

MechanikDurchschnittsgeschwindigkeit $\bar{v}$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} \right)$$

Momentangeschwindigkeit v

x nach t ableiten $\rightarrow$ z.B. $x(t) = 2\cos(t) + 3t$
 (Weg) (Zeit) $\hookrightarrow x'(t) = -2\sin(t) + 3$

Durchschnittsbeschleunigung $\bar{a}$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{Änderung der Gesch.}}{\text{Zeit}} \right)$$

Momentanbeschleunigung a

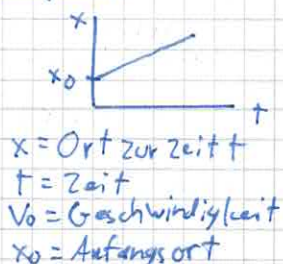
v nach t ableiten $\rightarrow$ z.B. $x(t) = 2\cos(t) + 3t$
 $\hookrightarrow x$ doppelt nach t ableiten $\hookrightarrow x'(t) = -2\sin(t) + 3$
 $\hookrightarrow x''(t) = -2\cos(t)$

Gleichförmige Bewegung

$$x = v_0 \cdot t + x_0$$

$$v_0 = \frac{x - x_0}{t}$$

$$t = \frac{x - x_0}{v_0}$$

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$x = \frac{a \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t + x_0$$

$$v = \sqrt{2a_0 \cdot (x - x_0) + v_0^2}$$

$$x = \text{Ort zur Zeit } t$$

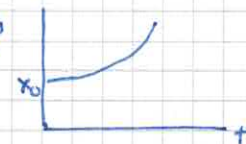
$$t = \text{Zeit}$$

$$a = \text{Beschleunigung}$$

$$v_0 = \text{Anfangsgeschwindigkeit}$$

$$v = \text{Geschwindigkeit zur Zeit } t$$

$$x_0 = \text{Anfangs Ort}$$

Ungleichmässige Bewegung

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_0 + \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt \\ v_1 &= v_0 + \int_{t_0}^{t_1} a(t) dt \end{aligned} \right\} \text{Integrieren}$$

$$x_0 = \text{Anfangs Ort}$$

$$x_1 = \text{Ort zur Zeit } t$$

$$v_1 = \text{Anfangsgeschwindigkeit}$$

$$v_0 = \text{Geschwindigkeit zur Zeit } t$$

$$\int_b^a f(x) dx \xrightarrow{\text{auf-leiten}} [F(x)]_b^a$$

$$A = |F(a)| + |F(b)|$$

Freier Fall

$$v_g = g \cdot t_{\text{fall}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{\text{fall}}}$$

Dynamik

Bewegungsgesetz

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Kraft in N

Masse in kg

Beschl. in m/s^2

Gravitationsgesetz

$$\vec{F}_{AB} = -G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

G = Gravitationskonstante $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

M = Masse vom Körper A

m = Masse vom Körper B

r = Abstand der Körper zueinander

Fluchtgeschwindigkeit

$$v_F = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{r}}$$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

M = Masse dominanter Körper

r = Radius dieses Körpers

Coulombgesetz

$$\vec{F}_C = k \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

k = Naturkonstante $= 8,988 \cdot 10^9 \frac{\text{V} \cdot \text{m}}{\text{As}}$

Q = Elektr. Ladung A

q = Elektr. Ladung B

r = Abstand der Körper zueinander

Federkraft

$$F = -k \cdot x$$

k = Federkonstante

x = Ausdehnung der Feder

Reibung

$$F_H = \mu_H \cdot F_N$$

$$F_{gl} = \mu_{gl} \cdot F_N$$

F_H = Haftreibung

μ_H = Koeffizient

F_N = Normalkraft

F_{gl} = Gleitreibung

μ_{gl} = Koeffizient

F_N = Normalkraft

Viskose Reibung auf eine Kugel

$$F_r = -6\pi\eta r v$$

η = dyn. Viskosität

r = Kugelradius

v = Geschwindigkeit der Kugel
(im Fluid)

$$\text{oder: } F_r = -\gamma m v$$

$$\gamma = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r}{m}$$

Widerstandskraft auf turbulentumströmte Körper

$$F_w = c_w \frac{\rho}{2} A v^2$$

c_w = Widerstandsbeiwert

ρ = Dichte des Fluids

A = Querschnitt des Körpers

v = Geschwindigkeit der Kugel im Fluid

Auftriebskraft

$$F_A = \rho_{fl} V_k \cdot g = m_{verd} \cdot g$$

ρ_{fl} = Dichte der Flüssigkeit

V_k = Volumen des Körpers im Fluid

g = Fallbeschleunigung

m_{verd} = Masse der verdrängten Flüssigkeit

Dynamik (2)

Stationäre Endgeschwindigkeit

$$v_E = \frac{q}{\eta} = \frac{m \cdot g}{6\pi \eta r}$$

m = Masse

g = Erdbeschleunigung

r = Kugelradius

η = dynamische Viskosität

Endgeschwindigkeit bei turbulenter Strömung

$$v_E = \sqrt{\frac{2mg}{c_w A \rho}}$$

m = Masse der Kugel

g = Erdbeschleunigung

c_w = Widerstandsbeiwert

A = Körperquerschnitt

ρ = Dichte der Flüssigkeit

Feder schwinger

$$x(t) = X_0 \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

x = momentane Auslenkung

X_0 = max. Auslenkung

ω_0 = Kreisfrequenz

φ_0 = Nullphasenwinkel

k = Federkonstante

m = Masse des Pendelkörpers

T = Schwingungsdauer = $\frac{1}{f}$

Fadenpendel

$$x(t) = X_0 \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

g = Erdbeschl.

L = Pendellänge

φ_0 = Nullphasenwinkel

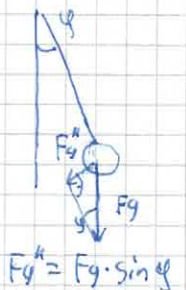
$$v(t) = -X_0 \cdot \omega_0 \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$$

$$a(t) = -X_0 \cdot \omega_0^2 \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$$

$$b = \frac{\pi \cdot L \cdot \alpha}{180^\circ}$$

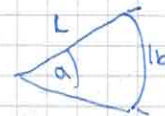
meist redundant

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{L}}}$$



$$\varphi = \frac{x(t)}{L}$$

$$X_0 = \varphi_{\max} \cdot L$$



Radialkraft

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

m = Masse

v = Geschwindigkeit

r = Radius

Satellitenbewegung

$$\underbrace{G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}}_{F_g} = \underbrace{m \cdot \frac{v^2}{r}}_{F_z}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2 \cdot \text{s}^2}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

T = Umlaufdauer

r = Radius (Höhe)

$$\text{Fluchtgesch.: } \underbrace{G \cdot \frac{m \cdot M}{r}}_{E_{\text{grav. (boden)}}} + \underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{E_v}$$

Umlaufzeit und Geschwindigkeit

$$T = \sqrt{\frac{(R+H)^3}{G \cdot M}} \cdot 2\pi$$

T = Umlaufzeit

R = Erdradius = 6378 km

H = Höhe des Satelliten

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2 \cdot \text{s}^2}$$

M = Masse der Erde = $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{(R+H)}}$$

Arbeit und Energie

Bewegungsenergie

$$E_k = \frac{m}{2} v^2$$

m = Masse

v = Geschwindigkeit

Lageenergie

$$W = F_g \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Spannarbeit

$$W_s = \frac{F \cdot s}{2}$$

Arbeit einer Kraft

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

W in Joule

Arbeit einer variablen Kraft

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}_k(\vec{r}(t)) \cdot d\vec{r}$$

r_1 = Anfangsort

r_2 = Endort

$$W_{12} = T_2 - T_1$$

Arbeit Energien am
 Punkt 2 Punkt 1

Pot. Energie der Schwerkraft

$$V_G = -G \frac{Mm}{r}$$

G = Grav. konst. $\approx 6,67 \cdot 10^{-11}$

M = Masse Körper 1

m = Masse Körper 2

r = Abstand

Pot. Energie einer Feder

$$V_F = \frac{k}{2} x^2$$

k = Feder konst.

x = Federdehnung

Elektrische Ladungen

$$V_c = k \cdot \frac{Qq}{r}$$

k = Prop. konst. $= 8,988 \cdot 10^9 \frac{Vs}{Am}$

Q = Ladung Körper 1

q = Ladung Körper 2

Pot. Lageenergie an der Erdoberfläche

$$V_s = m \cdot g \cdot h$$

Reibungsarbeit

$$W_{rib} = F_r \cdot s = \mu \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ = m \cdot g}}{F_N} \cdot s = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot s$$

Impuls

Schwerpunkt bestimmen:

$$x_s = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} \quad \left. \vphantom{x_s} \right\} \text{Dasselbe mit } x_s, y_s, z_s, \text{ etc.}$$

m = Masse in kg

x = Distanz vom Ursprung

Stöße: (vollkommen elastisch)

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2 \rightarrow \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 = \frac{m_1}{2} u_1^2 + \frac{m_2}{2} u_2^2$$

↳ dasselbe mit Energien

v = Geschwindigkeit vor dem Stoß

u = Geschwindigkeit nach dem Stoß

andere Schreibweise: $\vec{u}_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot \vec{v}_2 + \frac{2m_1}{m_2 + m_1} \cdot \vec{v}_1$ } für $\vec{u}_1$ Index von m_x und $\vec{v}_x$ ändern

Spezialfall: gleiche Massen:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u}_1 = \vec{v}_2 \\ \vec{u}_2 = \vec{v}_1 \end{array} \right\} \text{Tauschen der Geschwindigkeiten}$$

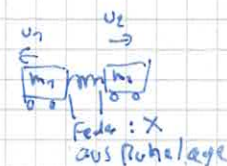
Spezialfall: $m_2 \gg m_1$

$$\begin{array}{l} u_1 \approx 2v_2 - v_1 \\ u_2 \approx v_2 \end{array}$$

Vollkommen unelastischer Stoß

(Körper kleben nach Stoß zusammen)

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$



$$u_1 = x \sqrt{\frac{k \cdot m_2}{m_1(m_1 + m_2)}}$$

Energieverlust beim unelastischen Stoß

→ Berechnen der Abwärme

$$\Delta E = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 - \frac{(m_1 + m_2)}{2} u^2 = \frac{m_1 \cdot m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$$

Einfall- und Abprallwinkel

$$\cos \varphi_r = \frac{\cos \varphi_i}{\sqrt{\text{Faktor Energieerhalt}}}$$

Definitionen

$$p = m \cdot v \quad E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{2m}$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Impulserhaltung

$$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = 0, \quad m_1 \cdot v = m_2 \cdot u$$

Reflexionsgesetz

$$\cos \varphi_r = \frac{\cos \varphi_i}{\sqrt{\text{Faktor Energieerhalt}}}$$

→ auf Δv achten
 v_2 kann in andere Richtung sein

$$v_2 = \Delta v \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

Ableitung

$f(x)$	$f'(x)$
$c = \text{const}$	0
x	1
$a \cdot x$	a
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
$a \cdot \sin(x)$	$a \cdot \cos(x)$
$a \cdot \cos(x)$	$-a \cdot \sin(x)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$e^{x \cdot h}$	$h \cdot e^{x \cdot h}$

 $\ln(g(x))$ $\frac{1}{g(x)} \cdot g'(x)$

Funktion	Ableitung	Regel
$(f(x) + g(x))$	$f'(x) + g'(x)$	Summenregel
$(f(x) \cdot g(x))$	$(f'(x) \cdot g(x)) + (f(x) \cdot g'(x))$	Produktregel
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g(x)^2}$	Quotientenregel
$[f(g(x))]$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$	Kettenregel

$$(g \pm h)' = g' \pm h'$$

$$(g \cdot h)' = g' \cdot h + g \cdot h'$$

$$\left(\frac{g}{h}\right)' = \frac{g' \cdot h - g \cdot h'}{h^2}$$

$$(g(h(x)))' = g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

Stammfunktion

Funktion $f(x)$	Stammfunktion $F(x)$
x^n	$\frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
$x^1 = x$	$\frac{1}{2} x^2 + c$
$2x$	$x^2 + c$
e^x	$e^x + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$