

Formelsammlung

Energie, Arbeit & Erhitzen

$$W_{TH, 1,2} = \Delta H = c \cdot m \cdot \Delta T$$

$$W = P \cdot t$$

Bestimmen von c :

$$W_1 + W_2 = 0$$

$$= c_1 \cdot m_1 \cdot \Delta T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot \Delta T_2 = 0$$

$$c_2 = - \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot \Delta T_1}{m_2 \cdot \Delta T}$$

$$c_p = c_v + \frac{R}{M}$$

$$W = \Delta H = \text{Energie [J]}$$

$$c = \text{spezifische Wärmekonstante} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$\hookrightarrow \text{Wasser} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$m = \text{Masse [kg]}$$

$$\Delta T = \text{Temperaturunterschied [K]}$$

$$c_p = \text{Wärmekonstante konstanter Druck} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$c_v = \text{Wärmekonstante konstantes Volumen} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

$$M = \text{Molare Masse}$$

Aggregatzustandsänderung

① Start Temperatur \rightarrow Schmelz / Gefrierpunkt:

$$\Delta H_1 = m \cdot c \cdot \Delta T$$

② Schmelzen / Gefrieren:

$$\Delta H_{1f} = m \cdot \Delta h_{sl}$$

③ Schmelz / Gefrierpunkt \rightarrow Endtemperatur:

$$\Delta H_2 = m \cdot c \cdot \Delta T$$

④ Gesamtenergie:

$$W = \Delta H_1 + \Delta H_{1f} + \Delta H_2$$

Enthalpie

$$H = U + p \cdot V$$

$$\Delta H = H_2 - H_1$$

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

Umrechnung $^{\circ}\text{C}$, $^{\circ}\text{F}$, K

$$C = (F - 32) \cdot \frac{5}{9}$$

$$F = C \cdot 1.8 + 32$$

$$K = C + 273.15$$

	C	F	K
Siedepunkt Wasser	100	212	373.15
Gefrierpunkt Wasser	0	32	273.15
Absoluter Tiefpunkt	-273.15	-329.67	0

• : Phasenübergang

$$\Delta H_{1s} = \text{Schmelz- & Gefrierenergie [J]}$$

$$\Delta h_{sl} = \text{Spezifische Schmelzenthalpie} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

U = innere Energie

H = Enthalpie

p = Druck

V = Volumen

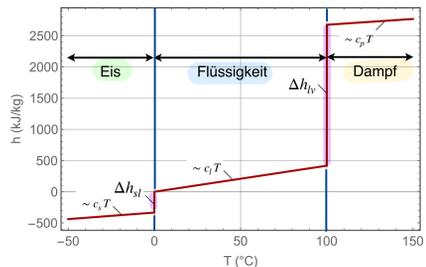
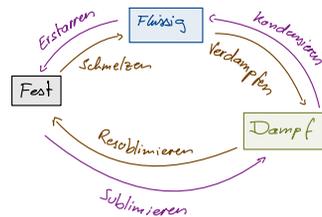
W = Energie

th = Thermisch

1_2 = 1. Anfang, 2. Ende

"+" = System zugeführt

"-" = System entzogen



Ideale Gase, Thermische Zustandsgleichung

• Stoffmengenform:

$$p \cdot V = n \cdot R T$$

• Teilchenform:

$$p \cdot V = n \cdot k \cdot T$$

• Massenform:

$$p \cdot V = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T$$

• $\rho = \frac{m}{V}$:

$$p = \rho \cdot \frac{R}{M} \cdot T$$

Druckausgleich 2 Tanks

$$m_{A1} \cdot c_V \cdot \Delta T_{1 \rightarrow 2} + m_{B2} \cdot c_V \cdot \Delta T_{2 \rightarrow 1} = 0$$

$$T_2 = \frac{m_{A1} \cdot T_{A1} + m_{B1} \cdot T_{B1}}{m_{A1} + m_{B1}}$$

$p =$ Druck [Pa]

$V =$ Volumen [m³]

$R =$ Allg. Gaskonstante = $8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$

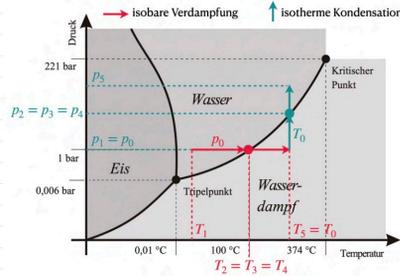
$T =$ Temperatur [K]

$n =$ Masse

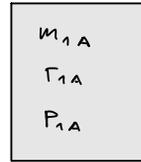
$M =$ Molare Masse

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{\text{Anzahl Gaspartikel}}{6.022 \cdot 10^{23}}$$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

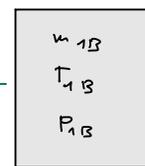


Tank: A



— Ventil —

Tank: B



$$m_{2A} \neq m_{2B}$$

$$T_{2A} = T_{2B}$$

$$P_{2A} = P_{2B}$$

Spezifische Wärmefuhr

$$w_{T\Delta T} = \frac{w_{T\Delta T}}{m} = \frac{m \cdot c_v \cdot \Delta T}{m}$$

Spez. Wärmefuhr = $c_v \cdot \Delta T$

Bsp

- Erwärmung von einem Fluss durch die Umgebung:
- Wie lange danach bis die Temp „t“ erreicht wird:

$$\Delta t = \frac{\Delta H}{\dot{w}}$$

$$\Delta H = \underbrace{m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t}_{\text{Umgabluft}} + \underbrace{m \cdot h_{fg}}_{\text{Falls Phasenübergang stattfindet}} + \underbrace{m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t}_{\text{Objekt das durch die Erhitzung vom Raum erwärmt wird}}$$

1. Hauptsatz Thermodynamik

① H_s geschlossen in U-Form für reversible Prozesse:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = w_{th,12} - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV \quad \left. \vphantom{\Delta U} \right\} \text{ Falls Volumen konstant ist}$$

① H_s geschlossen in H-Form mit $H = U + p \cdot V$

$$\Delta H = H_2 - H_1 = w_{th,12} + \int_{p_1}^{p_2} V dp \quad \left. \vphantom{\Delta H} \right\} \text{ Falls Prozesse isobar sind}$$

Kalorische Zustandsgleichung für Gase:

$$U_2 - U_1 = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$H_2 - H_1 = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

$$c_p = c_v + \frac{R}{M} = \frac{R}{M} = 287 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

Kalorische Zustandsgleichung für Flüssigkeiten & Feststoffe:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)$$

↳ $c \rightarrow c_l = \text{Flüssigkeiten}$
 ↳ $c_s = \text{Feststoff}$

$$H_2 - H_1 = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) + V(p_2 - p_1)$$

↳ Nur Falls $p_2 \neq p_1$

U = Innere Energie [J]

H = Enthalpie [J]

V = Volumen [m³]

p = Druck [Pa]

c_v = spez. Wärmekapazität bei konstanten Volumen [$\frac{J}{kg \cdot K}$]

c_p = spez. Wärmekapazität bei konstanten Druck [$\frac{J}{kg \cdot K}$]

R = Allg. Gaskonstante = $8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$

M = Molare Masse [$\frac{kg}{mol}$]

k = Isentropenexponent [-]

Z = Freiheitsgrad [-]

w_{mech} = Mechanische Arbeit [J]

w_{therm} = Thermische Arbeit [J]

1 HS in differentieller Form:

$$\frac{dU}{dt} = \dot{I}_{w,th} + \dot{I}_{w,me}$$

• Wärme:

$$w_{th,12} = \int_{t_1}^{t_2} \dot{I}_{w,th} dt$$

• Arbeit:

$$w_{me,12} = \int_{t_1}^{t_2} \dot{I}_{w,me} dt$$

Freiheitsgrad:

$$c_v = z \cdot \frac{R}{M} \quad k = \frac{1+z}{z}$$

• 1 Atomig: $z = \frac{3}{2}$ • 2 Atomig: $z = \frac{5}{2}$

• Mehr Atomig: $z = \frac{6}{2}$

Beip

0,5 kg Eis bei -10°C mit Föhn für 10 min so w erwärmt. Um wie viel k erwärmt sich das Eis?

① H_s in H-Form $\rightarrow p = \text{const.}$

$$\frac{H_2 - H_1}{m \cdot c_s (T_2 - T_1)} = \frac{w_{th,12} + \int_{p_1}^{p_2} V dp}{0} \Rightarrow \text{Da } p_1 = p_2$$

$$m \cdot c_s (T_2 - T_1) = w_{th,12}$$

$$\Delta T = \frac{\dot{I}_{w,th} \cdot \Delta t}{m \cdot c_s} = \frac{500 \cdot 600}{0,5 \cdot kg \cdot 2000 \frac{J}{kg \cdot K}}$$

$$\Delta T = 3$$

Entropie:

↳ Notation: S

↳ $\Delta S = 0$: Reversibel

$\Delta S > 0$: Irreversibel

$\Delta S < 0$: unmöglich

Enthalpie: Isobar!

↳ Notation: H

↳ $\Delta H > 0$: Endotherme

$\Delta H < 0$: Exotherme

↳ Molare Enthalpie

$$H_m = \frac{H}{n}$$

↳ spez. Enthalpie

$$H = \frac{H}{m}$$

Innere Energie

↳ Notation: U

↳ $U = Q + W$

↳

$$U = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Isobar!

Wärme:

↳ Von Warm \rightarrow Kalt

↳ ΔT von zwei Systemen

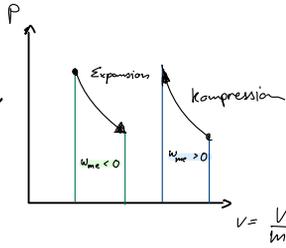
↳ Notation: Q

Isotherme Zustandsänderung idealer Gase:

Energiebilanz:

$$U_2 - U_1 = W_{th,12} - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$$

= 0 → Innere Energie = 0



Volumenänderungsrate:

$$W_{mech,12} = -m \cdot \frac{R}{M} \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

↳ Kompression $V_2 < V_1$: Arbeit zugeführt

↳ Expansion $V_2 > V_1$: Arbeit abgeführt

Ausgetauschte Wärme:

$$W_{th,12} = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

↳ Kompression $T_2 < T_1$: Wärme abgeführt

↳ Expansion $T_2 > T_1$: Wärme zugeführt

Ideale Gasgleichung:

$$p \cdot V = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T = \text{constant}$$

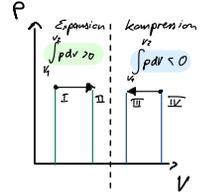
$$\hookrightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

Isobare Zustandsänderung ideale

Gase:

Energiebilanz

$$\Delta H = H_2 - H_1 = W_{th,12} + \int_{p_1}^{p_2} v \, dp$$



Ideale Gasgleichung

$$\frac{V}{T} = m \cdot \frac{R}{M} \cdot \frac{1}{p} = \text{constant}$$

$$\hookrightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Volumenänderungsrate isobar:

$$W_{mech} = -p_1 (V_2 - V_1)$$

↳ Kompression $V_2 < V_1$: Arbeit zugeführt

↳ Expansion $V_2 > V_1$: Arbeit abgeführt

Ausgetauschte Wärme, isobar:

$$W_{th} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

↳ Kompression $T_2 < T_1$: Wärme abgeführt

↳ Expansion $T_2 > T_1$: Wärme zugeführt

Isochore Zustandsänderung idealer Gase:



Wärmezufuhr

Ideale Gasgleichung

$$\frac{p}{T} = m \cdot \frac{R}{M} \cdot \frac{1}{V} = \text{const.}$$

$$\hookrightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Energiebilanz:

$$U_2 - U_1 = W_{th,12} - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$$

Volumenänderungsarbeit:

$$W_{mech} = 0$$

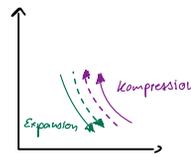
Ausgetauschte Wärme:

$$W_{th,12} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

↳ $p_2 > p_1$, $T_2 > T_1$: Wärme zugeführt

↳ $p_2 < p_1$, $T_2 < T_1$: Wärme abgeführt

Isentrope Zustandsänderung idealer Gase



--- Isentrope
— Isenthalpe

$$k_{Luft} = 1.4$$

Isentrope Zustandsänderung

$$T_2 \cdot V_2^{(k-1)} = T_1 \cdot V_1^{(k-1)}$$

$$p_2 \cdot V_2^k = p_1 \cdot V_1^k$$

$$p_2 \cdot T_2^{\left(\frac{k}{1-k}\right)} = p_1 \cdot T_1^{\left(\frac{k}{1-k}\right)}$$

Energiebilanz?

$$U_2 - U_1 = W_{th,12} - \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$$

Volumenänderungsarbeit:

$$W_{mech} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

↳ $V_2 < V_1$, $T_2 > T_1$: Arbeit zugeführt

↳ $V_2 > V_1$, $T_2 < T_1$: Arbeit abgeführt

Ausgetauschte Wärme

Adiabat!

⇒ kein Wärmeaustausch mit Umgebung

2. Hauptatz Thermodynamik

Wärmeenergie fließt von Selbst immer nur von Warmen ins kalte Reservoir, jedoch nie umgekehrt

Bsp

- Die Kerze gibt Wärme der Luft ab.
- Die Luft gibt jedoch keine Wärme an Kerze ab.

• **Reversibel:** Der Ausgangspunkt wird selber wieder erreicht

• **Inversibel:** Der Ausgangspunkt wird nicht automatisch wieder erreicht

• **Entropie:** Mass für Irreversibilität von Prozessen
→ Änderung der Entropie

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \rightarrow \frac{dS}{dt} = \frac{\dot{Q}_{W_{th}}}{T} = 1s$$

→ je irreversibler ein Prozess, desto höher die Entropie

↳ Reversibler Kreisprozess $\Delta S = 0$

$\Delta S =$ Entropie Änderung $\left[\frac{W}{K} \right]$

$\Delta Q =$ irreversible Wärmeänderung $[W]$

$T =$ Temp., bei der die Wärmeänderung stattfindet $[K]$

$1s =$ konstanter Entropiestrom $\left[\frac{W}{K} \right]$

PV - Diagramm

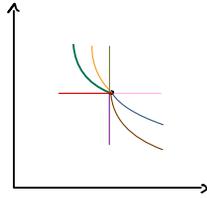
PV (Gross, V = Volumen)

Pv (klein V = $\frac{V}{n}$ (Gross))

→ Eingeschlossene Fläche = Nettoarbeit

↳ Zugeführte = Abgeführte

→ Von Rechts nach Links wird zugeführt



- Isotherme Kompression - Isobare Expansion
- Isentrope Kompression - Isotherme Expansion
- Isochore Wärmeabfuhr - Isentrope Expansion
- Isobare Kompression

Kreisprozess

Wärmeleistungsmaschine / Motor:

- ↳ Rechtslaufender Prozess
- ↳ **Nutzen:** Mechanische Arbeit
- ↳ **Aufwand:** zugeführte Arbeit

Kältemaschine:

- ↳ Linkslaufender Prozess
- ↳ **Nutzen:** zugeführte Menge
- ↳ **Aufwand:** zugeführte Arbeit

Kühlschrank

↓ $I_{th} \ominus$

↓ Kältemaschine

→ $I_{med} \ominus$

↓ $I_{th} \ominus$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{|\text{Nutzen}|}{|\text{Aufwand}|} \Rightarrow \frac{|W_{med, \text{TOTAL}}|}{|W_{med, \text{zugeführt}}|}$$

$$W_{th, \text{em}} = -W_{med, \text{em}}$$

$$P_{th, \text{em}} = -P_{med, \text{em}}$$

Kältemaschine:

$$\eta = \frac{\text{Zugeführte Wärme}}{\text{Nettoarbeit}} = \frac{W_{th} \ominus}{W_{med} \ominus} = \frac{|W_{th} \ominus| - W_{med} \ominus}{W_{med} \ominus} = \frac{|W_{th} \ominus|}{W_{med} \ominus} - 1$$

Wärmepumpe:

$$\eta = \frac{\text{abgeführte Wärme}}{\text{Nettoarbeit}} = \frac{|W_{th} \ominus|}{W_{med} \ominus} = \frac{W_{med} \ominus + W_{th} \ominus}{W_{med} \ominus} = 1 + \frac{W_{th} \ominus}{W_{med} \ominus}$$

Ötomotoren:

- Verdichtungsverhältnis: $\epsilon = \frac{V_1}{V_2} = 1 + \frac{V_1}{V_K} > 0$

- Wirkungsgrad: $\eta_{OTTO} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} < 1 \quad \eta_{DIESEL} = 1 - \frac{1}{\epsilon^{(\gamma-1)}}$

Optimaler Wirkungsgrad nach Carnot:

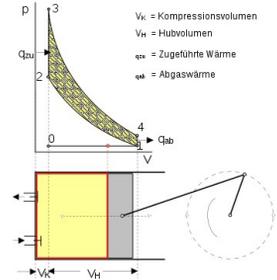
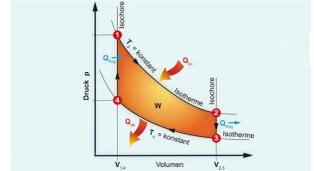
- **Wärmeleistungsmaschine:** $\eta_{Carnot} = \eta_{max} = 1 - \frac{T_U}{T_O}$

$T_U =$ Temp. Unten $[K]$

$T_O =$ Temp. Oben $[K]$

- **Kältemaschine:** $\eta_{Carnot} = \frac{T_U}{T_O - T_U}$

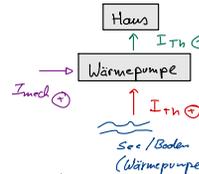
- **Wärmepumpe:** $\eta_{Carnot} = \frac{T_O}{T_O - T_U}$



- $V_k =$ Kompressionsvolumen
- $V_h =$ Hubvolumen
- $Q_{zu} =$ zugeführte Wärme
- $Q_{ab} =$ abgeführte Wärme

Wärmepumpe:

- ↳ linkslaufender Prozess
- ↳ **Nutzen:** Abgeführte Wärme
- ↳ **Aufwand:** zugeführte Arbeit



Kreisprozess Vorgehen:

- 1) PV & TS Diagramm qualitativ zeichnen
- 2) Zustandsgrößen (T, P, V) an den Zeitpunkten ergänzen
- 3) Ausgetauschte Wärme & Arbeit bestimmen
- 4) Wirkungsgrad bestimmen

Wärme transport

Allg. Schreibweise: $I_{th} = \frac{\Delta T}{R_{th}}$

$I_{th} =$ Wärmestrom $[W]$

$\Delta T =$ delta Temp $[K]$

$R_{th} =$ Thermischer Widerstand $\left[\frac{K}{W} \right]$

Freistoffkraft

$(\Delta T = 0 \rightarrow I_{th} = 0)$

↳ Analog zum ohmschen Gesetz!

$$\Rightarrow I_{EL} = \frac{U_{EL}}{R_{EL}}$$

Anwendung



Endzustand:

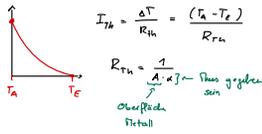
- Perfekte Isolation: $U_A = U_E$

$$U_A = U_{CA} + U_{SA} = m_c \cdot c_c \cdot T_{CA} + m_s \cdot c_s \cdot T_s$$

$$U_E = U_{CE} + U_{SE} = m_c \cdot c_c \cdot T_E + m_s \cdot c_s \cdot T_E$$

$$\hookrightarrow T_E = \frac{(m_c \cdot c_c \cdot T_{CA} + m_s \cdot c_s \cdot T_s)}{(m_c \cdot c_c + m_s \cdot c_s)}$$

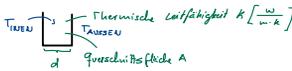
- Beliebiger Zeitpunkt zwischen T_A & T_E



$$m \cdot c_s \cdot \frac{dT_s}{dt} = \frac{T_E - T_s}{R_{Th}}$$

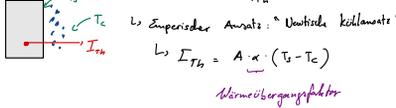
- Berechnung R_{Th} :

\hookrightarrow Einfacher Fall:



$$R_{Th} = \frac{1}{k} \cdot \frac{d}{A}$$

- Andere Fälle: \Rightarrow Ansatz: $I_{Th} = \frac{T_s - T_c}{R_{Th}}$ [W]

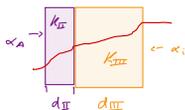


$$R_{Th} = \frac{(T_s - T_c)}{A \cdot \alpha \cdot (T_s - T_c)} = \frac{1}{A \cdot \alpha} \rightarrow R_{Th} = \frac{1}{A \cdot \alpha}$$

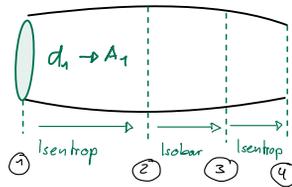
(Alternative)

$$I_{Th} = A \cdot U \cdot (T_s - T_c)$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_o} + \frac{d_{II}}{k_{II}} + \frac{d_{III}}{k_{III}} + \frac{1}{\alpha_i}}$$



Einfaches Triebwerk



$$T_2 = \varphi_p \cdot (T_1 - T_2) - \frac{1}{2} c_1^2 = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{c_1^2}{c_p}$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{-\frac{k}{k-1}}$$

$$T_3 = \varphi_p \cdot (T_3 - T_2) = \frac{I_{Th}}{I_{me}} \Rightarrow T_3 = T_2 + \frac{I_{Th}}{I_{me}} \quad T_1 = T_4$$

$I_{mech} = 0, I_{rh} = 0$
 weil keine Verdichtung & Isentrop

$T_4 =$ Isentropengleichung

$$c_4 = \sqrt{c_1^2 + 2 \left(\frac{I_{Th}}{I_{me}} - c_p (T_4 - T_1) \right)}$$

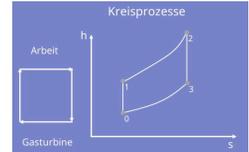
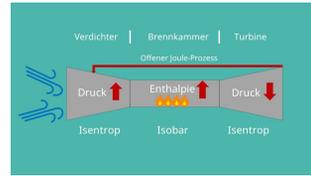
$$I_{me} = d_1 \cdot A_1 \cdot c_1$$

$$\eta_{Innen} = \eta_i = \frac{I_{me} \cdot (c_2^2 - c_1^2) : 2}{I_{Th,23}}$$

$$\eta_{Aussen} = \eta_A = \frac{I_{me} \cdot c_1 \cdot (c_4 - c_1)}{I_{Th,23}}$$

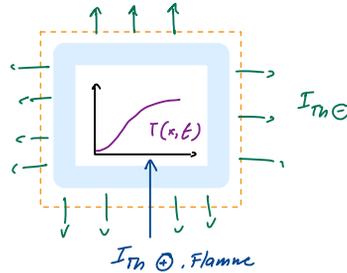
$$\text{Vortriebswiderstand } I_{me} \cdot (c_4 - c_1)^2 : 2 = \frac{2 c_1}{c_4 + c_1}$$

$$\eta_{Th} = \eta_i \cdot \eta_A$$



Kupfer Erwärmung Flamme

- Wie lässt sich der Wärmestrom $I_{Th}(\oplus)$ von der Flamme in das Kupferblech indirekt über die mittlere Aufwärmrate des Kupfers bestimmen, falls $w_{Cu} \approx 1.44 \text{ kg}$ & $c_{Cu} \approx 385 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$



$$\frac{d\bar{T}_{Cu}}{dt}$$

$$\bar{T}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L T(x,t) dx$$

Aus Messungen bekannt:

$$\frac{dT}{dt} = 0.44 \frac{\text{K}}{\text{s}}$$

Energiedichte Kupfer

$$\frac{dU}{dt} = I_{Th}(\oplus) + I_{Th}(\ominus)$$

$$U = m \cdot c \cdot \bar{T}$$

$$m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} = I_{Th}(\oplus) + I_{Th}(\ominus)$$

Annahme: Anfang gilt: $I_{Th}(\oplus) < I_{Th}(\ominus)$

$$\hookrightarrow I_{Th}(\oplus) = m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} = 1.44 \text{ kg} \cdot 385 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} = 243.92 \text{ W}$$

\rightarrow Ur ein Bruchteil der Flammlast

TS-Diagramm

1-2: isotherme Wärmezufuhr: $W_{12,12} = 400 \text{ kJ}$
 $T_1 = T_2 = 500 \text{ K}$

$$a S_{12} = \frac{W_{12,12}}{T_1} = \frac{400 \cdot 10^3 \text{ J}}{500 \text{ K}} = 800 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

2-3: isotherme Entspannung auf $T_3 = 400 \text{ K}$

3-4: isotherme Wärmezufuhr: $W_{34,34} = 400 \text{ kJ}$
 $T_3 = T_4 = 400 \text{ K}$

$$S_{34} = \frac{W_{34,34}}{T_3} = 1000 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

5-6: isotherme Wärmezufuhr: $W_{56,56} = 800 \text{ kJ}$
 $T_5 = T_6 = 200 \text{ K}$

$$a S_{56} = \frac{W_{56,56}}{T_5} = -4000 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$S_{\text{TOT}} = a S_{12} + a S_{34} + a S_{56}$$



isochor: $T_1 \cdot T_2 \cdot \exp\left(\frac{S_2 - S_1}{-c_V}\right) \rightarrow c\text{-funktion}$

isobar: $T_1 \cdot T_2 \cdot \exp\left(\frac{S_2 - S_1}{-c_P}\right) \rightarrow c\text{-funktion}$

Wdh: Netto-Arbeitsleistung während Adiab

↳ Fläche im Kreisprozess im TS

Von links nach rechts wird zugeführt

Wärmeleitung (Konduktion)

Wärmeleitungsstrom:

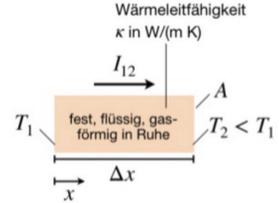
$$I_{12} = \frac{T_2 - T_1}{R_{12}} = A \cdot k \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Fourier'sche Wärmeleitungs-gesetz:

$$I_{12} = -A \cdot k \cdot \frac{dT}{dx}$$

Thermische Widerstand:

$$R_{12} = \frac{\Delta x}{A \cdot k} \rightarrow I_{12} = -\frac{T}{R_{12}}$$



Entropie idealer Gase

$$S_2 - S_1 = m \left[c_V \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{R}{M} \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right]$$

$$S_2 - S_1 = m \cdot \left[c_P \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{R}{M} \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right]$$

c_V = spezifische Wärme konstant bei konstantem Volumen [.]

T = Temperatur [K]

R = Allg. Gas konstante = $8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

M = Molare Masse $\left[\frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right]$

V = Volumen $[\text{m}^3]$

Emissivität & Strahlungsaustausch

$$I_{\text{th, rad}} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

I_{th} = Strahlungsenergiestrom [W]

ϵ = Emissivität

σ = Stefan-Boltzmannkonstante

$$= 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

A = Oberfläche von Absorbierendem Körper $[\text{m}^2]$

T = Temperatur [K]

Anwendungsbeispiel:

Für lang beieinander liegende parallele Flächen

$$I_{\text{th, RAD}} = \frac{\epsilon_1 \cdot \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_2} \cdot (\tau_1^4 - \tau_2^4)$$

Falls $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$

$$I_{\text{th, RAD}} = \frac{\epsilon \cdot \sigma \cdot A}{2 - \epsilon} \cdot (\tau_1^4 - \tau_2^4)$$

Falls $\epsilon_1 \approx \epsilon_2 \approx 1$:

$$I_{\text{th, RAD}} = \sigma \cdot A \cdot (\tau_1^4 - \tau_2^4)$$

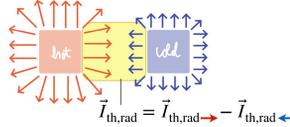
Strahlungsenergiestrom Körper in Umgebung

↳ Strahlt ein heißer Körper mit T_1 gegen eine kühlere Umgebung mit T_2 , so erhält man für den netto-Strahlungsärmestrom näherungsweise

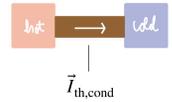
$$I_{\text{th, rad}} = \epsilon_1 \sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)$$



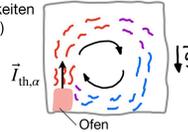
Wärmestrahlung (primär zwischen Oberflächen)



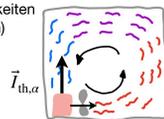
Wärmeleitung/Konduktion (am grössten in Festkörpern)



Naturkonvektion (in Flüssigkeiten und Gasen)



Erzwungene Konvektion (in Flüssigkeiten und Gasen)



+ der Effekt von Phasenübergängen wie Verdampfen und Kondensieren

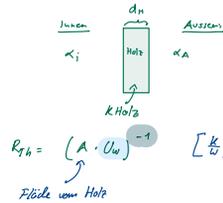
Beispiel: Konvektion

1: Material

$$U_w = \left(\frac{1}{\alpha_A} + \frac{d_H}{k_{Holz}} + \frac{1}{\alpha_B} \right)^{-1}$$

Übertragung Aussein

$$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$$



Fläche vom Holz

$$U_w = \left(\frac{1}{\alpha_A} + \frac{d_H}{k_H} + \frac{d_P}{k_P} + \frac{1}{\alpha_C} \right)^{-1}$$

addiert

$$U_w = \left(\frac{1}{\alpha_A} + \frac{d_H}{k_H} + \frac{d_P}{k_P} + \frac{1}{\alpha_C} \right)^{-1}$$

Energiebilanz (1. HS) für offene, stationäre Systeme

$\Delta\Psi = \Psi_2 - \Psi_1$: Änderung von Ψ zwischen Eintritt 1 und Austritt 2

Änderung verschiedener Energieflüsse zwischen 1 und 2

Bernoulli	Δ innerer Energiestrom ΔI_u	$I_m (u_2 - u_1)$
	Δ Druckenergiestrom ΔI_p	$I_m (p_2 v_2 - p_1 v_1) = I_m (p_2 / \rho_2 - p_1 / \rho_1)$
	Δ kinetische Energiestrom ΔI_{kin}	$I_m (c_2^2 / 2 - c_1^2 / 2)$
	Δ potentielle Energiestrom ΔI_{pot}	$I_m g (z_2 - z_1)$ (z zeigt weg vom Erdmittelpunkt)

Austausch thermische und mechanische Leistungen mit Umgebung

Wärmestrom an/von Umgebung	I_{th}
Mech. Leistung an/von Umgebung	I_{mech}

Kombination zum 1. HS offen, stationär

$$\Delta I_u + \Delta I_p + \Delta I_{kin} + \Delta I_{pot} = I_{th} + I_{mech}$$

Energiebilanz offen, stationär für Flüssigkeiten

Flüssigkeiten sind inkompressibel: $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$I_m \left[c_L (T_2 - T_1) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2} + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th} + I_{mech}$$

Bsp. Ideale Prozessleistung einer Wasserturbine

- Keine Dissipation (Reibung): $T_1 \approx T_2$
- Kein Wärmeaustausch mit Umgebung: $I_{th} \approx 0$
- Vernachlässigung Änderungen der potentiellen und kinetischen Energien: $\Delta I_{pot} \approx 0, \Delta I_{kin} \approx 0$



$$\frac{I_m}{\rho} (p_2 - p_1) = I_{mech}^{rev} \rightarrow I_{mech}^{rev} = I_v \Delta p$$

Energiebilanz (1. HS) für offene, stationäre Systeme

Als Leistungen formulierter 1. HS offen, stationär

... mit $(h_2 - h_1) = (u_2 + p_2 v_2) - (u_1 + p_1 v_1)$ folgt

$$I_m \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th} + I_{mech}$$

Eigenschaften des 1. HS für offene, stationäre Systeme

- Gilt für kompressible und inkompressible sowie nicht-isotherme Strömungen.
- Erlaubt Austausch von Wärmeströmen I_{th} mit der Umgebung.
- Austausch von mechanischen Leistungen $I_{mech} = I_{mech}^{rev} + I_{mech}^{diss}$ mit der Umgebung.
- I_{mech}^{rev} berücksichtigt primär die Leistung von Druckkräften, I_{mech}^{diss} die Leistung von Scherkräften, die z.B. am Schaufelrad einer Turbine angreifen.

Energiebilanz offen, stationär für Gase

Vernachlässigung potentieller Energieänderungen: $\Delta I_{pot} \approx 0$

$$I_m \left[c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) \right] = I_{th} + I_{mech}$$

Bsp. isentrope Kompression von Gasen: $I_{th} \approx 0, \Delta I_{kin} \ll \Delta I_h$

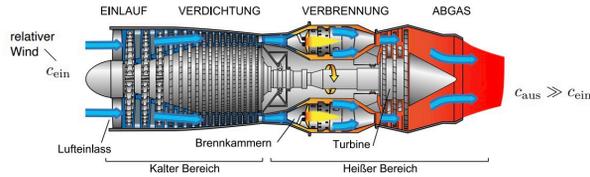
1. HS offen $I_m c_p (T_2 - T_1) = I_{mech}$ Isentropengleichung $T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$

$$\rho_2 = \rho_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$\rightarrow I_{mech,12} = I_m c_p T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1 \right]$... die mechanische Leistung (Zufuhr bei Kompression, Abfuhr bei Expansion) folgt aus den Messgrößen I_m, T_1, p_1, p_2

Eigenschaften von Flugzeug-Strahltriebwerken

Einström-Strahltriebwerk



Schubkraft (aus Impulsbilanz, siehe PHY1 „offene Systeme“)

$$F_S = I_m (c_{aus} - c_{ein})$$

Vorschubleistung

$$P_{mech} = F_S c_{ein} = I_m (c_{aus} c_{ein} - c_{ein}^2)$$

Elektrodynamik

$e = \text{Elementarladung [C]}$

$Q = \text{Ladung (Coulombs, Joules) [C]}$

$I = \text{Strom [A]}$

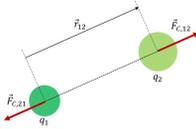
$t = \text{Zeit [s]}$

Elementarladung: $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Ladung: $Q = I \cdot t$

$$1 \text{ C} = 1 \text{ AS} = 0.2778 \text{ Ah}$$

$$0.2778$$



Coulomb-Kraft:

$$\vec{F}_{C12} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

$$\epsilon_0 = 8.854189 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$$\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} = 8.987 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}}$$

Elektrischer Fluss (Maxwell I) \Rightarrow Elektrisches Feld

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Elektrische Ladung sind „Quellen“ des E-Feldes [$\frac{C}{m^3}$]

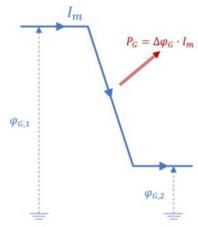
Kraftfeld

$$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}_m(\vec{r})$$

Potentialfeld:

$$E_{\text{Pot}_G}(P) = m \cdot \left(- \int_0^r \vec{g}_m(\vec{r}') \cdot d\vec{s} \right)$$

$$= m \cdot \varphi_G(P)$$

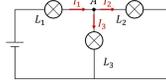


Gravitationspotential Punktmasse:

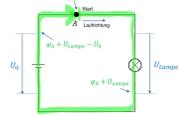
$$\varphi_G(P) = -G \cdot \frac{M}{r_P}$$

Kirchhoff-Regel

Knotensatz



Meshensatz



$$U_{\text{Lampe}} - U_0 = 0$$

Elektrische Kraft vergleich Gravitationskraft:

$$\frac{F_{El}}{F_g} = \frac{e \cdot E}{m \cdot g}$$

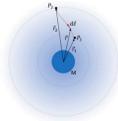
$E = \text{Elektrisches Feld } [\frac{N}{C}]$

$e = \text{Elementarladung} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$g = \text{Gravitationsfeld der Erde}$

Gravitationspotential:

$$\varphi_G(r) = - \int_0^r \vec{g}_m(\vec{r}') \cdot d\vec{s}$$



\hookrightarrow Potentielle Energie in P:

$$E_{\text{Pot}} = m \cdot \varphi_G$$

Gravitationspotential differenz:

$$\Delta \varphi_G = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{g}_m(\vec{r}') \cdot d\vec{s}$$

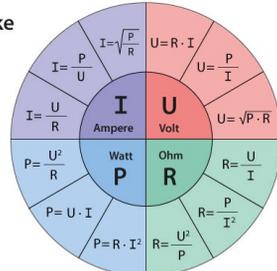
\hookrightarrow Änderung potentielle Energie:

$$E_{\Delta \text{Pot}} = m \cdot \Delta \varphi_G$$

Elektrotechnik

Stromstärke

Spannung



Leistung

Widerstand

Verlustleistung und Wirkungsgrad	
$P_v = P_{\text{zu}} - P_{\text{ab}}$	
$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}}$; $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2$	$ \eta = 1$
η_1, η_2	Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)
P_{zu}	Gesamtwirkungsgrad
P_{ab}	Einzelwirkungsgrade
P_v	abgegebene Leistung
P_{zu}	aufgenommene Leistung
P_v	Verlustleistung

Elektrische Stromstärke	
$I = \frac{Q}{t}$	
$I = \frac{Q}{t} = \frac{\Delta s}{t} = A$	$1 \text{ C} = 1 \text{ As}$
I	Stromstärke
Q	Ladung
t	Zeit
I	Stromstärke
I	Formelzeichen
A	Einheitenname
A	Einheitensymbol
A	Einheitenverstoße (Beispiele):
$20 \mu\text{A} = 0.000020 \text{ A} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ A}$	
$50 \text{ nA} = 0.0000005 \text{ A} = 50 \cdot 10^{-9} \text{ A}$	
$0.5 \text{ kA} = 500 \text{ A} = 0.5 \cdot 10^3 \text{ A}$	

Wärme, Wärmemenge	
$Q = m \cdot c \cdot \Delta \theta$	$[Q] = \text{J}$
$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1$	
Q	Wärme, Wärmemenge
m	Masse
c	spezifische Wärmekapazität
θ_1	Temperaturdifferenz
θ_2	Anfangstemperatur
θ_2	Endtemperatur

Wärmenutzungsgrad	
$\zeta_{\text{W}} = m \cdot c \cdot \Delta \theta$	
$\zeta_{\text{Q}} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \theta}{P \cdot t}$	
ζ_{W}	Wärmenutzungsgrad
ζ_{Q}	Wärme
ζ_{W}	Temperaturdifferenz
ζ_{Q}	Temperaturdifferenz
m	Masse
P	Leistung
t	Zeit

Widerstandswert bei Temperaturänderung	
$\Delta R = R_2 - R_1$	$[\Delta R] = \text{K}$; $[\theta] = \text{K}$
$\Delta R = R_2 - R_1 = \Delta R$	$[\Delta R] = 0,1 \frac{K}{K} \cdot K = 0,1 K$
$R_1 = R_2 + \Delta R$	$[\text{K}] = \frac{1}{K}$
$R_2 = R_1 (1 + \alpha \cdot \Delta \theta)$	$[\alpha] = \frac{1}{K}$
ΔR	Widerstandsänderung
R_0	Widerstand bei 20°C
ΔR	Widerstand bei der Temperatur θ
α	Temperaturkoeffizient (Temperaturwert)
$\Delta \theta$	Temperaturänderung
θ_1	Anfangstemperatur
θ_2	Endtemperatur

Elektrische Leistung	
$P = \frac{W}{t}$	$[P] = \text{W}$
$P = \frac{U \cdot I}{t}$	$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{VA}}{\text{s}} = 1 \text{ VA s}^{-1}$
P	Elektrische Leistung
W	Elektrische Arbeit
U	Spannung
I	Stromstärke
t	Zeit
P	Elektrische Leistung
W	Elektrische Arbeit
U	Spannung
I	Stromstärke
t	Zeit
P	Elektrische Leistung
W	Elektrische Arbeit
U	Spannung
I	Stromstärke
t	Zeit
$P = U \cdot I = 230 \text{ V} \cdot 8,65 \text{ A} = 1989,5 \text{ W} = 2 \text{ kW}$	

Kondensatoren

Elektrische Feldstärke:

$E = \frac{F}{Q}$ E : Elektrische Feldstärke $[\frac{V}{m}] = \frac{U}{\Delta s}$
 $Q = \frac{U}{R}$ Q : Elektrische Ladung []
 $l = \frac{U}{R}$ l : Plattenabstand [m]
 $F = \text{Kraft [N]}$
 $U = \text{Spannung [V]}$

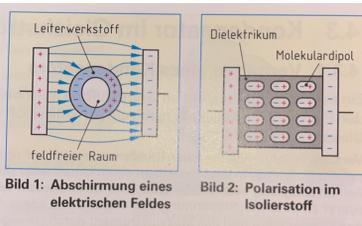
Kondensator kapazität:

$C = \frac{Q}{U}$ C : Kapazität [F]
 $Q = \text{Ladung [As=C]}$
 $U = \text{Spannung [V]}$

Kapazität von Plattenkondensatoren

$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l}$ $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

- ϵ_0 = Elektrische Feldkonstante [F]
- ϵ_r = Permittivitätszahl [-]
- ϵ = Permittivität [-]
- A = Plattenfläche [m²]
- l = Plattenabstand [m]



Ladevorgang
 $u_c = U_0 (1 - e^{-t/\tau})$
 $i_c = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$
 $I_0 = \frac{U_0}{R}$

Nach der Aufladung ist:
 $u_c = U_0; i_c = 0$

Entladevorgang

$u_c = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$
 $i_c = -I_0 \cdot e^{-t/\tau}$

Nach der Entladung ist:
 $u_c = 0; i_c = 0$

u_c Momentanwert der Spannung am Kondensator
 U_0 Ladespannung, Spannung des aufgeladenen Kondensators
 $e \approx 2,71828$
 t Zeit
 τ Zeitkonstante
 I_0 Momentanwerte der Lade- bzw. Entladestromstärke
 $I_0 = \frac{U_0}{R}$ Anfangsstromstärke
 R Widerstand im Stromkreis

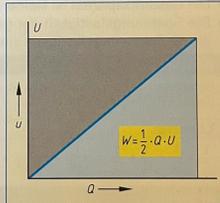


Bild: Spannung eines Kondensators in Abhängigkeit von der Ladung

Energie im Kondensator

$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$

$[W] = F \cdot V^2 = \frac{As}{V} \cdot V^2 = As \cdot V = Ws$

W Elektrische Energie
 C Kapazität
 U Spannung

Zeitkonstante

$\tau = R \cdot C$ $t_c \approx 5 \cdot \tau$ $[\tau] = \Omega \cdot F = \frac{V}{A} \cdot \frac{As}{V} = s$

τ Zeitkonstante C Kapazität
 t_c Lade- bzw. Entladezeit R Widerstand

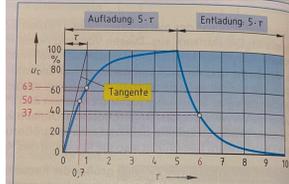
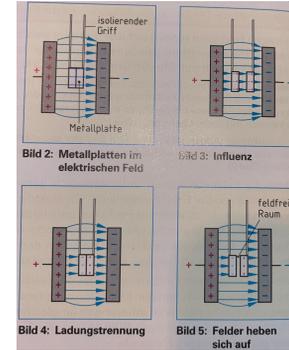
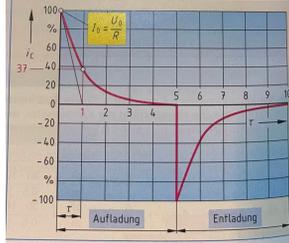


Bild 2: Spannungsverlauf beim Laden und Entladen eines Kondensators



Parallelschaltung

$I = I_1 + I_2 + I_3$
 $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$
 $C \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + C_3 \cdot U$
 $C \cdot U = U(C_1 + C_2 + C_3)$
 $C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$

U Spannung
 U_1, U_2, U_3 Teilspannungen
 Q Ladung
 Q_1, Q_2, Q_3 Teilladungen
 C Gesamtkapazität
 C_1, C_2, C_3 Einzelkapazitäten

Reihenschaltung

$U = U_1 + U_2 + U_3$
 $U_1 = \frac{Q}{C_1}$ $U_2 = \frac{Q}{C_2}$ $U_3 = \frac{Q}{C_3}$
 $\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$
 $\frac{Q}{C} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$
 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$

U Spannung
 U_1, U_2, U_3 Teilspannungen
 Q Ladung
 C Gesamtkapazität
 C_1, C_2, C_3 Einzelkapazitäten

Für die Reihenschaltung von zwei Kondensatoren gilt:
 $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

7.8 Parallelschaltung von Kondensatoren

$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$	U_1, \dots, U_n	Spannung	V
$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$	Q_1, \dots, Q_n	Einzelspannungen	V
$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$	C_1, \dots, C_n	Gesamtladungsmenge	As = C
$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \dots = \frac{Q_n}{C_n}$	Q_1, \dots, Q_n	Teilladungsmengen	As = C
	C_1, \dots, C_n	Gesamtkapazität	As/V = F
		Teilkapazitäten	As/V = F

Schaltung

Bei der **Parallelschaltung** liegt an allen Kondensatoren die gleiche Spannung.

7.9 Reihenschaltung von Kondensatoren

$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$	U_1, \dots, U_n	Gesamtspannung	V
$Q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$	Q_1, \dots, Q_n	Teilspannungen	V
$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$	C_1, \dots, C_n	Ladungsmenge	As = C
$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ $n=2$	C_1, \dots, C_n	Einzelladungsmengen	As = C
$C = \frac{C_1}{n}$ $C_1 = C_2 = \dots = C_n$	C_1, \dots, C_n	Gesamtkapazität	As/V = F
$\frac{U_1}{C_1} = \frac{U_2}{C_2} = \dots = \frac{U_n}{C_n}$	C_1, \dots, C_n	Einzelkapazitäten	As/V = F
	n	Anzahl der Kondensatoren	As/V = F

Schaltung

Bei der **Reihenschaltung** ist die Ladungsmenge aller Kondensatoren gleich.

Magnetfeld

Leitwiderstand:

$$R_L = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{l}{\gamma A}$$

R_L = Leitwiderstand [Ω]
 ρ = Spez. Widerstand [$\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$]
 A = Leiter querschnittsfläche [mm^2]
 γ = elektrische Leitfähigkeit [$\frac{\text{mm}^2}{\Omega \cdot \text{m}}$]
 l = Länge des Leiters [m]

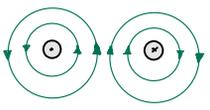
Magnetfeld:



Magnetischer Feldfluss (Maxwell II)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

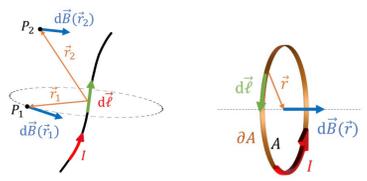
\vec{B} : Feldlinien sind immer geschlossen



Magnetfeld eines Stromdurchflossenden Leiters

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

μ_0 : Magnetfeld Feldkonstante = $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$



Gesamtes B-Feld:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r}$$

Magnetfeld um geraden Leiter:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Magnetfeld im Leiter:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r}{2 \cdot \pi \cdot r^2}$$

Magnet innerhalb Spule:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

N : Wicklungszahl
 l : Länge

Elektr. Durchflutung einer Spule

$$\mathcal{H} = I \cdot N$$

Ablenkkraft (Lorentzkraft)

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot z$$

$$[F] = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot \text{A} \cdot \text{m} = \frac{\text{Ws}}{\text{m}} = \frac{\text{Nm}}{\text{m}} = \text{N}$$

F Ablenkkraft
 B magnetische Flussdichte
 I Stromstärke
 l wirksame Leiterlänge
 z Leiterzahl

Beispiel:

Ein Gleichstrommotor hat im Luftspalt eine magnetische Flussdichte von 0,8 T. Unter den Polen befinden sich insgesamt $z = 400$ Ankerdrähte mit einem Strom $I = 10$ A. Die wirksame Leiterlänge ist $l = 150$ mm. Berechnen Sie die Kraft F am Umfang des Ankers.

Lösung:

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot z$$

$$F = 0,8 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 10 \text{ A} \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 400$$

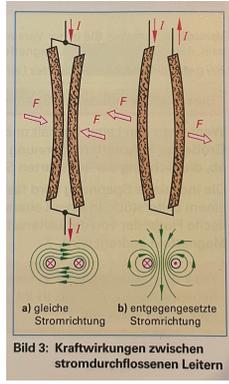
$$= 480 \frac{\text{Vs} \cdot \text{A}}{\text{m}} = \frac{\text{Ws}}{\text{m}} = 480 \text{ N}$$


Bild 3: Kraftwirkungen zwischen stromdurchflossenen Leitern

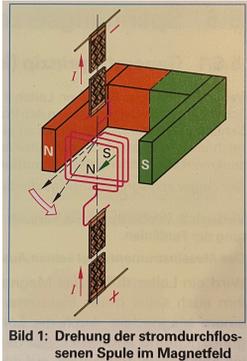


Bild 1: Drehung der stromdurchflossenen Spule im Magnetfeld

Magnetische Feldstärke

$$H = \frac{\mathcal{H}}{l_m} = \frac{I \cdot N}{l_m}$$

H magnetische Feldstärke
 l_m mittlere Feldlinienlänge
 \mathcal{H} elektrische Durchflutung
 I Stromstärke
 N Windungszahl

Beispiel:

Eine Ringspule mit 5000 Windungen und einer mittleren Feldlinienlänge von 20 cm wird von einer Stromstärke von 100 mA durchflossen. Wie groß ist die magnetische Feldstärke?

Lösung:

$$H = \frac{I \cdot N}{l_m} = \frac{0,1 \text{ A} \cdot 5000}{0,2 \text{ m}} = 2500 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Magnetische Flussdichte

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

$$[B] = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \text{T}$$

B magnetische Flussdichte
 Φ magnetischer Fluss
 A Fläche

Beispiel:

Eine Spule mit dem Polquerschnitt 50 mm x 30 mm soll eine magnetische Flussdichte $B = 0,8$ T erzeugen. Berechnen Sie den magnetischen Fluss Φ .

Lösung:

$$B = \frac{\Phi}{A} \Rightarrow \Phi = B \cdot A = 0,8 \text{ T} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 0,03 \text{ m}$$

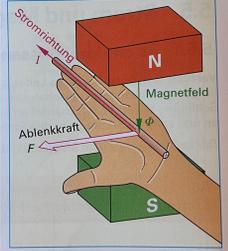
$$= 0,8 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 0,0015 \text{ m}^2 = 0,0012 \text{ Vs} = 1,2 \text{ mWb}$$


Bild 1: Motor-Regel (linke Hand)

Bewegungsinduktion

$$u_i = B \cdot l \cdot v \cdot z$$

$$[u_i] = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{V}$$

u_i induzierte Spannung
 B magnetische Flussdichte
 l wirksame Leiterlänge im Magnetfeld
 v Geschwindigkeit des Leiters
 z Anzahl der Leiter

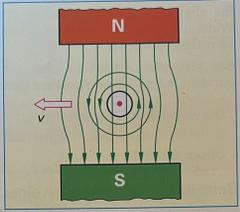
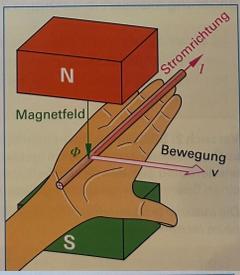


Bild 2: Polfeld und Leiterfeld

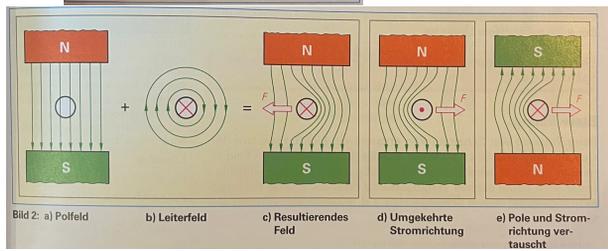
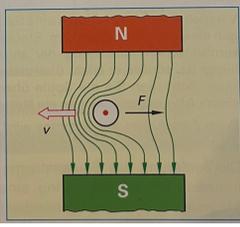
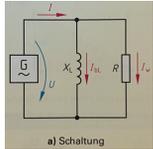


Bild 2: a) Polfeld b) Leiterfeld c) Resultierendes Feld d) Umgekehrte Stromrichtung e) Pole und Stromrichtung vertauscht

Elektrische Schaltung: Widerstand, Kondensator & Spule



Leitwerte in Parallelschaltung	
$I = \sqrt{I_w^2 + I_{bc}^2}$	$[Y] = S$
$Y = \sqrt{G^2 + B_c^2}$	$[G] = S; [B_c] = S$
$Y = \frac{1}{Z}$	$G = \frac{1}{R}$
	$B_c = \frac{1}{X_c}$

I	Gesamtstrom
I_w	Wirkstrom
I_{bc}	induktiver Blindstrom
I_{bc}	Scheinleitwert in S (Siemens)
Y	Scheinleitwert in S
G	Wirkleitwert in S
B_c	induktiver Blindleitwert in S
Z	Scheinwiderstand
R	Wirkwiderstand
X_c	induktiver Blindwiderstand

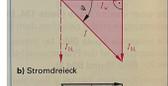
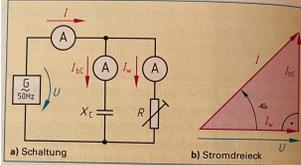


Bild 2: Zeigerbilder

Kondensator & Widerstand



a) Schaltung b) Stromdreieck

Parallelschaltung aus R und X_C

$I^2 = I_w^2 + I_{bc}^2$	$I_w = I \cdot \cos \varphi$
$I = \sqrt{I_w^2 + I_{bc}^2}$	$I_{bc} = I \cdot \sin \varphi$
$\tan \varphi = \frac{I_{bc}}{I_w}$	

I	Gesamtstrom	I_{bc}	kapazitiver Blindstrom
I_w	Wirkstrom	φ	Phasenverschiebungswinkel

Bild 1: Parallelschaltung aus R und X_C

Reihenschaltung aus kapazitivem Blindwiderstand und Wirkwiderstand	
$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$	$X_C = \frac{U_{bc}}{I}$
$[X_C] = \frac{V}{A} = \frac{1}{\frac{1}{s} \cdot \frac{A}{V}} = \Omega$	
$U^2 = U_w^2 + U_{bc}^2$	$U = \sqrt{U_w^2 + U_{bc}^2}$
$Z^2 = R^2 + X_C^2$	$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$
$[Z] = \Omega$	
$S^2 = P^2 + Q_c^2$	$S = \sqrt{P^2 + Q_c^2}$
$[S] = VA = W$	

X_C	kapazitiver Blindwiderstand
U_{bc}	kapazitive Blindspannung
I	Strom
f	Frequenz
C	Kondensatorkapazität
ω	Kreisfrequenz
U	Gesamtspannung
U	Wirkspannung
Z	Scheinwiderstand
R	Wirkwiderstand
S	Scheinleistung
P	Wirkleistung
Q_c	kapazitive Blindleistung

8.7 Kraft zwischen stromdurchflossenen parallelen Leitern			
$F = k \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{r}$	Kraft	$W/s \cdot m = N$	Gleiche Stromrichtung
$k = \frac{\mu}{2\pi}$	Leiternstärken	A	Entgegengesetzte Stromrichtung
	wirksame Leiterlänge	m	
	Leiternabstand	m	
	Konstante	N/A^2	
	Permeabilität	$Vs/(Am)$	

8.6 Kraft auf stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld			
$F = B \cdot I \cdot l$	Ablenkkräfte	$W/s \cdot m = N$	Ablenkung eines stromdurchflossenen Leiters im Magnetfeld:
$F = B \cdot v \cdot Q$	magnetische Flussdichte	$Vs/m^2 = T$	Einzelleiter
	wirksame Leiterlänge	A	Gesamtleiter
	Weglänge	m	
	Leiterschwindigkeit	m/s	
	Bewegungsgeschwindigkeit der Ladungen	m/s	

Linke-Hand-Regel (Motorregel): Hält man die linke Hand so, dass der magnetische Fluss auf der Handinnenfläche aufrifft und die ausgestreckten Finger in Stromrichtung zeigen, so zeigt der abgespreizte Daumen die Kraftrichtung an.

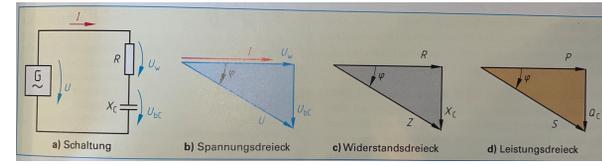
8.10 Induktion durch Bewegung			
$u_w = B \cdot l \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$	Induktionsspannung	V	Bewegung eines Leiters im Magnetfeld
$u_w = B \cdot l \cdot v$	magnetische Flussdichte	$Vs/m^2 = T$	
	wirksame Leiterlänge	m	
	Wegänderung	m	
	Zeitänderung der Wegänderung	s	
	Leiterschwindigkeit	m/s	

Rechte-Hand-Regel (Generatorregel): Hält man die rechte Hand so, dass der magnetische Fluss auf der Handinnenfläche aufrifft und der abgespreizte Daumen in Bewegungsrichtung zeigt, so zeigen die ausgestreckten Finger die Richtung des Induktionsstroms an.

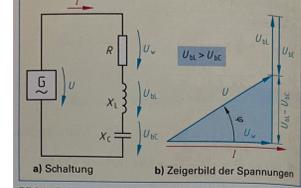
8.12 Magnetische Energie			
$W = \frac{1}{2} B \cdot H \cdot V$	magnetische Energie	$W/s \cdot m = J$	Magnetisches Feld als Energieträger
$W = \frac{1}{2} I^2 \cdot L$	magnetische Energiedichte	$W/s \cdot m^3 = J/m^3$	
$w = \frac{W}{V}$	magnetische Flussdichte	$Vs/m^2 = T$	
$w = \frac{1}{2} B \cdot H$	magnetische Feldstärke	A/m	
$w = \frac{B^2}{2\mu}$	Volumen	m^3	
	Stromstärke	A	
	Induktivität	$Qs = H$	
	Permeabilität	$Vs/(Am)$	

7.6 Kraft zwischen elektrischen Ladungen			
$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$	Kraft	$W/s \cdot m = N$	Gleichartige Ladungen
$k = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0}$	Ladungen	A	Ungleichartige Ladungen
$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$	Abstand der Ladungen	m	
	Konstante	$Vm/(As)$	
	Permittivität	$As/(Vm)$	
	elektrische Feldkonstante	$As/(Vm)$	
	relative Permittivität (Permittivitätszahl)		

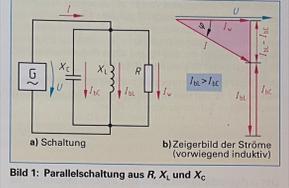
Relative Permittivitäten von festen, flüssigen und gasförmigen Isolierstoffen bei 20 °C siehe Tabelle 17, Seite 232



a) Schaltung b) Spannungsdreieck c) Widerstandsdreieck d) Leistungsdreieck



a) Schaltung b) Zeigerbild der Spannungen

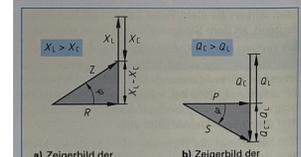


a) Schaltung b) Zeigerbild der Ströme (vorwiegend induktiv)

Bild 1: Reihenschaltung aus R, X_L und X_C

Bild 1: Parallelschaltung aus R, X_L und X_C

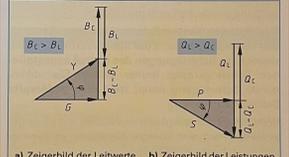
Spannungen in der Reihenschaltung	
$U^2 = U_w^2 + (U_{bc} - U_{Lc})^2$	
$U = \sqrt{U_w^2 + (U_{bc} - U_{Lc})^2}$	



a) Zeigerbild der Leistungen vorwiegend induktiv b) Zeigerbild der Leistungen vorwiegend kapazitiv

Strome in der Parallelschaltung

$I^2 = I_w^2 + (I_{bc} - I_{Lc})^2$	
$I = \sqrt{I_w^2 + (I_{bc} - I_{Lc})^2}$	



a) Zeigerbild der Leitwerte vorwiegend kapazitiv b) Zeigerbild der Leistungen vorwiegend induktiv

Bild 2: Zeigerbilder der Widerstände und Leistungen bei der Reihenschaltung aus R, X_L und X_C

Bild 2: Zeigerbilder der Leitwerte und Leistungen bei einer Parallelschaltung aus R, X_L und X_C

Widerstände und Leistungen	
$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$
$Z = \frac{U}{I}$	$S = U \cdot I$
$P = I^2 \cdot R$	$Q_L = I^2 \cdot X_L$
$Q_C = I^2 \cdot X_C$	

Z	Scheinwiderstand (Gesamtwiderstand)	S	Scheinleistung (Gesamtleistung)
R	Wirkwiderstand	P	Wirkleistung
X_L	induktiver Blindwiderstand	Q	induktive Blindleistung
X_C	kapazitiver Blindwiderstand	Q_C	kapazitive Blindleistung
I	Gesamtstrom	U	Spannung

Leitwerte und Leistungen	
$Y = \sqrt{G^2 + (B_c - B_l)^2}$	$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$
$Y = \frac{1}{Z}$	$S = U \cdot I$
$[Y] = S$	$S = U \cdot I$
$P = U \cdot I_w$	$Q_L = U \cdot I_{bc}$
$Q_C = U \cdot I_{bc}$	

Y	Scheinleitwert (Gesamtleitwert)	S	Scheinleistung (Gesamtleistung)
G	Wirkleitwert	P	Wirkleistung
B_l	induktiver Blindleitwert	Q	induktive Blindleistung
B_c	kapazitiver Blindleitwert	Q_C	kapazitive Blindleistung
I	Gesamtstrom	U	Spannung

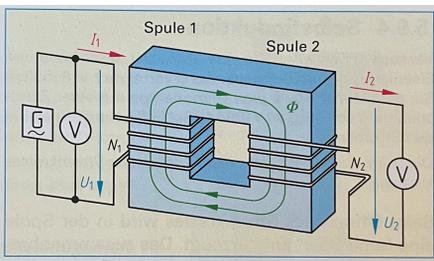
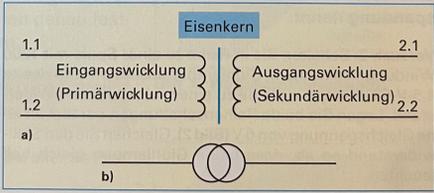


Bild 1: Aufbau eines Transformators



Ausgleichsspannung

$$U_{Aus} = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}$$

strom durch ein droter

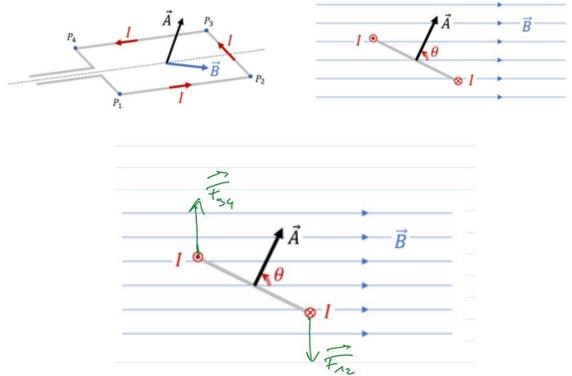
$$A = \frac{U \cdot A}{\rho \cdot l} \quad [A \text{ in mm}]$$

C-Berechnen

$$C_1 = \frac{\epsilon_1}{R}$$

Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{r}_{23} \times \vec{F}_{12} = |\vec{M}| = 0.05 \text{ m} \cdot 9.18 \cdot 10^{-3} \text{ N} = 9.58 \cdot 10^{-6} \text{ Nm}$$



10.8 Reihenschaltung von Wirkwiderstand und Induktivität

$Z = \frac{U}{I}$	I U U_1 U_2 Z R X_L S	Stromstärke Spannung (Gesamtspannung) Wirkspannung induktive Blindspannung Scheinwiderstand Wirkwiderstand induktiver Blindwiderstand Scheinleistung Wirkleistung induktive Blindleistung Phasenverschiebungswinkel Leistungsfaktor (Wirkfaktor) Blindleistungsfaktor	A V V V Ω Ω Ω VA VA = W VA = var °, rad	Schaltung 	Widerstands-dreieck 	Spannungs-dreieck 	Leistungs-dreieck
-------------------	--	---	---	---------------	-------------------------	-----------------------	-----------------------

10.9 Reihenschaltung von Wirkwiderstand und Kapazität

$Z = \frac{U}{I}$	I U U_1 U_2 Z R X_C S	Stromstärke Spannung (Gesamtspannung) Wirkspannung kapazitive Blindspannung Scheinwiderstand Wirkwiderstand kapazitiver Blindwiderstand Scheinleistung Wirkleistung induktive Blindleistung Phasenverschiebungswinkel Leistungsfaktor (Wirkfaktor) Blindleistungsfaktor	A V V V Ω Ω Ω VA VA = W VA = var °, rad	Schaltung 	Widerstands-dreieck 	Spannungs-dreieck 	Leistungs-dreieck
-------------------	--	---	---	---------------	-------------------------	-----------------------	-----------------------

10.10 Parallelschaltung von Wirkwiderstand und Induktivität

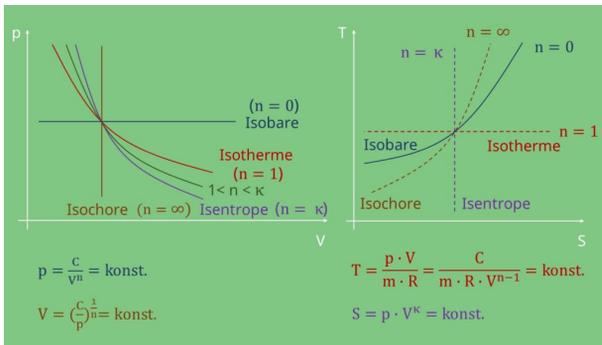
$Y = \frac{I}{U}$	I U I_1 I_2 Y Z R B_L S	Spannung Strom (Gesamtstrom) Wirkstrom induktiver Blindstrom Scheinwiderstand Scheinleitwert Wirkleitwert induktiver Blindleitwert Scheinleistung Wirkleistung induktive Blindleistung Phasenverschiebungswinkel Leistungsfaktor (Wirkfaktor) Blindleistungsfaktor	V A A A Ω Ω Ω VA VA = W VA = var °, rad	Schaltung 	Leitwert-dreieck 	Strom-dreieck 	Leistungs-dreieck
-------------------	---	---	---	---------------	----------------------	-------------------	-----------------------

10.11 Parallelschaltung von Wirkwiderstand und Kapazität

$Y = \frac{I}{U}$	I U I_1 I_2 Y Z R B_C S	Spannung Strom (Gesamtstrom) Wirkstrom induktiver Blindstrom Scheinwiderstand Scheinleitwert Wirkleitwert kapazitiver Blindleitwert Scheinleistung Wirkleistung kapazitive Blindleistung Phasenverschiebungswinkel Leistungsfaktor (Wirkfaktor) Blindleistungsfaktor	V A A A Ω Ω Ω VA VA = W VA = var °, rad	Schaltung 	Leitwert-dreieck 	Strom-dreieck 	Leistungs-dreieck
-------------------	---	---	---	---------------	----------------------	-------------------	-----------------------

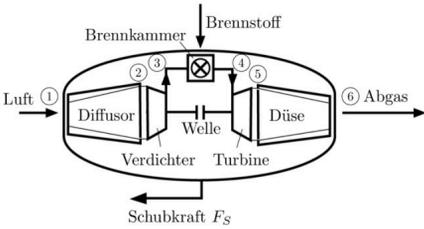
10.13 Parallelschaltung von Wirkwiderstand, Induktivität und Kapazität

$Y = \frac{I}{U}$	I U I_1 I_2 I_3 Y Z R B_L B_C S	Spannung Strom (Gesamtstrom) Wirkstrom induktiver Blindstrom kapazitiver Blindstrom Scheinwiderstand Scheinleitwert Wirkleitwert induktiver Blindleitwert kapazitiver Blindleitwert Scheinleistung Wirkleistung induktive Blindleistung kapazitive Blindleistung Phasenverschiebungswinkel Leistungsfaktor (Wirkfaktor) Blindleistungsfaktor	V A A A A Ω Ω Ω VA VA = W VA = var °, rad	Schaltung 	Leitwert-dreieck 	Strom-dreieck 	Leistungs-dreieck
-------------------	---	--	--	---------------	----------------------	-------------------	-----------------------



- isobar = konstanter Druck
- isotherm = konstante Temperatur
- isochor = konstantes Volumen, bzw. die Dichte ρ
- adiabatisch = ohne Wärmeaustausch mit Umgebung
- isentrop = adiabatisch und reversibel

Emission : Ausenden bzw. Abgeben von therm. Strahlung
Absorption : Aufnehmen von thermischer Strahlung
Reflektion: Spiegeln bzw. Rückstrahlen von therm. Strahlung
Transmission: Durchlassen von thermischer Strahlung



- 1 → 2 Diffusor isentrope Verdichtung ohne Arbeitszufuhr
- 2 → 3 Verdichter isentrope Verdichtung mit Zufuhr der Arbeit, die die Turbine abgibt
- 3 → 4 Brennkammer isobare Wärmezufuhr
- 4 → 5 Turbine isentrope Entspannung inkl. Arbeit
- 5 → 6 Düse isentrope Entspannung exkl. Arbeit

Varianten erste Isentropengleichungen

$$T_2 V_2^{(\kappa-1)} = T_1 V_1^{(\kappa-1)} \quad \text{oder} \quad T_2^{\frac{1}{\kappa-1}} V_2 = T_1^{\frac{1}{\kappa-1}} V_1$$

Varianten zweite Isentropengleichungen (ohne Herleitung)

$$p_2 V_2^\kappa = p_1 V_1^\kappa \quad \text{oder} \quad p_2^{\frac{1}{\kappa}} V_2 = p_1^{\frac{1}{\kappa}} V_1$$

Varianten dritte Isentropengleichungen (ohne Herleitung)

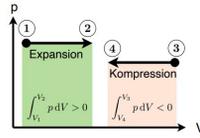
$$p_2 T_2^{\frac{\kappa}{1-\kappa}} = p_1 T_1^{\frac{\kappa}{1-\kappa}} \quad \text{oder} \quad T_2 p_2^{\frac{(1-\kappa)}{\kappa}} = T_1 p_1^{\frac{(1-\kappa)}{\kappa}}$$

Isentropenexponent Kappa

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{Z + 1}{Z} = 1.4 \text{ für 2-atomige Gase wie Stickstoff}$$

Isobare Zustandsänderungen idealer Gas

(p,V)-Zustandsdiagramm



Volumenänderungsarbeit

$$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = -p_1 (V_2 - V_1)$$

Ideale Gasgleichung

$$\frac{V}{T} = m \frac{R}{M} \frac{1}{p} = \text{const} \rightarrow V_1/T_1 = V_2/T_2$$

Energiebilanz (reversibel, geschlossen)

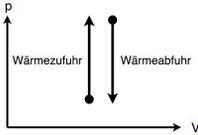
$$H_2 - H_1 = W_{\text{th},12} + \underbrace{\int_{p_1}^{p_2} V dp}_{=0}$$

Ausgetauschte Wärme

$$W_{\text{th},12} = m c_p (T_2 - T_1)$$

Isochrome Zustandsänderungen idealer Gas

(p,V)-Zustandsdiagramm



Volumenänderungsarbeit

$$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = 0$$

Ideale Gasgleichung

$$\frac{p}{T} = m \frac{R}{M} \frac{1}{V} = \text{const} \rightarrow p_1/T_1 = p_2/T_2$$

Energiebilanz (reversibel, geschlossen)

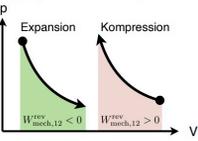
$$U_2 - U_1 = W_{\text{th},12} - \underbrace{\int_{V_1}^{V_2} p dV}_{=0}$$

Ausgetauschte Wärme

$$W_{\text{th},12} = m c_v (T_2 - T_1)$$

Isotherme Zustandsänderungen idealer Gase

(p,V)-Zustandsdiagramm



Volumenänderungsarbeit

$$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = -m \frac{R}{M} T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Ideale Gasgleichung

$$pV = m \frac{R}{M} T = \text{const} \rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Energiebilanz (reversibel, geschlossen)

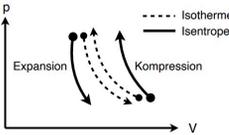
$$U_2 - U_1 = W_{\text{th},12} - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Ausgetauschte Wärme

$$W_{\text{th},12} = m \frac{R}{M} T \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Isentrope Zustandsänderungen idealer Gase

(p,V)-Zustandsdiagramm



Volumenänderungsarbeit

$$W_{\text{mech},12}^{\text{rev}} = m c_v (T_2 - T_1)$$

- Kompression $V_2 < V_1$ bzw. $T_2 > T_1$: Arbeit zugeführt
- Expansion $V_2 > V_1$ bzw. $T_2 < T_1$: Arbeit abgeführt

Isentropengleichungen

... siehe vorherige Folie

Energiebilanz (reversibel, geschlossen)

$$U_2 - U_1 = \underbrace{W_{\text{th},12}}_{=0} - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Ausgetauschte Wärme

$$W_{\text{th},12} = 0$$

- Kein Austausch von Wärme mit der Umgebung