

Grundbegriffe

Ladung $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

Anz. elektronen $n_e = \frac{Q}{e}$

masse elektron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Stromdichte $J = \frac{I}{A}$

Driftgeschw. elektron $v_d = \frac{J}{n \cdot e}$

Geschwindigkeit im E-feld $v = \sqrt{\frac{2e U_W}{m}}$

Spannung aus spez. Widerstand + Stromdichte

$$U = \rho \cdot [\cdot]$$

$\rho = \text{spez. Widerstand } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

Temperaturabhängigkeit

$$\rho(T) = \rho_{20} (1 + \alpha_{20} (T - 293 \text{ K}))$$

$$R(T) = R_{20} (1 + \alpha_{20} (T - 293 \text{ K}))$$

bei hohen ΔT :

$$\rho(T) = \rho_{20} (1 + \alpha_{20} \cdot (T - 293 \text{ K}) + \beta_{20} (T - 293 \text{ K})^2)$$

$$R(T) = R_{20} (1 + \alpha_{20} \cdot (T - 293 \text{ K}) + \beta_{20} (T - 293 \text{ K})^2)$$

Dioden → Shockley-Gleichung

$$I(U) = I_s \cdot \left(e^{\underbrace{\left(\frac{e \cdot U}{k_B \cdot T} \right)}_{\text{eulersche Zahl}}} - 1 \right)$$

$I_s = \text{Sperrstrom}$

$e = \text{elementarladung } 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

$U_T \text{ bei } 293 \text{ K } (20^\circ \text{C}) = \underline{25,8 \text{ mV}}$

oder

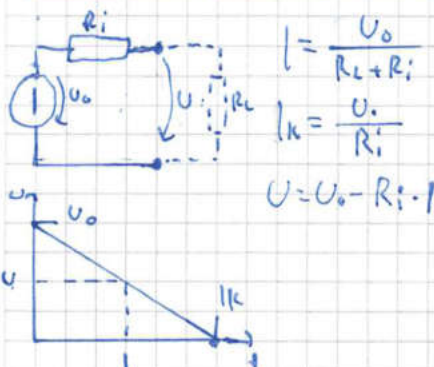
$$I(U) = I_s \left(e^{\underbrace{\left(\frac{U}{U_T} \right)}_{\text{eulersche Zahl}}} - 1 \right)$$

$U = \text{Angelegte Spannung}$

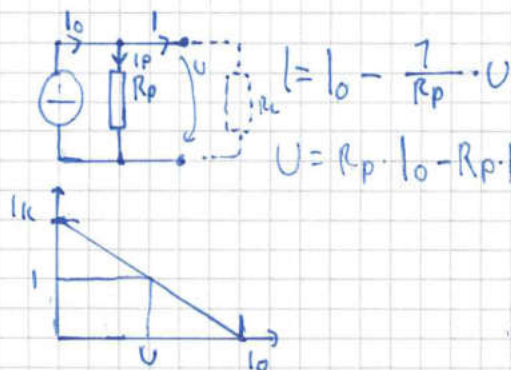
$T = \text{Temp. in K } (^{\circ}\text{C} + 273,15)$

$k_B = \text{Boltzmann-Konstante} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Spannungsquelle (real)



Stromquelle (real)



Äquivalenz

$\rightarrow R_s = R_p = R_i$

$\rightarrow U_0 = R_i \cdot I_0$

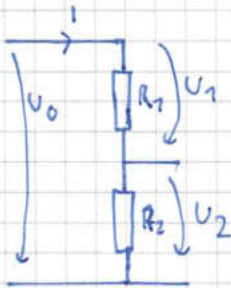
Superpositionsprinzip

Schaltung für jede Quelle einzeln berechnen
 Spannungsquelle $\rightarrow I_k$
 Stromquelle $\rightarrow$: offen

Spannungsteiler

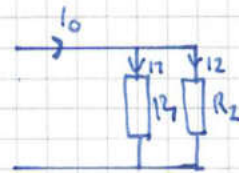
$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_0$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0$$



Stromteiler

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_0$$



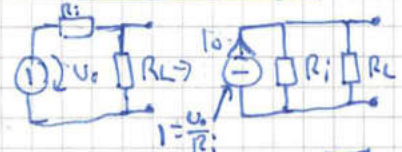
Schaltungsanalyse mit mehreren Strom/Spannungsquellen Umformung

→ Quelle entfernen $\rightarrow$ Strom: offen
 $\rightarrow$ Spannung: K.S.

→ Schaltung berechnen

→ andere Quelle einsetzen

→ berechnen, Werte addieren



$$I_0 = U_0 / R_i$$

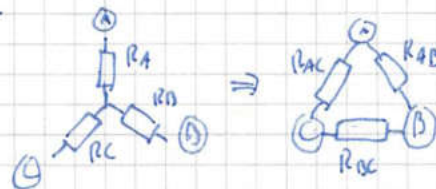
$$U_{02} = U_0 \cdot \frac{R_i \parallel R_L}{R_i}$$

Stern-dreieck-Transformation

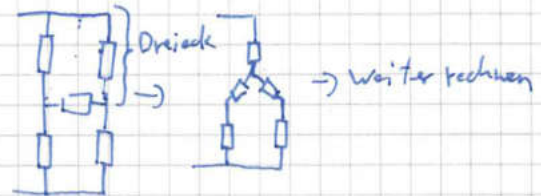
Stern $\rightarrow$ dreieck

$$\hat{R} = R_a \cdot R_b + R_a \cdot R_c + R_b \cdot R_c$$

$$R_{AB} = \frac{\hat{R}}{R_c} \quad R_{AC} = \frac{\hat{R}}{R_b} \quad R_{BC} = \frac{\hat{R}}{R_a}$$



Bsp. Wheatstone - Brücke



$$\hat{R} = R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}$$

$$R_a = \frac{R_{AB} \cdot R_{AC}}{\hat{R}} \quad R_b = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{\hat{R}} \quad R_c = \frac{R_{AC} \cdot R_{BC}}{\hat{R}}$$

Leistung (+optimierung)

$$P_{ges} = \frac{U_0^2}{R_i + R_L} \quad P_L = \frac{R_L}{(R_i + R_L)^2} \cdot U_0^2$$

$$\eta = \frac{P_L}{P_{tot}} = \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

Leistung nach Spannungshöhen

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2$$

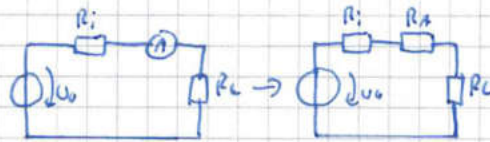
Stromreduktion

$$I_2 = \sqrt{\eta \cdot I_1^2}$$

Messung elektrischer Grössen (Strommessung)

Abs. Messfehler

$$\Delta I = -\frac{R_A}{(R_i + R_L + R_A)(R_i + R_L)} \cdot U_0$$



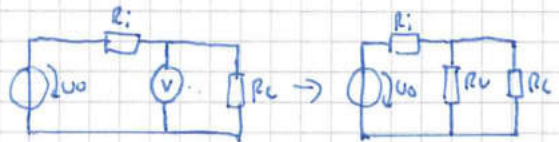
relativer Fehler

$$\delta I = \frac{\Delta I}{I} = -\frac{R_A}{R_i + R_L + R_A}$$

Spannungsmessung

Abs. Messfehler

$$\Delta U = U_m - U = -\frac{(R_L^{-1} + R_i^{-1})^{-1}}{R_v + (R_L^{-1} + R_i^{-1})^{-1}} \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L} \cdot U_0$$



rel. Messfehler

$$\delta U = \frac{\Delta U}{U} = -\frac{(R_L^{-1} + R_i^{-1})^{-1}}{R_v + (R_L^{-1} + R_i^{-1})^{-1}}$$

Messung mit Shunt (Strom)

$$I_{\text{max}} = \frac{R_{\text{parallel}}}{R_A + R_{\text{parallel}}} \cdot I_0$$



(Spannung)

$$R_s = \frac{R_v (U_n - U_v)}{U_v} \cdot \frac{U_s}{U_v} \cdot U_n$$

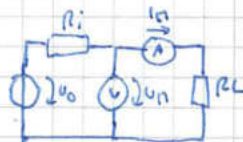
Spannungsfehlerschaltung

Abs. Messfehler

$$\Delta R = R_n - R_L = R_A$$

rel. Messfehler

$$\delta R = \frac{\Delta R}{R_L} = \frac{R_A}{R_L}$$



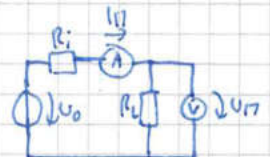
$$\Delta P = P_n - P_L = R_A \cdot I_L^2 \quad \text{grosse } R$$

$$\delta P = \frac{\Delta P}{P_L} = \frac{R_A}{R_L}$$

Stromfehlerschaltung

$$\Delta R = -\frac{R_L^2}{R_L + R_v}$$

$$\delta R = \frac{\Delta R}{R_L} = -\frac{R_L}{R_L + R_v}$$



kleine R

$$\Delta P = U_L^2 \cdot \frac{R_L}{R_L \cdot R_v} = \frac{U_L^2}{R_v}$$

$$\delta = \frac{\Delta P}{P_L} = \frac{R_L}{R_v}$$

Belasteter Spannungsteiler

$$R_i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}$$

Kondensator

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

gespeicherte Energie:

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

Reihenschaltung

$$\frac{1}{C_{ges.}} = (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots)^{-1}$$

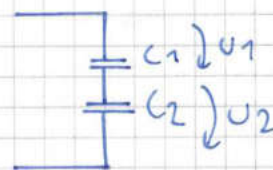
Parallelschaltung

$$C_{ges.} = C_1 + C_2 + C_3 \dots$$

Kapazitiver Spannungsteiler

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_0$$

$$U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_0$$



Entladezeit eines Kondensators

$$\tau = R \cdot C$$

Spannung:

$$U_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Ladung:

$$q(t) = C \cdot U_C(t) = C \cdot U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Strom:

$$i(t) = -\frac{C \cdot U_0}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Energie:

$$W(t) = \frac{1}{2} C U_0^2 e^{-2\frac{t}{\tau}} = W_0 \cdot e^{-2\frac{t}{\tau}}$$

Laden

Spannung:

$$U_C = U_q \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

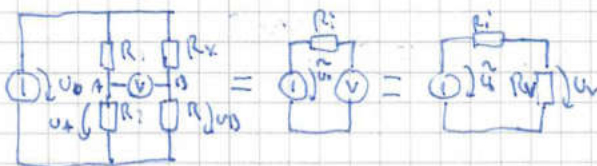
Ladung:

$$q(t) = C \cdot U_q \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Strom:

$$i(t) = \frac{U_q}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Wheatstone-Brücke



$$R_x = R + \Delta R$$

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + R_1} U_0 - \frac{R_4}{R_4 + R_3} U_0$$

$$\tilde{U}_0 = \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{R + R_x} \right) = \frac{U_0}{2} - \frac{R_x - R}{R_x + R}$$

$$R_i = \frac{R}{2} + \frac{R(R + \Delta R)}{2R + \Delta R}$$

$$U_d = \tilde{U}_0 \cdot \frac{R_V}{R_i + R_V}$$

Alternativ:

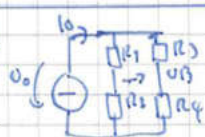
$$\text{Halbbrücke: } U_d \approx \frac{U_0}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R}$$

$$\text{Vollbrücke: } U_d \approx U_0 \cdot \frac{\Delta R}{R}$$

Stromgespeiserte Wheatstone-Brücke

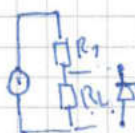
$$U_0 = I_0 \cdot \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$U_{AB} = I_0 \cdot \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

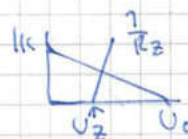


Nichtlineare Schaltungen

1) ESB (nur linearer Elemente)



2) Knotenlinien eintragen



U_z und R_2 sind angegeben

$$k(u) = \frac{1}{R_2} (U - U_z)$$

Arbeitspunkt:

$$k - \frac{1}{R_2} \cdot U_{AP} = \frac{1}{R_2} (U_{AP} - U_z)$$

$$\hookrightarrow U_{AP} = \frac{k \cdot R_2 + U_z}{2}$$

$$\hookrightarrow U_z = 2U_{AP} - k \cdot R_2$$

Superpositionsprinzip

Schaltung mit Quellen einzeln

Stromquelle $\phi \rightarrow$:

Spannungsquelle $\phi \rightarrow$: