

Temperaturabhängigkeit:

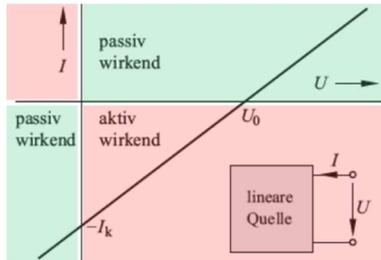
Metallische Leiter: Temperatur \uparrow = Widerstand \uparrow

Berechnung Widerstand: $R_{\vartheta} = R_{20} \cdot [1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta + \beta_{20} \cdot (\Delta\vartheta)^2]$

Aktive Eintore (Quellen)

Leerlaufspannung U_0 : Stromkreis offen, $I=0$, Nullstelle

Kurzschlussstrom I_k : Kein Verbraucher, $U=0$, y-Achsenabschnitt



Bestimmung Arbeitspunkt / Leistungsanpassung
Schnittpunkt Kennlinie aktives und passives Eintor
Maximale Leistung, wenn $R_i=R_v$

Arbeitspunkt berechnen: $I_A = \frac{U_0}{R_i + R_v}$; $U_A = I_A \cdot R_v = \frac{U_0 \cdot R_v}{R_i + R_v}$

Knotensatz (1. Kirchhoffscher Satz)

An einem Knoten ist die Summe aller Ströme gleich Null. Bezugspfeile müssen einheitlich sein.

Der Gesamtstrom einer Parallelschaltung ist die Summe der Teilströme.

Maschensatz (2. Kirchhoffscher Satz)

In jeder Masche ist die Summe sämtlicher Spannungen gleich null.

Der Gesamtspannung einer Serieschaltung ist die Summe der Teilspannungen.

Ersatz-Eintore

Ersatzeintor verhält sich nach aussen gleich wie die entsprechende reale Schaltung.

Serieschaltung von Widerständen: $R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

Serieschaltung von nichtlineare Eintoren: Punktweise Addition Spannung bei gl. Strom

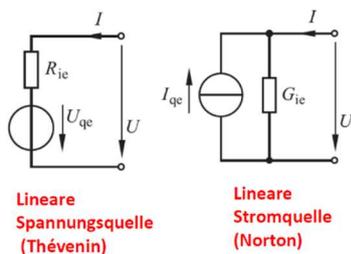
Parallelschaltung von Widerständen:

$$R_e = \frac{1}{G_e} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

Spezialfall 2 Widerstände:

$$R_e = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Parallelschaltung von nichtlineare Eintoren: Punktweise Addition Ströme bei gl. Spannung



Innenwiderstand bestimmen:

Spannungsquelle kurzschliessen, Stromquelle trennen

Widerstand «ohne Quelle» berechnen

Spannungsquelle \rightarrow Stromquelle	Stromquelle \rightarrow Spannungsquelle
gegeben: R_{ie}, U_{qe}	gegeben: G_{ie}, I_{qe}
$G_{ie} = \frac{1}{R_{ie}}$	$R_{ie} = \frac{1}{G_{ie}}$
$I_{qe} = G_{ie} \cdot U_{qe} = \frac{U_{qe}}{R_{ie}}$	$U_{qe} = I_{qe} \cdot R_{ie} = \frac{I_{qe}}{G_{ie}}$

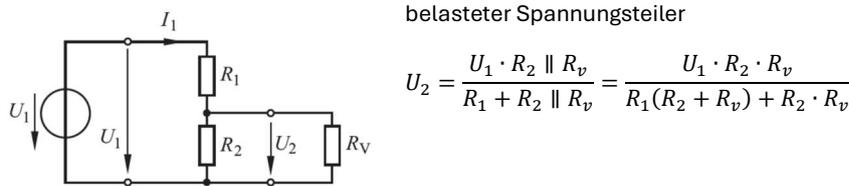
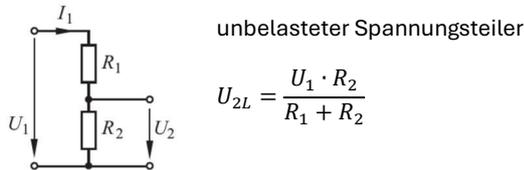
Überlagerungssatz

In einem linearen Netz kann jeder Strom und jede Spannung als Summe von Teilströmen bzw. Teilspannungen angegeben werden. Dabei stellt jeder Summand den Beitrag jeweils einer unabhängigen Quelle zum Gesamtwert dar.

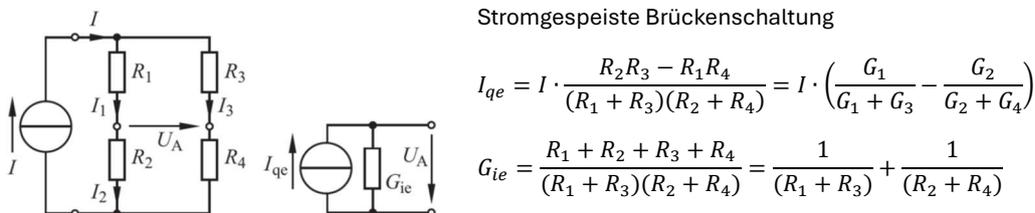
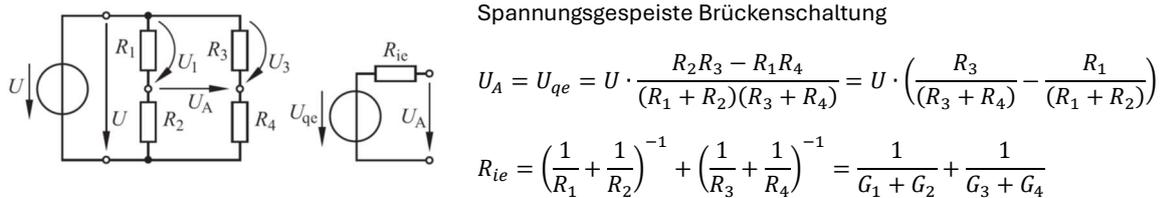
Teilspannung/strom wird mit jeweils einer Quelle berechnet, die restlichen werden «entfernt» (Spannungsquelle kurzschliessen, Stromquelle trennen)

Anwendungen

Spannungsteiler



Brückenschaltungen



Abgegliche Brückenschaltung $\rightarrow U_A = 0 \rightarrow R_2 R_3 = R_1 R_4$

Nicht abgegliche Brückenschaltungen / Ausschlagbrücke

Halbbrücken: 2 fixe, 2 veränderliche Widerstände (z.B. Dehnmessstreifen) (alle gleich)

Ausgangsspannung U_A linear abhängig von ΔR

$$U_A = \frac{\Delta R \cdot I}{2} = \frac{\Delta R \cdot U}{2R}$$

R1	R2	R3	R4	Speisung
R	R+ΔR	R	R-ΔR	I
R-ΔR	R	R+ΔR	R	I
R	R+ΔR	R+ΔR	R	I
R-ΔR	R	R	R-ΔR	I
R-ΔR	R+ΔR	R	R	I; U
R	R	R+ΔR	R-ΔR	I; U

Vollbrücken: 4 veränderliche Widerstände (alle gleich)

$$U_A = \Delta R \cdot I = \frac{\Delta R \cdot U}{R}$$

R1	R2	R3	R4
R-ΔR	R+ΔR	R+ΔR	R-ΔR
R+ΔR	R-ΔR	R-ΔR	R+ΔR

Strom- und Spannungsmessung

Stromrichtige Messung	Spannungsrichtige Messung
$R_M^2 > (R_M + R_V) \cdot R_A$	$R_M^2 < (R_M + R_V) \cdot R_A$
$U_{\text{gem}} = U_{\text{Verbr.}} + U_A > U_{\text{Verbr.}}$	$I_{\text{gem}} = I_{\text{Verbr.}} + I_V > I_{\text{Verbr.}}$

Widerstand R_A Strommesser \odot soll klein sein

Widerstand R_V Spannungsmesser \odot soll klein sein

Bei kleinem Widerstand vom Verbraucher R_M

Messbereichserweiterung bei Strom- und Spannungsmessung

$R_N = \frac{R_M}{I/I_M - 1}$	$R_{\text{vor}} = \frac{R_M}{U/U_M - 1}$

Stern-Dreieck-Umrechnung

$R_1 = \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}$
$R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{31} = R_1 + R_3 + \frac{R_1R_3}{R_2}$
$R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3}$

Netzwerkanalyse

(z-k+1)=3 Maschengleichungen **(k-1)=3 Knotengleichungen** **z=6 Zweigggleichungen**

Masche	Maschengleichung	Knotennummer	Knotengleichung	Zweignummer	Zweigggleichung
1	$U_1 - U_3 - U_2 = 0$	1	$-I_1 - I_2 - I_4 = 0$	1	$U_1 = U_{q1} + R_1 I_1$
4	$U_4 - U_5 - U_2 = 0$	2	$I_2 - I_3 - I_5 = 0$	2	$U_2 = R_2 I_2$
6	$U_6 - U_3 + U_5 = 0$	3	$I_4 + I_5 - I_6 = 0$	3	$U_3 = R_3 I_3$
				4	$U_4 = R_4 I_4$
				5	$U_5 = R_5 I_5$
				6	$I_6 = I_{q6} + G_6 U_6$

→ Lineares Gleichungssystem mit **2z** Gleichungen
→ relativ aufwändig

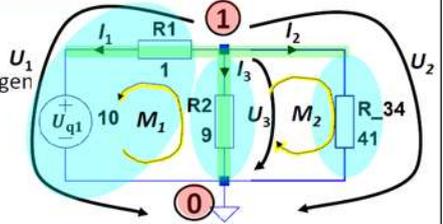
— Baumzweige
— Verbindungszweige
--- Maschen

Mit linearem Gleichungssystem

→ 3 Zweig-, 1 Knoten- & 2 Maschengleichungen

Vorgehen:

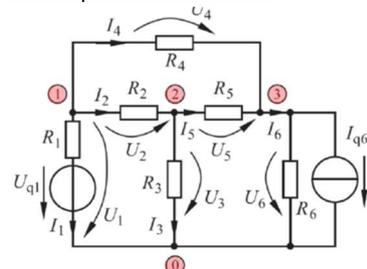
- **Zweige** 1 bis 3 mit Zweigspannung und Strom eintragen
- **Knoten** 0 und 1 eintragen
- **Baum** eintragen
- **Maschen** 1 und 2 eintragen



$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -R_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -R_{34} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -R_2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_{q1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow x = A^{-1} \cdot b$$

$$\rightarrow x = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.1933 \text{ A} \\ 0.2148 \text{ A} \\ 0.9785 \text{ A} \\ 8.8067 \text{ V} \\ 8.8067 \text{ V} \\ 8.8067 \text{ V} \end{bmatrix}$$

Knotenpotentialverfahren



$$\begin{aligned}
 U_{1,0} &= \varphi_1 - \varphi_0 \\
 U_{2,0} &= \varphi_2 - \varphi_0 \\
 U_{3,0} &= \varphi_3 - \varphi_0
 \end{aligned}$$

Spannungsquellen in äquivalente Stromquellen umrechnen: $I_{qe} = \frac{U_{q1}}{R_1}$

Knoten-Leitwertmatrix aufstellen

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 + G_4 & -G_2 & -G_4 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_5 & -G_5 \\ -G_4 & -G_5 & G_4 + G_5 + G_6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{q1} \\ 0 \\ -I_{q6} \end{pmatrix}$$

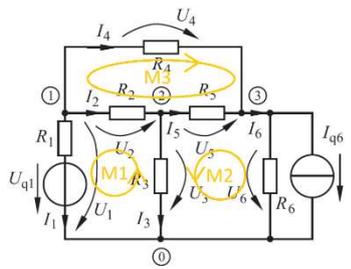
Diagonalelemente: Summe der Leitwerte am Knoten

Element 12 = Element 21 = Leitwert zwischen Knoten 1 + 2

Lösungsvektor b: Quellenströme, Vorzeichen entsprechend Bezugspfeil: In Knoten hinein = Positiv

$$U_1 = U_{1,0} \quad U_2 = U_{1,0} - U_{2,0} \quad U_3 = U_{2,0} \quad U_4 = U_{1,0} - U_{3,0} \quad U_5 = U_{2,0} - U_{3,0} \quad U_6 = U_{3,0}$$

Maschenstromanalyse



Stromquellen in äquivalente Spannungsquellen umrechnen: $U_{qe} = I_{qe} \cdot R_{ie}$

Maschengleichungen in Matrixform aufstellen

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 & R_2 \\ -R_3 & R_3 + R_5 + R_6 & R_5 \\ R_2 & R_5 & R_2 + R_4 + R_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{M1} \\ I_{M2} \\ I_{M3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_{q1} \\ I_{q6} \cdot R_6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Diagonalelemente: Summe der Widerstände in der Masche

Element 12 = Element 21 = Gemeinsamer Widerstand zwischen Masche 1 + 2,

Wenn gleicher Umlauf der Maschen: Vorzeichen negativ

Lösungsvektor b: Quellenströme, Vorzeichen entsprechend Maschenstrom, in Quellenspannung hinein = negativ

$$I_1 = I_{M1} \quad I_2 = -I_{M1} - I_{M3} \quad I_3 = -I_{M1} + I_{M2} \quad I_4 = I_{M3} \quad I_5 = -I_{M2} - I_{M3} \quad I_6 = -I_{M2}$$

Methodenvergleich: Knotenpotentialanalyse ↔ Maschenstromverfahren

Gegeben: Netzwerk mit **k** Knoten und **z** Zweigen und somit mit $m=2z-(k-1)=z+1-k$ unabhängigen Maschen

Knotenpotentialanalyse einfacher k-1 < m	Maschenstromverfahren einfacher k-1 > m
Ideale & reale Strom quellen Reale Spannungs quellen	Ideale & reale Spannungs quellen Reale Strom quellen

Kapazitive Eintore

Kapazität

Ein Kondensator hat die Kapazität 1 F, wenn er an 1 V Spannung die Ladung 1 C enthält.

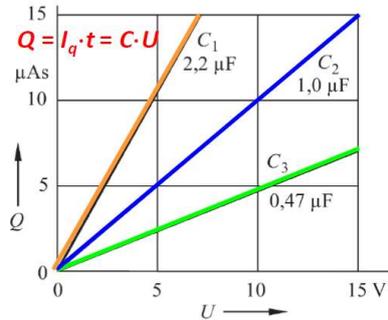
$$C = Q/U \quad [1 \text{ Farad} = 1 \text{ F} = 1 \text{ As/V}]$$



gespeicherter Ladungsmenge Q [1 As = 1 Coulomb]; anliegenden Spannung U [V]; Kapazität C [1 Farad = 1 F]

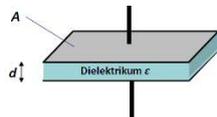
Kennlinien kapazitiver Eintore

Ein kapazitives Eintor besitzt keine I-U-Kennlinie und es wird stattdessen die Funktion $Q = f(U)$ angegeben.



Kapazitäten spezifischer geometrischer Anordnungen

Plattenkondensator



$$C = \epsilon \frac{A}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

ϵ Permittivität des Dielektrikum-Materials zwischen den Platten [ϵ]=F/m

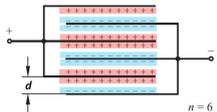
d Abstand der Platten

A Fläche der Platten

ϵ_0 Elektrische Feldkonstante = Permittivität des Vakuums $\epsilon_0 \approx 8.8541878128 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$

ϵ_r relative Permittivität (Dielektrizitäts- oder Permittivitätszahl) $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$

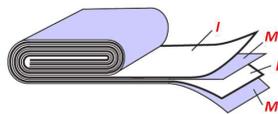
Scheibenkondensator



$$C = (n - 1) \epsilon \frac{A}{d} = (n - 1) \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

n Anzahl Scheiben

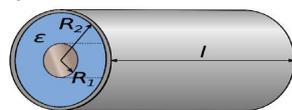
Wickelkondensator



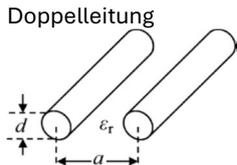
Ein Wickelkondensator enthält zwei durch **Isolierstofffolien I** getrennte **Metallfolien M** der Fläche A , die aufgewickelt werden.

$$C \approx 2 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

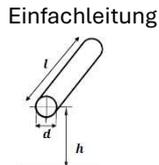
Zylinderkondensator



$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0 \epsilon_r l}{\ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$$



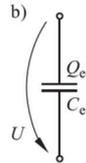
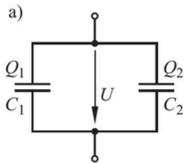
$$C = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r \cdot l}{\ln\left(\frac{2a}{d}\right)}$$



$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r \cdot l}{\ln\left(\frac{2h}{d}\right)}$$

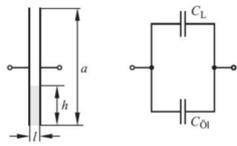
Kondensatorschaltungen

Parallelschaltung



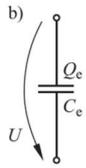
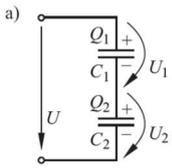
$$C_e = C_1 + C_2$$

$$Q_e = Q_1 + Q_2$$



Plattenkondensator zu 1/3 in Öl getaucht

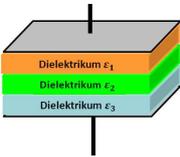
Serieschaltung



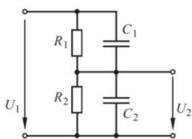
$$Q_e = Q_1 = Q_2$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

$$Q_e = U \cdot C_e$$



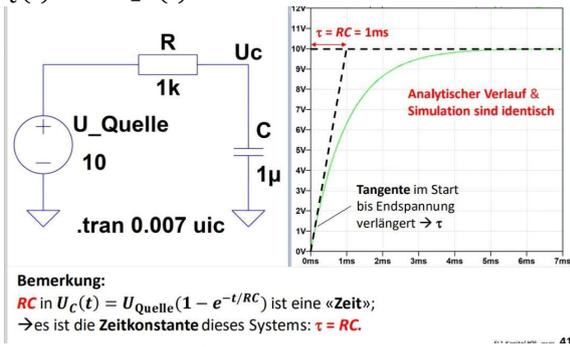
Kondensator aus verschiedenen Stoffen



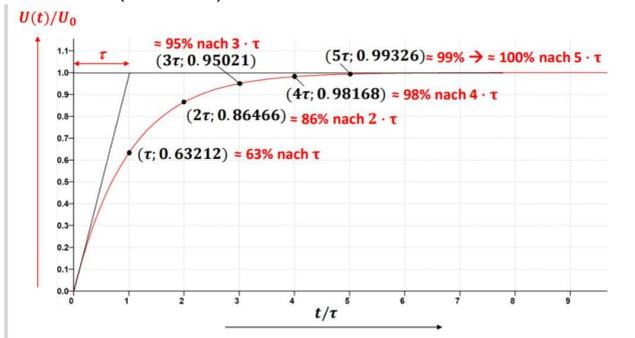
Ein kapazitiver Spannungsteiler ist eine Serieschaltung von Kondensatoren.
Am Kondensator mit der kleinsten Kapazität fällt dabei der grösste Teil der Gesamtspannung ab.

Laden des Kondensators

$$Q(t) = C \cdot U_c(t)$$



$$U(t) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad \text{Ladecurve}$$



$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{Entladecurve}$$

