

$F(x)$	$y = f(x)$	$f'(x)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$
$e^x + c$	e^x	e^x	∞	∞
$\frac{a^x}{\ln(a)} + c$	a^x	$a^x * \ln(a)$	$a > 1: \infty$ $a = 1: 1$ $a < 1: 0$	$a > 1: \infty$ $a \leq 1: 0$ $a < 0: n. d.$
$\frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$	x^n	$n * x^{n-1}$	$n > 0: \infty$ $n = 0: 1$ $n < 0: 0$	
$x * \ln(x) - x + c$	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	∞	0
$\frac{x * (\ln(x) - 1)}{\ln(a)} + c$	$\log_a x$	$\frac{1}{\ln(a) * x}$	∞	0
$\ln(x) + c$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	0	0
$\frac{2}{3} x^{3/2} + c$	$\sqrt{x} = x^{1/2}$	$\frac{1}{2 * \sqrt{x}}$	∞	0
$\frac{1}{2} a * x^2 + c$	ax	a	∞	a

Additionsregel:

$$\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)'$$

Produktregel:

$$\{f(x) \cdot g(x)\}' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)'$$

Quotientenregel:

$$\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

Kettenregel:

$$\{f(g(x))\}' = f'(g(x)) \cdot g'(x)'$$

Inversionsregel:

$$\{f^{-1}(x)\}' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

Logarithmierregel:

$$\{\ln(g(x))\}' = \frac{g'(x)}{g(x)}$$

Regel von Bernoulli de l'hopital

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Anwendbar bei Grenzwerten der Form $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$

Folgen und Reihen

Folge: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

Reihe: $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

arithmetische Folge $a_k = a_{k-1} + d \Leftrightarrow a_k = a_1 + (k-1) * d$	arithmetische Reihe $s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} * n = n * a_1 + \frac{(n-1) * n * d}{2}$
geometrische Folge $a_k = a_{k-1} * q = a_1 * q^{k-1}$	geometrische Reihe $s_n = a_1 * \frac{1 - q^n}{1 - q}$
$a_n = c * q^n$	$s_n = c * \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

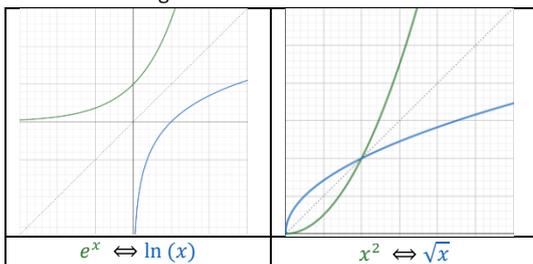
Umkehrfunktionen

Bijektivität:

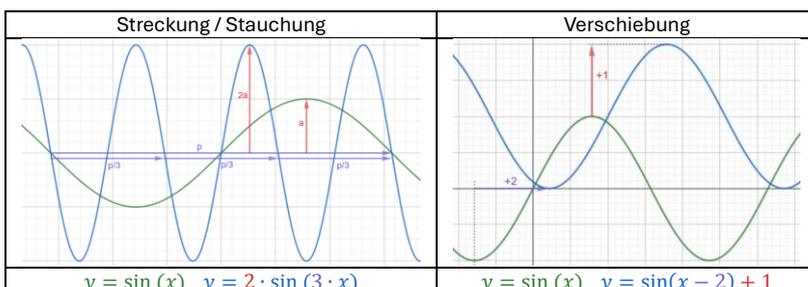
Def: Eine Funktion $f : D \rightarrow B$ heisst

			was tun wenn nicht	Bsp $x^2 \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
injektiv	aus $x_1 \neq x_2$ stets $f(x_1) \neq f(x_2)$ folgt	kein Funktionswert wird mehrmals angenommen	Definitionsmenge D verkleinern	$D = [0, \infty]$
surjektiv	zu jedem $y \in B$ ein $x \in D$ gibt mit $f(x) = y$	jeder Wert aus dem Bildbereich wird mind. einmal angenommen	Bildmenge B verkleinern	$B = [0, \infty]$
bijektiv	wenn injektiv und surjektiv	jeder Funktionswert wird genau einmal angenommen		

Umkehrfunktion grafisch



Funktionen umformen



innerhalb der Funktion:
x-Richtung

ausserhalb der Funktion:
y-Richtung

Quadratische Funktionen

Grundform $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Nullstellenform $a \cdot (x - x_1)(x - x_2)$

Scheitelpunktsform $a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$

Kurvendiskussion

• Definitionsbereich, Bildbereich

Definitionsbereich: In der Regel $\mathbb{R} \setminus \langle \text{Definitionslücken} \rangle$

Wurzeln: Nenner = 0

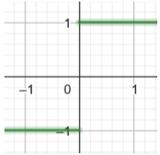
Wurzeln: Ausdruck < 0

Logarithmen: Zahl ≤ 0

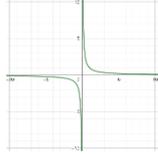
Wertebereich/ Bildbereich

Alle y-Werte welche die Funktion annimmt

• Stetigkeit und Unstetigkeiten (Sprünge, Pole, Lücken)



$\frac{x}{|x|}$ Sprung bei $x=0$



$\frac{1}{x}$ Polstelle bei $x=0$

Definitionslücke heisst hebbare Lücke, falls $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ existiert, z.B: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = 1$

• Ordinatenwert, Nullstellen

Ordinatenwert, Schnittpunkt y-Achse: $f(0)$

einfache Nullstelle: $f(x) = 0$ & $f'(x) \neq 0$

doppelte Nullstelle: $f(x) = 0$ & $f'(x) = 0$ & $f''(x) \neq 0$

dreifache Nullstelle: $f(x) = 0$ & $f'(x) = 0$ & $f''(x) = 0$ & $f'''(x) \neq 0$

• Extrema (relative und absolute Minima und Maxima)

relatives Maximum	relatives Minimum
$f'(x) = 0$	
$f''(x) < 0$	$f''(x) > 0$

• Monotonieverhalten

wenn differenzierbar: $f'(x) \geq 0 \rightarrow$ monoton steigend
 $f'(x) \leq 0 \rightarrow$ monoton fallend

• Krümmungsverhalten

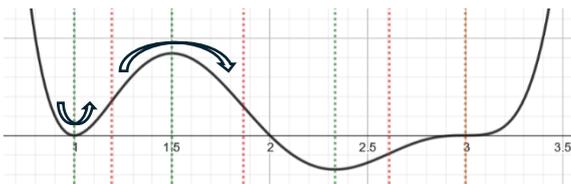
konvex = Linkskurve = «Gegenuhrzeiger» = $f''(x) < 0$

konkav = Rechts = «Uhrzeiger» = $f''(x) > 0$

• Wendepunkte, Sattelpunkte

Wendestelle x_0 : $f''(x_0) = 0$

Sattelstelle $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$



$f'(x) = 0$
 Lokales Minimum/Maximum
 $f''(x) = 0$
 Wendestelle
 $f'(x) = f''(x) = 0$
 Sattelstelle

• Verhalten im Unendlichen (Asymptotik)

• Symmetrien (Achsensymmetrie, Punktsymmetrie), Periodizität

Achsensymmetrie: $f(x) = f(-x)$, «gerade»

Punktsymmetrie: $f(x) = -f(x)$, «ungerade»

• Graphische Darstellung