Ableiten

Potenzregel:

$f(x) = x^n$ x * Hochzahl, Hochzahl - 1

$f'(x) = nx^{n-1}$

Faktorenregel:

$f(x) = a * x^n$ Konstante nicht Ableiten

$f'(x) = a * nx^{n-1}$

Summenregel auch bei Differenzen:

$f(x) = x^n + x^n + a$ Beide Teile einzeln Ableiten, Konstante weg

$f'(x) = nx^{n-1} + nx^{n-1}$

Produktregel:

$f(x) = x^n * x^n$ Beide Teile einzeln Ableiten

a = x^n b = x^n

a' = nx^{n-1} b' = nx^{n-1}

$f'(x) = a' * b + a * b'$ In diese Formel einsetzen

Quotientenregel:

$f(x) = \frac{x^n}{x^n}$ Beide Teile einzeln Ableiten

a = x^n b = x^n

a' = nx^{n-1} b' = nx^{n-1}

$f(x) = \frac{a' * b - a * b'}{b^2}$ In diese Formel einsetzen

Kettenregel:

$f(x) = (x^n)^n$ Innerer und Äusserer Teil einzeln Ableiten

a = $(b)^n$ b = x^n

a' = $n(b)^{n-1}$ b' = nx^{n-1}

$f'(x) = a'(b) * b'$ In diese Formel einsetzen

Aufleiten (Integrieren)

Potenzregel:

$f(x) = x^n$ Potenz um eins erhöhen und zusätzlich unter $\frac{1}{p}$ schreiben

$\int f(x) = \frac{1}{n+1} * x^{n+1}$+C Konstante hinzu

Faktorenregel:

$f(x) = a * x^n$ Konstante nicht Aufleiten

$\int f(x) = a * \frac{1}{n+1} * x^{n+1}$+C Konstante hinzu

Summenregel auch bei Differenzen:

$f(x) = x^n + x^n$ Einzel Aufleiten

$\int f(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} * \frac{1}{n+1} x^{n+1}$+C Konstante hinzu

Verkettete Funktionen:

$f(x) = (x^n)^n$

$\int f(x) = (t)^n * dx$ 2x mit t substituieren

t = x^n Ableiten

t' = nx^{n-1}

$dx = \frac{1}{t'} dt$ Einsetzen in Formel

$\int f(x) = (t)^n * dx$ Für dx einsetzen

$\int f(x) = (t)^n * \frac{1}{t'} dt$ Aufleiten

$\int f(x) = \frac{1}{t'} * (t)^{n+1}$ Rücksubstituieren

$\int f(x) = \frac{1}{t'} * (x)^{n+1}$+C Konstante hinzu

Fläche zwischen Graph und X-Achse

$A = \left|\int_{x1}^{x2} f(x)dx\right|$ Funktion Aufleiten

$A = |[x2] - [x1]|$ Grenzwerte einsetzen und Differenz nehmen

Fläche zwischen Zwei Graphen

Schnittpunkte berechnen:

$f(x) = g(x)$ Funktionen gleichsetzen

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ In Mitternachtsformel einfügen

$x1 = \cdots$

$x2 = \cdots$

Differenzfunktion:

$f(x) - g(x)$ Ausmultiplizieren und vereinfachen

In Flächenformel einsetzen:

$A = \left|\int_{x1}^{x2} f(x) - g(x)dx\right|$ Aufleiten und Grenzwerte x2 und einmal x1 einsetzen

$A = |[x2] - [x1]|$ und voneinander abziehen

Wenn mehrere Abschnitte dann getrennt errechnen und danach zusammenrechnen.

Bisektion

Intervall finden:

$f(x)$ 0 und 1 einsetzen

$f(0)\ im -$ und $f(1)\ im +$ dann Schnittpunkt dazwischen wenn nicht höherer Abstand wählen

Mitte finden:

$x = \frac{x1 + x2}{2}$

Bisektion:

x in Funktion einsetzen

- = Im oberen intervall

+ = Im unterer intervall

Bernulli Trick

$S_n = \sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

n = Anzahl Glieder

(k = 1) = Startglied

Arythemtische Element(gauss):

$a_n = a_k + (n - k) * d$

a_k = bekanntes Element der Folge

a_n = Gesuchtes Element der Folge

n = Index des gesuchten Glieds (wievieltes Glied?)

k = Index des gegebenen Glieds (wievieltes Glied?)

d = Differenz zwischen den Gliedern

Geometrisches Element :

$a_n = a_k * q^{k-n}$

q = Multiplikationsfaktor

Abszisse und Ordinate :

Abszisse = x

Ordinate = Y

Mitternachtsformel :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Arythemtische Summenformel :

$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1) * d)$

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

S_n = Summe

a_1 = Erstes Glied

a_n = Lestes Glied

d = Differenz zwischen den Gliedern

Geometrische Folge:

Endliche Summe ($q \neq 1$)

$S_n = a_1 * \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Endliche Summe (q=1)

$S_n = a_1 * n$

Unendliche Summe

$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$

q = $\frac{2Block}{1Block}$

Maj. und Min. Randenregel

Minorantenregel anwenden (Div.)

Reihe verkleinern, im Nenner + Zahlen weglassen, Nenner – Zahlen lassen

Majorantenregel anwenden (Konv.):

Reihe vergrössern, im Zähler + Zahlen weglassen, Zähler – Zahlen lassen

Fixpunktiteration

- Gleichung nach einem x umformen
- Startwert einsetzen
- Ausrechnen
- Neuer Wert als x nehmen
- Widerholen für genaues Ergebnis

Binomischer Lehrsatz

$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} * a^{n-k} * b^k$

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! * k!}$

Formen v. Funktionen

Normalform: $ax^2 + bx + c$

Nullst.Form: $a(x - x1)(x - x2)$

ScheitelP.Form: $a(x - xs)^2 + ys$

Taschenrechner

$log_x y = \log y \div \log x$

Differentialquotienz

$f'(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x0+\Delta x)-f(x0)}{\Delta x}$

$f'(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{x1 \to x0} \frac{f(x1)-f(x0)}{x1-x0}$

Δx = kleiner Abstand zweier Punkte einer Funktion

$x0$ = gegebener Punkt auf der Funktion

$x1$ = Punkt in der Nähe von x0 auf der Funktion

Funktion $f(x)$	Ableitung $f'(x)$	Bemerkung
e^x	e^x	Die Ableitung von e^x bleibt e^x.
e^{kx}	ke^{kx}	k ist eine Konstante.
a^x	$a^x \ln(a)$	Für $a > 0$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	Gilt nur für $x > 0$.
$\log_a(x)$	$\frac{1}{x\ln(a)}$	Basis $a > 0$, $a \neq 1$.
$\sin(x)$	$\cos(x)$	Ableitung der Sinusfunktion.
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	Ableitung der Kosinusfunktion.
$\tan(x)$	$\sec^2(x)$	Gilt nur für $x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$.
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	Für $-1 < x < 1$.
$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	Für $-1 < x < 1$.
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	Gilt für alle x.
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	Ableitung der Hyperbelfunktion sinh.
$\cosh(x)$	$\sinh(x)$	Ableitung der Hyperbelfunktion cosh.
(	x	)
x^n für $n \in \mathbb{Q}$	nx^{n-1}	Gilt für rationale Exponenten n.

Funktion $f(x)$	Aufleitung $F(x)$	Bemerkung
e^x	$e^x + C$	Die Stammfunktion von e^x bleibt e^x.
e^{kx}	$\frac{1}{k}e^{kx} + C$	$k \neq 0$; Konstante k in Exponenten.
$\frac{1}{x}$	(\ln	x
$\ln(x)$	$x\ln(x) - x + C$	Partielles Integrieren.
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$	Stammfunktion der Sinusfunktion.
$\cos(x)$	$\sin(x) + C$	Stammfunktion der Kosinusfunktion.
$\sec^2(x)$	$\tan(x) + C$	Ableitung von $\tan(x)$ führt zu $\sec^2(x)$.
$\csc^2(x)$	$-\cot(x) + C$	Ableitung von $\cot(x)$ führt zu $-\csc^2(x)$.
$\sec(x)\tan(x)$	$\sec(x) + C$	Ableitung von $\sec(x)$ ergibt $\sec(x)\tan(x)$.
$\csc(x)\cot(x)$	$-\csc(x) + C$	Ableitung von $\csc(x)$ ergibt $-\csc(x)\cot(x)$.
$\frac{1}{x^2+1}$	$\arctan(x) + C$	Aufleitung der Funktion $\frac{1}{x^2+1}$.
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x) + C$	Für (
$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	(\ln	x + \sqrt{x^2 - 1}
$\sinh(x)$	$\cosh(x) + C$	Aufleitung der Hyperbelfunktion sinh.
$\cosh(x)$	$\sinh(x) + C$	Aufleitung der Hyperbelfunktion cosh.
x^n für $n \neq -1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	Potenzregel für Aufleitung, für $n \neq -1$.

Betragsgleichungen

$f(x)^2 = g(x)^2$ Quadrieren um Betragsstriche los zu werden

Ausmultiplizieren und lösungen für x finden

Lösung für Ungleichung: $L = \{x \in R | x1 = a, x2 = b\}$

Lineare Ersatzfunktion

$g(x) = f(x0) + f'(x0) * (x - x0)$

$g(x)$ = Gleichung der Tangente

x = gegebener Punkt auf der Funktion

$x0$ = Punkt in der Nähe x0 auf der Funktion

Lin Ersatz = Geradengleichung eines Punktes von f(x)

Zahlenmengen

Natürliche Zahlen $= N = \{1,2,3 \ldots\}$

Ganze Zahlen = $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots\}$

Rationale Zahlen = $Q = \{Z \text{ und Brüche}\}$

Reelle Zahlen = $R = \{Q \text{ mit } \pi, \sqrt{2} \text{ etc.}\}$

Imaginäre Zahlen = C = $\{z | z = x + yi, x, y \in R, i^2 = -1\} = \{i^2 = -1\}$

i nicht mit «nicht i zahlen» verrechnen

Folgen

Folgen ohne Grenzwert = divergent

Folgen mit Grenzwert = konvergent

Der Limes einer Funktion f(x) beschreibt das Verhalten der Funktion, wenn x sich einem bestimmten Wert c nähert: $\lim_{x \to c} f(x)$

Ungleichungen

$f(x) \leq g(x)$ Ungleichung als Gleichung behandeln und Lösung finden

$f(x) = g(x)$ Lösungen auf Richtigkeit prüfen durch einsetzen

Lösung für Ungleichung: $L = \{x \in R | a \leq x \leq b\}$

a = unterer x-Wert, b = oberer x-Wert

Tangentengleichung der Ersatzfunktion

$y = m * x + b$ f(x) Ableiten und in Lin.Ersatzfunktion einsetzen

$y = m(x - x0) + y0$ f(x) = lineaarisierbar, wenn dort Differenziebar

$x0$ = x-Wert bei Punkt Differenzierbar = Differenzialquotient existiert

$y0$ = y-Wert bei Punkt

Wichtige ableitungsfolgen

Biegung eines Balken:

$w'(x) = \varphi(x)$ $w(x) = Biegelinie$

$\varphi'(x) = \frac{-M(x)}{E*I}$ $\varphi(x) = Verdrehung, E * I = Biegesteifigkeit$

$M'(x) = V(x)$ $M(x) = Biegemoment$

$V'(x) = -q(x)$ $V(x) = Querkraft, q(x) = Streckenlast$

Bewegung:

$s'(t) = v(t)$ $s(t) = Strecke, v(t) = Geschwindigkeit$

$v'(t) = a(t)$ $a(t) = Beschleunigung$

Kurvendiskussion/Steckbrief:

9.1 Newtonische Tangentenverfahren

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \qquad x_n : Startwert \; selber \; definieren$$

solange machen bis konvergenz

9.4 Nullstellen

Einfach $f(\xi) = 0 \wedge f'(\xi) \neq 0$

Zweifach $f(\xi) = 0 \wedge f'(\xi) = 0 \wedge f''(\xi) \neq 0$

Dreifach $f(\xi) = 0 \wedge f'(\xi) = 0 \wedge f''(\xi) = 0 \wedge f'''(\xi) \neq 0$

9.5 Extremstellen

Bei Randwerten → Randminima & -maxima nicht vergessen.

Extremalstellen $f'(x) = 0$

Maximalstelle $f'(x) = 0 \wedge f''(x) < 0$

Minimalstelle $f'(x) = 0 \wedge f''(x) > 0$

Randminima & -maxima Intervallgrenzen

9.6 Monotonieverhalten

monoton steigend $f(x_0) \leqslant f(x_1),\ f'(x_0) \geqslant 0$

monoton fallend $f(x_0) \geqslant f(x_1),\ f'(x_0) \leqslant 0$

9.7 Krümmungsverhalten

Wendestelle $f''(x) = 0$

Sattelstelle $f'(x) = 0 \wedge f''(x) = 0$

rechtsgekrümmt, konkav $f''(x) < 0$

linksgekrümmt, konvex $f''(x) > 0$

9.8 Asymptote

$$g(x) = Asymptote$$
$$\lim_{x \to (\pm)\infty} |f(x) - g(x)| = 0$$

9.9 Symetrien und Periodizität

Achsensymetrie, Geraden $x = x_0$ $f(x_0 + x_1) = f(x_0 - x_1)$

Punktsymetrie $f(x_0 + x_1) - f(x_0) = f(x_0) - f(x_0 - x_1)$

Fundamentalperiode nur bei Bildli $p = Periode,\ p > 0$, $f(x + p) = f(x)$

Lösung:

Ordinatenpunkt (y-Schnittp.)
Abszissenschnittp.(Nullstellen)
Extrempunkt
Wendepunkt
Sattelpunkt
Symetrie

Trapezmethode

(Integrieren wenn Analytisch nicht möglich)

$\Delta x = \frac{b-a}{n}$ Bestimmen der Intervallbreite

x0,x1,x2,x3 Bestimmen der Stützstellen

$f(x0) =$ Berechnung der Funktionswerte und einsetzen

$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{\Delta x}{2} * (f(x0) + f(x1) + f(x2) \ldots f(xn-2) + (xn-1) + f(xn))$

x0 = Erster Stützwert(unterer Grenzwert)

$\Delta x = \frac{b-a}{n}$ $Breite\ der\ einzelnen\ Intervalle$

xn = letzter Stützwert (oberer Grenzwert)

Sinuns und Cos etc.

$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) * \cos(\beta) - \sin(\alpha) * \sin(\beta)$

- $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$
- $\tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$
- $1 + \tan^2\varphi = \frac{1}{\cos^2\varphi}$

Symetrie:

Symetrisch zu y-Achse = nur gerade Potenzen

Wendepunkt

f''(x) = 0

Sattelpunkt

f'(x) = 0

f''(x) = 0

Bernulli de Hopital:

Wenn: lim $\frac{\infty}{\infty}$ oder $\frac{0}{0}$ $\frac{n}{0} = \infty$

$\lim_{x \to \infty} \frac{n}{n}$ oben und unten Separat ableiten bis gelöst

Lücke o. Pol

Zähler = 0 Pol

Zähler und Nenner = 0 Lücke

Pole:

Von L einsetzen = -∞/∞

Von R einsetzen = -∞/∞

Gerader Pol = beide gleich

Ungerder Pol = nicht gleich