25 g/cm³	0,16[1]
Kohlenstoff (Graphit)	119…165
Kohlenstoffnanoröhren	6000

Konvektionelle Wärmeübertragung ($I_{w,konv}$)

$I_{w,konv} = A\,\alpha\,(T_s - T_u) = \frac{\Delta T}{R_w} = G_w \cdot \Delta T$	$I_{w,konv}$	Absoluten Wärmestrom	W	
	α	Wärmeübergangs-koeffizient	W/(m²K)	
	T_s	Oberflächen-temperatur	K	
	T_u	Mittlere Lufttemperatur	K	
$R_{th} = \frac{1}{\alpha \cdot A} = \frac{1}{G_{th}}$	R_{th}	Thermischer Widerstand	K/W	
	G_{th}	Thermischer Leitwert	W/K	

Wärmedurchgang in thermischen Reihenschaltungen

$I_{\mathrm{th},x} = A\,U\,(T_i - T_a)$	$I_{\mathrm{th},x}$	Wärmestrom	W	
	A	Oberfläche Körper	m²	
	U	Wärmedurchgang	W/(m²K)	
	T_i	Mittlere Raumtemperatur	K	
	T_a	Mittlere Aussentemperatur	K	
$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_0} + \frac{d_{II}}{\kappa_{II}} + \frac{d_{III}}{\kappa_{III}} + \frac{1}{\alpha_i}}$	U	Wärmeübertragung	W/(m²K)	
	α	Wärmeübergangs-koeffizient	W/(m²K)	
	d	Dicke Wand	m	
	κ	Therm. Leitungsfähigkeit	W/(mK)	
$R_{\mathrm{th}} = \frac{1}{A} + \left(\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{II}}{\kappa_{II}} + \frac{d_{III}}{\kappa_{III}} + \frac{1}{\alpha_i}\right)$	R_{th}	Thermischer Widerstand	K/W	



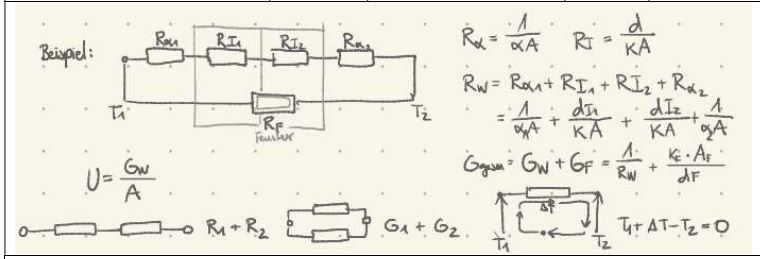
II: äussere Wand
III: innere Wand

Radiale Wärmeübertragung ($I_{w,rad}$) «Wärmestrahlung»

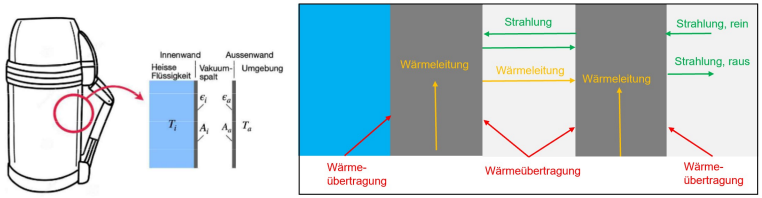
$I_{w,rad} = \sigma \cdot \epsilon \cdot A \cdot T^4$	$I_{w,rad}$	Thermische Strahlenleistung	W	$\epsilon \begin{cases} = 1 & \text{Schwarzer Körper} \\ < 1 & \text{Grauer Körper} \\ = 0 & \text{Weisser Körper} \end{cases}$
$I_{w,rad,max} = \sigma \cdot A \cdot T^4$	σ	Stefan-Boltzmann Konstante	$\frac{W}{m^2 \cdot K}$	$\epsilon \approx 0.96$ … stark oxidierter Stahl
$I_{\mathrm{th,rad}} = \sigma\,\epsilon_1\,A_1\left(T_{S_1}^4 - T_{S_2}^4\right)$	ϵ	Emissionsgrad	-	$\epsilon \approx 0.3$ … stark polierter Stahl
	A	Oberfläche Körper	m²	$\epsilon \approx 0.4$ … Holz
	T	Temperatur	K	$\epsilon \approx 0.93$ … Asphalt
	T_{S_1}	Temp. heisser Körper	K	
	T_{S_2}	Temp. kalter Körper	K	

Wärmedurchgangskoeffizient

$U = \frac{G_w}{A}$	U	Wärmedurchgangs-koeffizient	W/(m²K)	Verwendet in der Bauphysik als Wärmeleitwert pro Fläche eines Bauwerk
	G_w	Thermischer Leitwert	W/K	
	A	Oberfläche Körper	m²	



Wärmetransportphänomene *(Beispiel Thermoskanne)*



Thermodynamik (1. Hauptsatz für offene, stationäre Systeme)

Bernoulligleichung für offene Systeme	Symbol	Grösse	Einheit	
$I_m\left[\frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2} + g\,(z_2 - z_1)\right] = 0$	I_m	Massenstrom	kg/s	Austausch thermischer & mechanischer Energie
	p	Druck	Pa	
	ρ	Dichte	kg/m³	
	c	Strömungs-geschwindigkeit	m/s	
	g	Gravitationsfeldstärke	m/s²	
	z	Höhe	m	
Änderung der Leistung				
E_{kin}: $\Delta I_{W_{\mathrm{kin}}} = I_m \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2}$	$\Delta I_{W_{\mathrm{kin}}}$	Änderung der kinetischen Leistung	W	
	I_m	Massenstrom	kg/s	
	c	Strömungs-geschwindigkeit	m/s	
E_{pot}: $\Delta I_{W_{\mathrm{pot}}} = I_m\,g\,(z_2 - z_1)$	$\Delta I_{W_{\mathrm{pot}}}$	Änderung der potentiellen Leistung	W	
	g	Gravitationsfeldstärke	m/s²	
	z	Höhe	m	

Kompressible Strömungen

$\Delta I_{W_{kin}} = I_m \left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1}\right)$ $= I_m (p_2 v_2 - p_1 v_1)$	ΔI_{W_p} I_m p ρ v	Änderung der Druckenergie Massenstrom Druck Dichte Spezifisches Volumen	W kg/s Pa kg/m³ m³/kg	Wobei $\frac{1}{\rho}$ durch das spezifische Volumen $v = \frac{V}{m}$ ersetzt wurde!!
$\Delta I_{W_{th}} = I_m (u_2 - u_1)$ $= I_m c_v (T_2 - T_1)$	$\Delta I_{W_{th}}$ u c_v T	Änderung der inneren Energie Intensive, massenspezifische innere Energie Spezifische Wärmekapazität Temperatur	W J/kg K K	$u = \frac{U}{m}$

Energiebilanz für offene Systeme

$\Delta I_{W_{th}} + \Delta I_{W_p} + \Delta I_{W_{kin}} + \Delta I_{W_{pot}}$ $= I_{th} + I_{mech}$ $I_{mech} = I_{mech^{rev}} + I_{mech^{diss}}$	$\Delta I_{W_{th}}$ ΔI_{W_p} $\Delta I_{W_{kin}}$ $\Delta I_{W_{pot}}$ I_{th} $I_{mech^{rev}}$ $I_{mech^{diss}}$	Änderung der inneren Energie Änderung der Druckenergie Änderung der kinetischen Leistung Änderung der potentiellen Leistung Reversible Anteil Mechanische Leistung Dissipative (verlustbehaftete) Anteil der mechanischen Leistung	W W W W W W	Bei Zufuhr: $I_{th}, I_{mech^{rev}}, I_{mech^{diss}} > 0$ Bei Abfuhr $I_{th}, I_{mech^{rev}} < 0$ $I_{mech^{diss}} > 0$
$I_m \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)\right]$ $= I_{th} + I_{mech}$	I_m c g z	Massenstrom Strömungs-geschwindigkeit Gravitationsfeldstärke Höhe	kg/s m/s m/s² m	$h = u + p v$

Für Flüssigkeiten

$I_m \left[c_L (T_2 - T_1) + \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)\right]$ $= I_{th,12} + I_{mech,12}$	I_m c_L T p ρ c g z	Massenstrom Spezifische Wärmekapazität Temperatur Druck Dichte Strömungs-geschwindigkeit Gravitationsfeldstärke Höhe	kg/s J/kg K K Pa kg/m³ m/s m/s² m	Vollständig idealisierte Wasserturbine (keine Reibung): $T_2 = T_1, c_2 \approx c_1$ $z_2 \approx z_1, I_{th,12} \approx 0$ $I_{mech,12^{diss}} \approx 0$ $I_{mech,12} \approx I_{mech,12^{rev}}$

Vollständig idealisierte Wasserturbine (ohne Reibung)

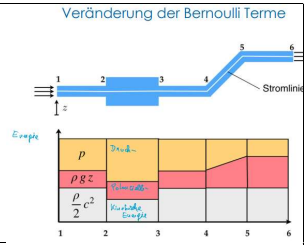
$I_{mech,12^{rev}} = \frac{I_m}{\rho}(p_2 - p_1)$ $= I_V (p_2 - p_1)$	I_m T p ρ	Massenstrom Temperatur Druck Dichte	kg/s K Pa kg/m³	

Für Gase

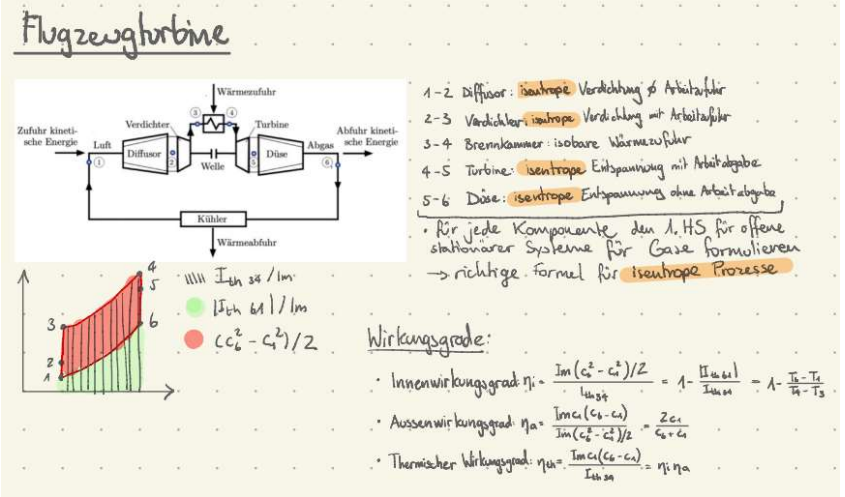
$I_m \left[c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2)\right]$ $= I_{th,12} + I_{mech,12}$	I_m c_p T p ρ c	Massenstrom Spezifische Wärmekapazität Temperatur Druck Dichte Strömungsgeschw.	kg/s J/kg K K Pa kg/m³ m/s	Mit kalorischen Zustandsgleichung: $h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1)$

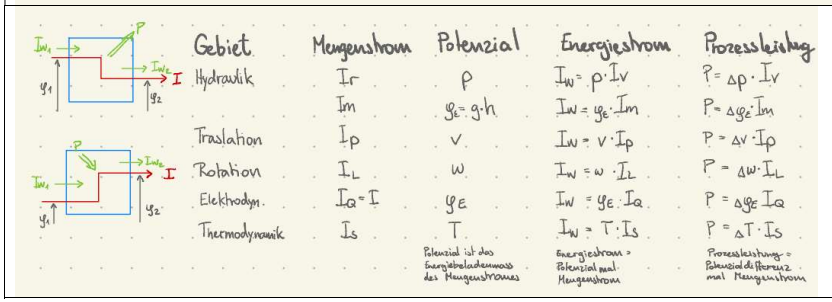
Für insentrope Expansions-/Kompressionsprozesse:

$$I_{mech,12^{rev}} = I_m c_p T_1 \left[\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1\right].$$



Flugzeugturbine





Gravitation

Gravitationsgesetz	Symbol	Grösse	Einheit	
$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	F_G G m_1, m_2 r	Gravitationskraft Gravitationskonstante Massen Abstand zwischen den Massenmittelpunkten (MMP)	N Nm²/kg² kg m	Zwischen 2 Körpern wirkt eine Anziehungskraft, die Gravitationskraft $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ $m_{Erde} = 5.974 \cdot 10^{24} kg$ $r_{Erde} = 6.378 \cdot 10^{6} m$
Gravitationsfeld				
$\vec{g}(\vec{r}) = -G \frac{M}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$	$\vec{g}(\vec{r})$ G M r	Gravitationsfeldstärke Gravitationskonstante Punktmasse Abstand	m/s² Nm²/kg² kg m	
Gravitationskraft				
$F_G = m \cdot g$	F_G m g	Gewichtskraft Masse Gravitationsfeldstärke	N kg m/s²	Die Gewichtskraft auf der Erde folgt aus dem Gravitationsgesetz $g = +9.81 \frac{m}{s^2}$
Gravitationspotential				
$\varphi_G(P) = -\int_{-\infty}^{P} \vec{g}(\vec{r})\,\mathrm{d}\vec{s}$	$\varphi_G(P)$ $\vec{g}(\vec{r})$ $\mathrm{d}\vec{s}$	Gravitationspotenzial Gravitationsfeldstärke Strecke (über Integral)	J/kg m/s² m	Gravitationspotential an einem Punkt (P) in einem Gravitationsfeld ($\vec{g}$)
Potentialdifferenz				
$\varphi_G = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{g}(\vec{r})\,\mathrm{d}\vec{s}$	φ_G $\vec{g}(\vec{r})$ $\mathrm{d}\vec{s}$	Gravitationspotenzial Gravitationsfeldstärke Strecke (über Integral)	J/kg m/s² m	Potential zwischen 2 Punkten
Gravitationspotential Punktmasse				
$\varphi_G(r) = -G \frac{M}{r}$	$\varphi_G(r)$ G M r	Gravitationspotenzial Gravitationskonstante Punktmasse Abstand	J/kg Nm²/kg² kg m	$\oint \vec{g}_M(\vec{r})\,\mathrm{d}\vec{s} = 0$ Gravitationsfeld ist «konservativ»
Änderung der potenziellen Energie				
$\Delta E_{\mathrm{pot,G}} = m \cdot \Delta\varphi_G$ $(E_{pot} = m \cdot g \cdot h)$	$\Delta E_{\mathrm{pot,G}}$ m $\Delta\varphi_G$	Delta potenzielle Gravitationsenergie Masse Potenzialdifferenz	J kg J/kg	
Prozessleistung eines gravitativen Prozesses				
$P_G = \Delta\varphi_G \cdot I_m$	P_G $\Delta\varphi_G$ I_m	Prozessleistung Potentialdifferenz Massenstrom	W J/kg kg/s	1 Watt [W] = 1 J/s 1 PS = 735 Watt [W] 1 PS · 0.735 = 1 kW

Elektrodynamik

Elektrische Ladung: $[Q] = [q] = A \cdot s = C\ (Coulomb)$ Elektrische Spannung: $[U] = V = \frac{W}{A}\ (Volt)$

Elektrischer Ladungsstrom («Ladung durch Zeit»): $[I] = A = \frac{C}{s}$ (Ampère)

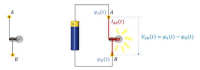
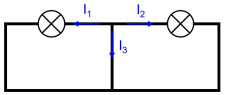
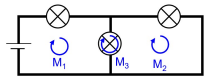
Elektrische Feldstärke: $[E] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{N\,m}}{\mathrm{C\,m}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C\,m}} = \frac{\mathrm{W\,s}}{\mathrm{C\,m}} = \frac{\mathrm{V\,A\,s}}{\mathrm{A\,s\,m}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ Elektrische Kapazität: $[C] = F = \frac{C}{V}\ (Farad)$

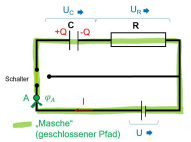
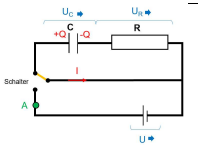
Elektrischer Widerstand: $[R] = \Omega = \frac{V}{A}\ ("ohm")$

1 Watt [W] = 1 J/s | 1 PS = 735 Watt [W] | 1 PS · 0.735 = 1 kW | 1 kWh = $3.6 \cdot 10^6$ Joul [J]

Elementarladung	Symbol	Grösse	Einheit	
Proton: $q(e^-) = -1e$ Elektron: $q(p^+) = +1e$	q e	Ladung Elementarladung	C C	$e = 1{,}602\,176\,634 \cdot 10^{-19} C$ Q bzw. q ist somit entweder positiv oder negativ.
Ladungsbilanz				
$\dot{Q} = \sum I_{Q,\mathrm{zu}} + \sum I_{Q,\mathrm{ab}}$	$\dot{Q}$ $\sum I_{Q,\mathrm{zu}}$ $\sum I_{Q,\mathrm{ab}}$	Änderungsrate der Ladung im System Summe der zufliessenden Ladungsströme Summe der abfliessenden Ladungsströme	C A A	
Coulomb-Kraft				
$\overrightarrow{F_{C,12}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\overrightarrow{r_{12}}}{r_{12}}$	$\overrightarrow{F_{C,12}}$ ϵ_0 q_1, q_2 r_{12}	Coulomb-Kraft Elektrische Feldkonst. Punktförmige Ladung Abstand zwischen q1 & q2	N As/Vm C m	**Elektrische Feldkonstante (ϵ_0):** $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$
Coulomb-Kraft auf Probeladung im elekt. Feld				
$\overrightarrow{F_C}(\vec{r}) = q \cdot \vec{E}(\vec{r})$	$\vec{E}(\vec{r})$ q $\vec{r}$	elektrische Feldstärke Probeladung in $\vec{r}$ Abstand	V/m C m	
Coulomb-Feld / elektrisches Feld				
$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$	$\vec{E}(\vec{r})$ Q $\vec{r}$	elektrische Feldstärke Ladung des Körpers Abstand	V/m C m	
Elektrischer Feldfluss				
$\phi = \int_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$	ϕ $\vec{E}$ $\mathrm{d}\vec{A}$	Elektrische Fluss («phi») elektrische Feldstärke sichtbare Fläche (delta)	C V/m m²	Fluss des elektrischen Feldes durch die Fläche
Gauss'sches Gesetz				
$\oint_A \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$	$\vec{E}$ $\mathrm{d}\vec{A}$ Q ϵ_0	elektrische Feldstärke sichtbare Fläche (delta) Ladung des Körpers Elektrische Feldkonst.	V/m m² C As/Vm	
Änderung der potenziellen Energie				
$\Delta E_{\mathrm{pot,E}} = q \cdot \Delta\varphi_E = q \cdot \mathrm{U}$	$\Delta E_{\mathrm{pot,E}}$ q $\Delta\varphi_E$	Potentialdifferenz Ladung Delta potenziellen elektrischen Energie	J C V	Elektrische Potenzialdifferenz: $\Delta\varphi_E = U$
Elektrisches Potential				
$\varphi_E(P) = -\int_{-\infty}^{P} \vec{E}(\vec{r})\,\mathrm{d}\vec{s}$	$\varphi_E(P)$ $\vec{E}(\vec{r})$ $\mathrm{d}\vec{s}$	Elektrisches Potential Elektrische Feldstärke Strecke	V V/m m	Elektrisches Potential an einem Punkt (P) in einem elektrischen Feld ($\vec{E}$)

Formelsammlung

Potentzialdifferenz				
$\varphi_E = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}(\vec{r})\,\mathrm{d}\vec{s}$	φ_E $\vec{E}(\vec{r})$ $\mathrm{d}\vec{s}$	Elektrisches Potential Elektrische Feldstärke Strecke	V V/m m	Potential zwischen zwei Punkten
Gravitationspotenzial Punktladung				
$\varphi_E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$	$\varphi_E(r)$ ϵ_0 Q r	Elektrisches Potential elektrische Feldkonst. Ladung des Körpers Abstand	V As/Vm C m	$\oint \vec{E}(\vec{r})\,\mathrm{d}\vec{s} = 0$ Elektrisches Feld einer Ladung ist «konservativ»
Prozessleistung eines elektrischen Prozesses				
$P_E = \Delta\varphi_E \cdot I_Q$	P_E $\Delta\varphi_E$ I_Q	Prozessleistung Potentialdifferenz Ladungsstrom	W V A	
Elektrische Spannung				
$U = \Delta\varphi_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$	U φ_A φ_B	Spannung Elekt. Potenzial (A) Elekt. Potenzial (B)	V V V	
$P_{diss} = U \cdot I$	P_{diss} U I	Spannung des Stroms Spannung Nennstrom	W V A	kvA = kW W = Watt V = Volt A = Ampere
$t = \frac{W}{P}$	t W P	Zeit Energie Spannung	s J W	Zeit um Energie zu erzeugen
Elektrischer Widerstand				
$R = \frac{U}{I}$	R U I	Widerstand Spannung Ladungsstrom	Ω V A	Elektrischen Strom durch Ohm'schen Leiter bei Potenzialdifferenz $I = \frac{U}{R}$ bzw. $U = R \cdot I$
Kapazität eines Kondensators				
$C(t) = \frac{Q(t)}{U(t)}$	$C(t)$ $Q(t)$ $U(t)$	Kapazität Ladung Spannung	F C V	*F = Farad*
Elektrische Feldenergie				
$W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$	W_C C U	Elektrische Feldenergie Kapazität Spannung	J F V	Im Kondensator mit Kapazität (C) gespeicherte Energie bei der Ladung auf U
Kirchhoff-Regel				
1. Knotensatz: Ladung zu jeder Zeit = 0	$I_1 - I_2 - I_3 = 0$ $\sum I_{zu} - \sum I_{ab} = 0$			
2. Maschensatz: Summe aller Spannungen über einen geschlossenen Weg = 0	 $U_L - U_0 = 0$			 Masche 1 (M1): $U_1 + U_3 - U_0 = 0$ Masche 2 (M2): $U_2 - U_3 = 0$ Masche 3 (M3): $U_1 + U_2 - U_0 = 0$

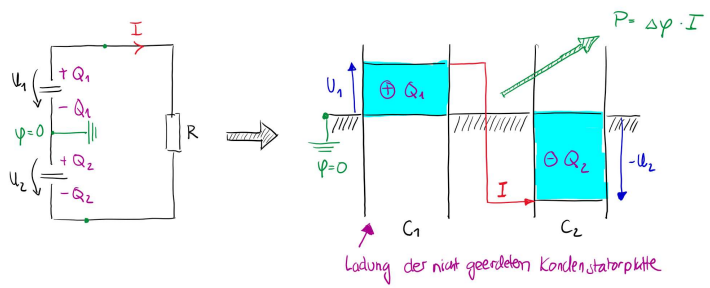
Kondesator Ladevorgang				
$U_C(t) = U \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ $\tau = RC$	$U_C(t)$ U t τ R C	Spannung des Kondensators bei Ladevorgang Spannung Zeit Zeitkonstante einer seriellen RC-Schaltung Widerstand Kapazität	V V s s Ω F	
$Q_C(t) = Q_{C,F} \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ $Q_{C,F} = C \cdot U$	$Q_C(t)$	Ladung des Kondensators bei Ladevorgang	C	
Kondesator Entladevorgang				
$U_C(t) = U \cdot e^{-t/\tau}$ $\tau = RC$	$U_C(t)$ U t τ R C	Spannung des Kondensators bei Ladevorgang Spannung Zeit Zeitkonstante einer seriellen RC-Schaltung Widerstand Kapazität	V V s s Ω F	
$Q_C(t) = Q \cdot e^{-t/\tau}$	$Q_C(t)$	Ladung des Kondensators bei Ladevorgang	C	
Kondensatoren Ausgleichspotential («Ausgleichgsspannung»)				
$U_{Ausgleich} = \varphi_{\text{Ausgleich}} = \frac{Q_{1,I} + Q_{2,I}}{C_1 + C_2}$	$U_{Ausgleich}$ $\varphi_{\text{Ausgleich}}$ $Q_{1,I}$ $+Q_{2,I}$ $C_1 + C_2$	Ausgleichsspannung Ausgleichspotenzial Gesamte Ladung Gesamte Kapazität	V V C F	Ausgleichshöhe = Gesamtes Füllvolumen / Gesamte Grundfläche ➔ Tipp: Flüssigkeits-diagramm
Kondensatoren Energieänderung bei Ladungsaustausch («Ausgleichsprozess»)				
$\Delta W_{Sys} = \Delta Q \cdot \frac{1}{2} \cdot (\Delta\varphi_I + \Delta\varphi_F)$	ΔW_{Sys} ΔQ $\Delta\varphi_I$ $\Delta\varphi_F$	Energieänderung Ladungsänderung Potential Zustand I Potential Zustand F	J C V V	Energie-Änderung = Geflossene Ladung x mittlere Potentialdifferenz

Anmerkungen Kondensator

- Durch Potentialdifferenz kann zwischen den Platten eines Kondensators ein Ladungsgleichgewicht hergestellt werden.
- Ist eine Platte auf Q+ geladen, ist die andere auf Q- (Wechselwirkung)
  Netto elektrische Ladung = 0
- Ladung: Veränderung der Ladung der Platten bezüglich des neutralen Zustands ($Q = C \cdot U_C$)
- Strom = Verschiebestrom
  - es verändert sich mit dem zu/abfliessen der Ströme auf der Platte, das elektrische Feld im Kondensator
  - es fliesst keine Ladung zwischen den Platten, aber der elektrische Feldfluss zwischen den beiden Platten verändert sich

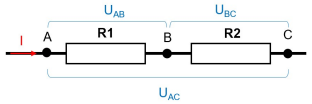
Formelsammlung

Flüssigkeitsbild



Serienschaltung

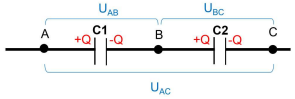
Widerstände



- Widerstände: $R = R_1 + R_2$
- Spannung: $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I$
- Ladung: $Q_1 = Q_2$

Anmerkung: Lampen leuchten gleich oder weniger stark

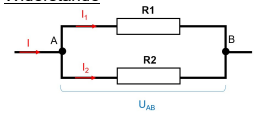
Kondensatoren



- Kapazität: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
- Spannung: $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$
- Ladung: $Q_1 = Q_2$

Parallelschaltung

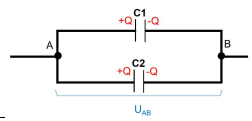
Widerstände



- Widerstände: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
- Spannung: $I = I_1 + I_2 = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2}$
- Ladung: konst

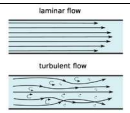
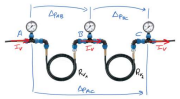
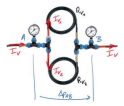
Anmerkung: Lampen leichte gleich Hell wie einzelne

Kondensatoren



- Kapazität: $C = C_1 + C_2$
- Ladung: $Q = Q_1 + Q_2 = C \cdot U_{AB}$

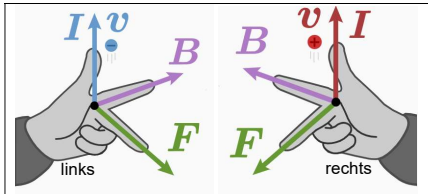
Hydraulischer Widerstand

	Symbol	Grösse	Einheit	
Volumenstrom Laminarer Strömung: $I_V = \frac{\Delta p}{R_V}$ Turbulenter Strömung: $I_V = \sqrt{\frac{\Delta p}{k}}$	I_V Δp R_V k	Volumenstrom Durchdifferenz Hydraulischer Widerstand Konstante für den turbulenten hyd. Widerstand	m^3/s Pa - -	
Prozessleistung Laminar: $P = \Delta p \cdot I_V = R_V \cdot I_V^2$ Turbulent: $P = \Delta p \cdot I_V = k \cdot I_V^3$				
Übergang laminar zu turbulent (kritischer Volumenstrom) $I_{V,krit} = \frac{R_V}{k}$		Serienschaltung von hydraulischen Widerständen: $R_V = R_{V1} + R_{V2}$ $\Delta p_{AC} = \Delta p_{AB} + \Delta p_{BC}$		
Übergang laminar zu turbulent (kritischer Druck) $\Delta p_{krit} = \frac{R_V^2}{k}$		Parallelschaltung von hydraulischen Widerständen: $\frac{1}{R_V} = \frac{1}{R_{V1}} + \frac{1}{R_{V2}}$ $I_V = I_{V_1} + I_{V_2}$		

Magnetismus / Elektromagnetismus

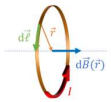
Magnetfeld [B]: $\frac{N}{A \cdot m} = T\ (Tesla)$ magnetische Feldstärke [H]: $\frac{A}{m}\ (Ampere\ pro\ Meter)$

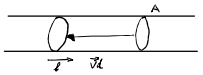
Magnetischer Feldfluss [ϕ_B]: $T \cdot m^2 = Wb\ (Weber)$



Linke Hand für ⊖ Ladung Rechte Hand für ⊕ Ladung

Daumen: Richtung des Stroms (I)
Zeigefinger: Richtung des Magnetfelds ($\vec{B}$)
Mittelfinger: Richtung der Lorenzkraft ($\vec{F}$)

Magnetischer Feldfluss	Symbol	Grösse	Einheit	
$\phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$	ϕ_B $\vec{B}$ $\vec{A}$	Magnetischer Feldfluss Magnetfeld Gerichtete Fläche	Wb T m^2	Feldfluss = Magnetfeld x Fläche
Gauss'sches Gesetz des Magnetismus				
$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	$\vec{B}$ $\vec{A}$	Magnetfeld Gerichtete Fläche	T m^2	
Gesetz von Bio-Savart				
$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$ wobei: $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$ 	$\vec{B}(\vec{r})$ μ_0 I $d\vec{\ell}$ $\hat{r}$ r	Magnetfeld Magnetische Feldkonstante Strom Summe der Leiterstücke Einheitsvektor in Richtung von $\vec{r}$ Abstand vom Strom	T N/A² A m m m	**Magnetische Feldkonstante (μ_0):** $\mu_0 = 1.256637 \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2}$ $\approx 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$ Zusammenhang zwischen Strom (I) durch Leiterelement und dem dadurch erzeugten Magnetfeld
Magnetfeld im Zentrum einer Leiterschlaufe (kreisförmig)				
$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$	B μ_0 I r	Magnetfeld Magnetische Feldkonstante Strom Abstand vom Strom	T N/A² A m	
Magnetfeld im Innern einer langen Spule				
$B = \mu_0 \frac{N I}{\ell}$	B μ_0 N I ℓ	Magnetfeld Magnetische Feldkonstante Windungen Strom Länge der Spule	T N/A² - A m	
Magnetfeld um einen langen geraden Leiter				
$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	B μ_0 I r	Magnetfeld Magnetische Feldkonstante Strom Abstand vom Strom	T N/A² A m	
Ampèrsches Gesetz				
$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$	$\vec{B}$ $d\vec{\ell}$ μ_0 I	Magnetfeld Summe der Leiterstücke Magnetische Felkonstante Strom	T m N/A² A	Bei konst. Strom [I] $\left[\frac{V_s}{m}\right]$

Magnetische Kraft (auf geladene Teilchen)				
$\vec{F_B} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$	$\vec{F_B}$ q $\vec{v}$ $\vec{B}$	Magnetische Kraft Ladung Geschwindigkeit Magnetfeld	N C m/s T	
Lorentz Kraft (auf geladenes Teilchen)				
$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$	$\vec{F}_{\text{Lorentz}}$ q $\vec{E}$ $\vec{v}$ $\vec{B}$	Lorentz Kraft Ladung Elektrische Feldstärke Geschwindigkeit Magnetfeld	N C V/m m/s T	«Elektromagnetische Kraft auf ein geladenes Teilchen» Immer senkrecht (⊥)zur Flugbahn des Teilchens ➔ kann nur Richtung beeinflussen
Magnetische Kraft auf stromdurchflossenes gerades Leiterstück				
$\vec{F_B} = I \cdot \left(\vec{\ell} \times \vec{B}\right)$ $\lvert F\rvert = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin\angle\left(\vec{l}, \vec{B}\right)$	$\vec{F_B}$ I $\vec{\ell}$ $\vec{B}$	Magnetische Kraft Strom Länge des Leiterstück Magnetfeld	N A m T	
Magnetischer Moment einer stromdurchflossenen Leiterschleife				
$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A}$ Wobei: $\vec{\mu} \parallel \vec{A}$	$\vec{\mu}$ I $\vec{A}$	Magnetische Moment der Leiterschleife Strom Flächennormalen-vektor	Am² A m²	Unabhängig der Form
Drehmoment auf einer stromdurchflossene Leiterschleife in einem Magnetfeld				
$\vec{\mathcal{M}} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $\lvert\mathcal{M}\rvert = \lvert\vec{\mu}\rvert \cdot \lvert\vec{B}\rvert \cdot \sin\angle\left(\vec{\mu}, \vec{B}\right)$	$\vec{\mathcal{M}}$ $\vec{\mu}$ $\vec{B}$	Drehmoment Magnetische Moment der Leiterschleife Magnetfeld	Nm Am² T	Unabhängig der Form $\mathcal{M}_{max} = \vec{\mathcal{M}} \perp \vec{B}$ $\mathcal{M}_{min} = \vec{\mathcal{M}} \parallel \vec{\mu} = 0$

Induktion

Induktivität [L]: $\frac{V}{\frac{A}{s}} = H\ (Henry)$

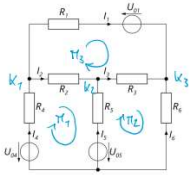
Gesetz von Faraday	Symbol	Grösse	Einheit	
$U_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{\text{mag}}}{\mathrm{d}t}$	U_{ind} Φ_{mag} $\mathrm{d}t$	Induzierten Spannung Änderung Magnet. Feldfluss Änderung Zeit	V Wb s	Änderung magnetischer Fluss; nur bei Feldänderung gibt es eine Spannung «Solange sich das Magnetfeld, das eine Spule durchsetzt, ändert, wird die Spannung erzeugt» Induzierte Spannung ist umso grösser: • Je schneller die Bewegung • Je stärke das Feld ist • Je mehr Windungen die Spule hat ➢1 Spule ➔ wenn mehrere $U_{\text{ind}} \cdot N$ ➢ Richtung von U_{ind} ➔ entgegen der Ursache ➢ Vorzeichen von U_{ind} ist negativ

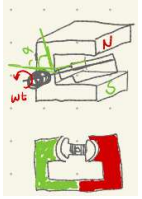
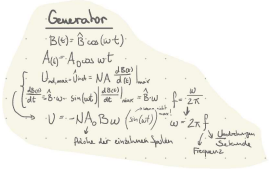
Durch Änderung des magnetischen Feldflusses induziertes elektrisches Feld				
$\oint_{\partial A} \vec{E}_{\text{ind}}\,\mathrm{d}\vec{\ell} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_A \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$	∂A $\vec{E}_{\text{ind}}$ $\mathrm{d}\vec{\ell}$ $\vec{B}$ $\mathrm{d}\vec{A}$	Induzierte Fläche am Rand Induzierte elektrische Feldstärke Kleines Wegstück entlang der Schleife Magnetfeld Flächen Änderung	m² V/m m T m²	
Induktivität einer langen Zylinderspule				
$L = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{\ell}\right)^2 \cdot A\ell$	L μ_0 N ℓ $A\ell$	Induktivität Magnetische Feldkonstante Anzahl Windungen Länge der Spule Volumen der Spule («Fläche x Länge»)	H N/A² - m m³	
Selbstinduktionsspannung und Induktivität				
$U_{\text{L}} = L\,\dot{I}$	U_{L} L $\dot{I}$	Klemmenspannung Induktivität Zeitliche Ableitung des Stroms durch die Spule	V H Hz	$\dot{I} = \frac{A}{s} = Hz\ (Hertz)$
Induktiv gespeicherte Energie				
$E_{\text{L}} = \frac{1}{2}\,L\,I^2$	E_L L I	Gespeicherte Energie Induktivität Stromfluss	J H A	
Energiedichte des Magnetfelds				
$w_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2\,\mu_0}$	w_{mag} B μ_0	Energiedichte des Magnetfelds Magnetfeld Magnetische Feldkonstante	J T N/A²	

Anwendungen

<u>Rezept zur Schaltungsanalyse:</u>

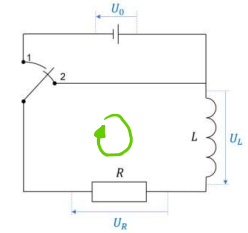
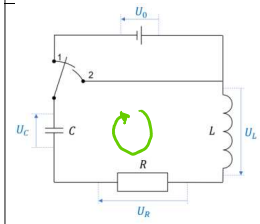
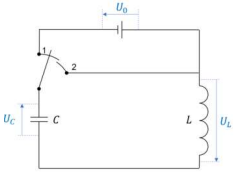
- Maschengleichungen aufstellen (jedes Element muss in mindestens einer Masche vorkommen)
- Knotengleichungen aufstellen
- Definitionsgleichungen einsetzen, d.h. $U = RI, U_C = C\dot{U}, U_C = \frac{Q}{U}, U_L = L\dot{I}, I = \dot{Q}$
- Gleichungssystem lösen



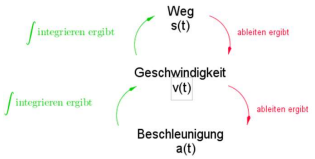
Generator	Formeln	Grundlagen
		Magnet bewegt sich dauerhaft in einer Spule ➔ erzeug Wechselspannung Spule bewegt sich im homogenen Magnetfeld eines Feldmagneten • Ohne Kommutator (2 Ringe) ➔ Wechselstrom • Mit Kommutator (1 Ring mittegeteilt) ➔ pulsierender Gleichstrom

Formelsammlung

Nico Gasser (17.06.2023)

RL - Schaltkreis	Formeln	Grundlagen
 *RL-Stromkreis*	Einschalten: $I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ Ausschalten: $I(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$	Kirchhoff 2 («Maschensatz»): $U_R + U_L - U_0 = 0$ Selbstinduktion: $U_L = L\,\dot{I}$ Ohm'scher Widerstand: $U_R = RI_R = RI$
RLC – Schaltkreis	**Formeln**	
 *Vollständiger serieller RLC-Stromkreis*	Kirchhoff 2 («Maschensatz»): $U_C + U_L + U_R = 0$ $\ddot{x}(t) + 2\gamma \cdot \dot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0$ $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d\, t)$	$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ $= \sqrt{(\frac{1}{\sqrt{L\,C}})^2 - (\frac{R}{2L})^2}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\,C}} \qquad \gamma = \frac{R}{2L}$
LC – Schaltkreis	**Ohne Dämpfung**	**Mit Dämpfung**
 *LC-Stromkreis*	Spannung des Kondensators: $U_C(t) = U_{C,0}\, \cos(\omega\, t)$ Eigenfrequenz LC-Schaltkreis ($R = 0$): $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\,C}}$	Spannung des Kondensators: $U_C(t) = U_{C,0} \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega_d\, t)$ Dämpfungsfrequenz: $\gamma = \frac{R}{2L}$ Schwingungsfrequenz: $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

Wichtige Matheregeln



Integral

Hauptsatz der Analysis: $\int_a^b s'(t) \cdot dt = s(b) - s(a)$

In der Physik wird mit der Integralberechnung oft auch als die Berechnung der Fläche unter einem Graphen bezeichnet.

Beispiel Bewegungsgleichung

Die **Beschleunigung** ist die **Änderung der Geschwindigkeit** ($\Delta v = dv$) in einer **bestimmten Zeit** ($\Delta t = dt$).

Die Fläche $\Delta F(t_1, t_2)$ unter einer Kurve im a-t-Diagramm gibt die Geschwindigkeitsänderung Δv zwischen t_1 und t_2 an!

Stammfunktion: $F(t) = v(t) = a_0 \cdot t$

Grenzen eingesetzt: $\Delta v = a_0 \cdot (t_2 - t_1) = a_0 \cdot \Delta t$

Umgeformt: $a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

Integralschreibweise: $v_{t_2} - v_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} a(t) \cdot dt$

Weiter gilt auch das die **Geschwindigkeit** die **Änderung des Ortes** ($\Delta s = ds$) in einer **bestimmten Zeit** ($\Delta t = dt$) ist.

Stammfunktion: $s(t) = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t$

Grenzen eingesetzt: $\Delta s = v_0 \cdot (t_2 - t_1) = v_0 \cdot \Delta t$

Umgeformt: $v_0 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$

Integralschreibweise: $s_{t_2} - s_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot dt$

Ableitung

$f(x)$	$f'(x)$
c	$0 \Rightarrow c \in \mathbb{R}$
x	1
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
$sin(x)$	$cos(x)$
$cos(x)$	$-sin(x)$
$tan(x)$	$1 + tan^2(x) = \frac{1}{cos^2(x)}$
a^x $(a > 0)$	$ln(a) \cdot a^x$
e^x	e^x
$sin^{-1}(x)$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
$cos^{-1}(x)$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

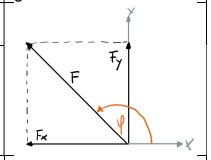
$tan^{-1}(x)$	$\frac{1}{1 + x^2}$
$log_a(x)$	$\frac{1}{x \cdot ln(a)} \Rightarrow a > 0 \wedge a \neq 1$

Faktorregel	$\left(\lambda f(x)\right)' = \lambda \cdot f'(x) \Rightarrow \lambda \in \mathbb{R}$
Summenregel	$\left(f(x) + g(x)\right)' = f'(x) + g'(x)$
Produktregel	$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
Quotienten-regel	$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
Kettenregel	$\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ *Äussere Ableitung * innere Ableitung*

Formelsammlung

Nico Gasser (12.06.2023)

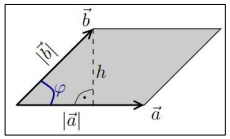
Vektoren

	Symbol	Grösse	Einheit	
$\vec{F} = (F_x/F_y)$	$\vec{F}$ F_x F_y	Vektor z.B. Kraft x-Komponente y-Komponente	N N N	Vektorielle Grösse Kartesische Darstellung mit Komponenten x/y
$\vec{F} = (\lvert F\rvert / \varphi)$	$\lvert F\rvert$ φ	Vektorbetrag Winkel	N °	Polare Darstellung mit Betrag und Richtungswinkel Winkel wird zur positiven y-Achse im Gegenuhrzeigersinn gemessen
$F_x = \lvert F\rvert \cdot cos(\varphi)$ $F_y = \lvert F\rvert \cdot sin(\varphi)$		x-Komponente y-Komponente		
$\lvert\vec{F}\rvert = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$		Vektorbetrag		
$\varphi = tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$	φ	Winkel		

Vektorprodukt

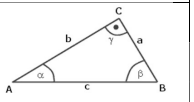
$\lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot sin(\varphi)$ *(verschwindet mit φ= 0° oder 180°)* $sin(90°) = 1$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$



$$A = \lvert\vec{a} \times \vec{b}\rvert = \sqrt{(a_y b_z - a_z b_y)^2 + (a_z b_x - a_x b_z)^2 + (a_x b_y - a_y b_x)^2}$$

Trigonometrie

Rechtwinkliges Dreieck	Symbol	Grösse	Einheit	
$sin(\alpha) = \frac{a}{b} \mid sin(\beta) = \frac{b}{c}$	a	Gegenkathete	m	
$cos(\alpha) = \frac{b}{c} \mid cos(\beta) = \frac{a}{c}$	b	Ankathete	m	
$tan(\alpha) = \frac{a}{b} \mid tan(\beta) = \frac{b}{a}$	c	Hypotenuse	m	
$cot(\alpha) = \frac{b}{a} \mid cot(\beta) = \frac{a}{b}$	α β γ	Winkel Alpha ($\sphericalangle bc$) Winkel Beta ($\sphericalangle ac$) Winkel Gamma ($\sphericalangle ab$)	° ° °	
Allgemeines Dreieck				
Sinussatz: $\frac{a}{sin(\alpha)} = \frac{b}{sin(\beta)} = \frac{c}{sin(\gamma)} = 2r$ Kosinussatz: $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos(\alpha)}$ $b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos(\beta)}$ $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos(\gamma)}$	r	Umkreisradius (vom Dreieck)	m	Summe der Winkel im Dreieck = 180°