

Hydrostatische Grundgleichung

$$p(z) = p_{\infty} + \rho \cdot g \cdot z \cdot (A)$$

$p(z)$ = Tiefendruck [P_0]
 p_{∞} = Umgebungsdruck [P_0]
 $G = g$ = Gravitationskraft [$\frac{N}{kg}$]
 ρ = Dichte [$\frac{kg}{m^3}$]
 z = Tiefe [m]
 z.B. H_2O

U-Rohr Manometer (statisch)

$$p_L = p_1 + \rho \cdot g \cdot (z_1 - x)$$

$$p_R = p_2 + \rho \cdot g \cdot (z_2 - x)$$

$$p_L = p_R$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho \cdot g \cdot (z_2 - x - z_1 + x)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Massenstrom

$$\dot{m} = \rho \cdot w \cdot A = \text{const.}$$

w = Geschw. [$\frac{m}{s}$]
 A = Fläche [m^2]
 $\dot{m}$ = Massenstr. [$\frac{kg}{s}$]

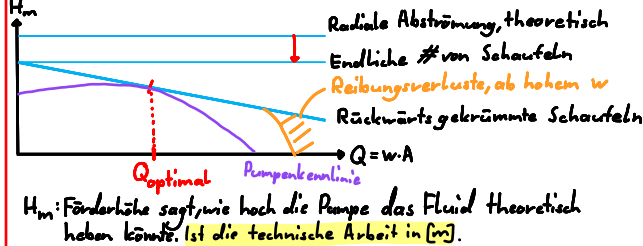
Volumenstrom

$$Q = w \cdot A$$

$w_1 A_1 = w_2 A_2$
 $\Rightarrow Q_1 = Q_2$

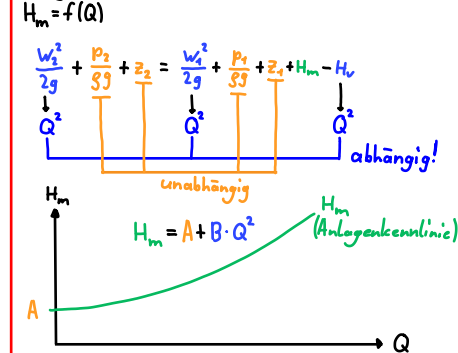
Pumpenkennlinie

↳ zeigt, wie viel Höhe die Pumpe bei welchem Durchfluss noch schafft.



Anlagenkennlinie (aus Energiesatz)

↳ zeigt, wie viel Höhe das System bei welchem Durchfluss noch braucht.

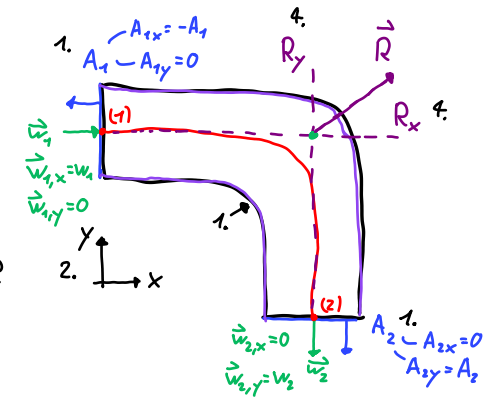


Leistungsaufnahme Pumpe

$$P = \frac{P_{\text{mech}}}{\eta} \quad \text{Leistung [W]}$$

Impulssatz

1. Kontrollfläche definieren in frei und starr
2. Koordinatensystem definieren
3. Vorzeichen der Terme bestimmen
 - a) Q wird negativ bei Einstömen
 - b) Stützkraft F_s wirkt auf das Fluid, die Reaktionskraft R entgegengesetzt $F_s = -R$
 - c) Vektorkomponenten sind positiv, wenn sie in Koordinatenrichtung zeigen
4. Kräfteplan für die Wirkungslinie der Reaktionskraft aufstellen



$$\iint_K (\rho \vec{w}) \cdot \vec{w} \cdot d\vec{A} = \vec{F}_K + \vec{F}_p + \vec{F}_s$$

$\vec{F}_K$: Kraftfeld/Volumenkraft
 $\vec{F}_K = \iiint_V \vec{k} dV = \iiint_V \rho \vec{g} dV \Rightarrow$ wirkt nur in $\vec{z}$
 $\vec{F}_p$: Druckkraft an freien Flächen
 $\vec{F}_p = -\iint p d\vec{A}$
 $\vec{F}_s$: Stützkraft von festen Oberflächen
 $\vec{F}_s = \iint \vec{s} dO \Rightarrow -\vec{F}_s = \vec{R}$

$$\iint_A \rho w_x (w \cdot d\vec{A} \cdot \cos \theta) = \vec{F}_{Kx} - \iint_A p dA_x - R_x$$

$$\rho w_{1x} (-w_1 A_1) + \rho w_{2x} (w_2 A_2) = -p_1 (-A_{1x}) - p_2 (A_{2x}) - R_x$$

$$\Rightarrow R_x = \rho w_1^2 A_1 + p_1 A_1$$

$$\iint_A \rho w_y (w \cdot d\vec{A} \cdot \cos \theta) = \vec{F}_{Ky} - \iint_A p dA_y - R_y$$

$$\rho w_{1y} (-w_1 A_1) + \rho w_{2y} (w_2 A_2) = -p_1 (A_{1y}) - p_2 (-A_{2y}) - R_y$$

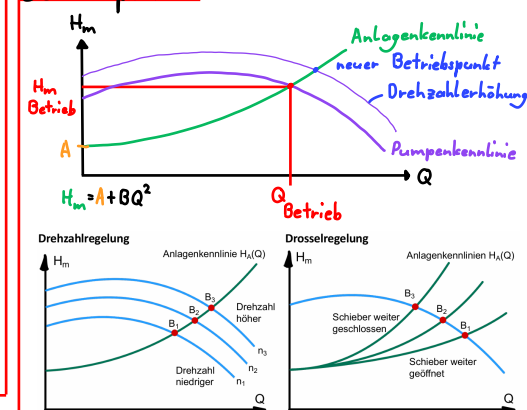
$$\Rightarrow R_y = \rho w_2^2 A_2 + p_2 A_2$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Druck

$$p = \frac{F}{A} + p_0$$

Betriebspunkt



Affinitätsgesetze für drehzahlgeregelte Kreiselpumpe

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{H_{m2}}{H_{m1}} \approx \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

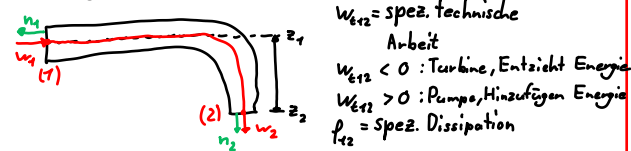
$$\frac{P_2}{P_1} \approx \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3$$

Einheiten:	Zeichen:	Umrechnung:
Kubikmeter	m^3	$1 m^3 = 1000 dm^3$
Kubikdezimeter	dm^3	$1 dm^3 = 1000 cm^3$
Kubikzentimeter	cm^3	$1 cm^3 = 1000 mm^3$
Kubikmillimeter	mm^3	
Liter	l	$1 l = 1 dm^3$
Milliliter	ml	$1 ml = 1 cm^3$

Einheit	ln $\frac{kg \cdot m}{s^2}$
$1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$	1
$1 \frac{N}{m^2}$	1000
$1 \frac{N}{m^2}$	1
$1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$	1000
$1 \frac{N}{m^2}$	$1 \cdot 10^6$

Energiesatz

$$\frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + w_{\text{t12}} - p_{\text{t2}} \quad \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$



Druckform (Avidik)

$$\underbrace{\frac{w_1^2}{2}}_{\text{Staudruck}} + \underbrace{p_1}_{\text{statischer Druck}} + g z_1 = \underbrace{\frac{w_2^2}{2} + p_2 + g z_2}_{\text{Totaldruck}} - \underbrace{\Delta p_g}_{\text{Totaldruckverlust}} \quad [\text{Pa}]$$

$\Delta p_g = \rho \cdot g \cdot H_m$

Höhenform (Pumpen)

$$\underbrace{\frac{w_1^2}{2g}}_{\text{Geschwindigkeitshöhe}} + \underbrace{\frac{p_1}{\rho g}}_{\text{Druckhöhe/Manometer}} + z_1 = \underbrace{\frac{w_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2}_{\text{geodätische Höhe}} + \underbrace{\frac{w_{\text{t12}}}{g}}_{\text{Verlusthöhe}} - \underbrace{h_v}_{\text{Verlusthöhe}} \quad [\text{m}]$$

H_m : Manometrische Förderhöhe

(Staupunktströmung)

$$\frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + w_{\text{t12}} - p_{\text{t2}}$$

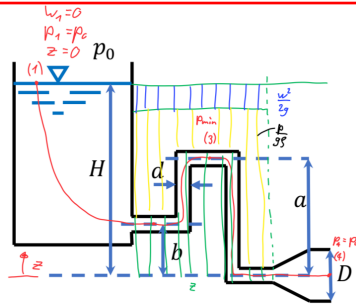
Pitotrohr

$$p_t = \frac{w_\infty^2}{2} + p_\infty$$

$$w_\infty = \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_t - p_\infty)}$$

p_{min} herausfinden

1. Höhenform einzeichnen
2. Druck vergleichen



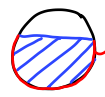
Dynamischer Druck/Staudruck

$$p_{\text{stau}} = \frac{1}{2} \rho w^2$$

Reibungsbehaftete Strömung (inkompressibel)

$$\frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + w_{\text{t12}} - p_{\text{t2}}$$

$$\left(\underbrace{p_{\text{t2}} = \frac{\Delta p_g}{\rho}}_{\text{Energieform}} = \underbrace{g \cdot h_v}_{\text{Höhenform}} \right)$$



p_{t2} : spez. Dissipation

ζ : Zeta-Wert

τ_w : Tau-Wand/Schubspannung $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

d_h : Hydraulischer Durchmesser

λ : Rohrreibungszahl (oft 16400)

L : Rohrlänge

U : benetzter Umfang

P_R : Reibleistung

F_R : Reibkraft

$$p_{\text{t2}} \sim \frac{w^2}{2} \Rightarrow p_{\text{t2}} = \zeta \frac{w^2}{2}$$

$$\zeta = \frac{8 \cdot \tau_w}{\rho w^2} \cdot \frac{L}{d_h} = \lambda \cdot \frac{L}{d_h}$$

$$d_h = \frac{4 \cdot A}{U}$$

$$P_R = F_R \cdot w$$

$$F_R = \tau_w \cdot U \cdot L$$

$$P_R = \tau_w \cdot U \cdot L \cdot w$$

$$P_R = \tau_w \cdot \frac{4A}{d_h} \cdot L \cdot w = \lambda \cdot \frac{L}{d_h} \cdot \rho \cdot w^3 \cdot A = \rho \cdot w^3 \cdot A \cdot \lambda \cdot \frac{L}{d_h}$$

$$P_{R_{\text{ges}}} = P_{R,1} + P_{R,2} + P_{R,n}$$

Reynoldszahl

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{\rho w d}{\mu}$$

d : charakteristische Länge
 ν : kin. Viskosität
 μ : dynamische Viskosität

Nutzleistung P

$$P_{\text{nute}} = \eta \cdot P_{\text{mech}} \quad P = \left[W; \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} \right]$$

Pumpe = Fluid-Verlust!

Kraft

$$F = \tau \cdot A = \eta \frac{w}{h} \cdot L \cdot b \quad \eta: \text{Viskosität} \quad [\text{mPa}]$$

$$\tau = \eta \frac{w}{h}$$

$$F_H = pA - \rho g h$$

Eulersche Hauptgleichung für Turbomaschinen

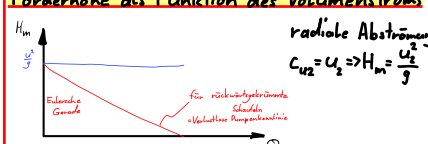
$$P_{\text{mech}} = M_s \cdot \omega$$

$$\Rightarrow P_{\text{mech}} = \dot{m} (w_2 c_{u2} - w_1 c_{u1}) = \dot{m} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

$$\frac{P_{\text{mech}}}{\dot{m}} = w_{\text{t12}} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} = y \Rightarrow \text{spez. Stutzenarbeit}$$

$$H_m = \frac{w_{\text{t12}}}{g} = \frac{u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}}{g} = \frac{y}{g}$$

Förderhöhe als Funktion des Volumenstroms



Dreh-/Drehimpulssatz

$$\iint_K (\vec{r} \times \vec{c}) \vec{c} dA = \vec{M}_k + \vec{M}_p + \vec{M}_s$$

$\vec{M}_k$: Feldmoment

$\vec{M}_p = \vec{r}_S \times \vec{F}_k$ S -Schwerpunkt $\Rightarrow$ meist = 0

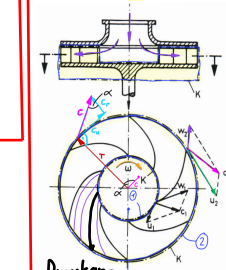
$\vec{M}_p$: Druckmoment

$$\vec{M}_p = - \iint_A (\vec{r} \times d\vec{A})$$

$\vec{M}_s$: Statmoment

$$\vec{M}_s = \iint_V (\vec{r} \times \vec{s}) dV$$

Kontrollvolumen Kreiselpumpe



Absolutgeschw.: $\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$

Umfangsgeschw.: $\vec{u} = \vec{r} \cdot \vec{\omega} = r \cdot \omega \cdot \vec{e}_\phi$

Relativgeschw.: $\vec{w}$

Winkelgeschw.: $\vec{\omega} = 2\pi n$

Volumenstrom: $Q = c_m \cdot A$

$\vec{r} \times \vec{c} = \vec{r} \cdot \vec{c} \cdot \sin \alpha = r \cdot c_u$

Druckanstieg von innen nach außen

$$\rho r_1 c_{u1} (-Q_1) + \rho r_2 c_{u2} (Q_2) = -p (\vec{r} \times d\vec{A}) + \vec{M}_s; Q_1 = Q_2$$

$$\Rightarrow M_s = \dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1})$$

Druckeinheiten und Umrechnungsfaktoren

	Pascal (Pa)	Bar (bar)	Physikalische Atmosphäre (atm)	Torr (torr)	Pfund-Kraft pro Quadratzoll (psi)
	$\equiv 1 \text{ N/m}^2$			$\equiv p_{\text{STP}}$	
				$\equiv 1 \text{ mmHg}$	$\equiv 1 \text{ lbf/in}^2$
1 Pa	1	$1,0000 \cdot 10^{-5}$	$9,8692 \cdot 10^{-6}$	$7,5006 \cdot 10^{-3}$	$1,4504 \cdot 10^{-4}$
1 bar	$1,0000 \cdot 10^5$	1	$9,8692 \cdot 10^{-1}$	$7,5006 \cdot 10^2$	$1,4504 \cdot 10^1$
1 at	$9,8067 \cdot 10^4$	$9,8067 \cdot 10^{-1}$	$9,6784 \cdot 10^{-1}$	$7,3556 \cdot 10^2$	$1,4223 \cdot 10^1$
1 atm	$1,0133 \cdot 10^5$	$1,0133 \cdot 10^0$	1	$7,6000 \cdot 10^2$	$1,4696 \cdot 10^1$
1 torr	$1,3332 \cdot 10^2$	$1,3332 \cdot 10^{-3}$	$1,3158 \cdot 10^{-3}$	1	$1,9337 \cdot 10^{-2}$
1 psi	$6,8948 \cdot 10^3$	$6,8948 \cdot 10^{-2}$	$6,8046 \cdot 10^{-2}$	$5,1715 \cdot 10^1$	1

NPSH (Net Positive Suction Head)

$\Rightarrow$ Wie viel Puffer vor der Kavitation habe ich?

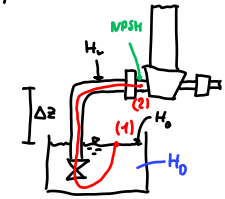
$$NPSH = \frac{p_s - p_0}{\rho g} + \frac{w_s^2}{2g} \quad p_0 = \text{Dampfdruck} \quad p_s = \text{Saugdruck}$$

$$NPSH_A = \frac{p_1 - p_0}{\rho g} - (z_s - z_1) - H_v \quad (\text{Höhenform})$$

$$NPSH_A = NPSH_R + 0,5 \text{ m}$$

$$n_s = n \cdot \sqrt{\frac{Q_{\text{opt}}}{H_{\text{opt}}^{\frac{3}{2}}}}$$

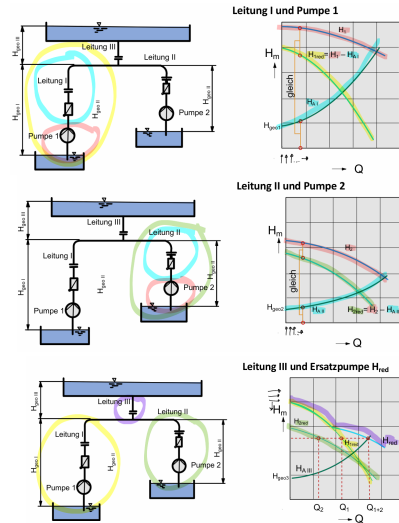
n_s : spez. Drehzahl



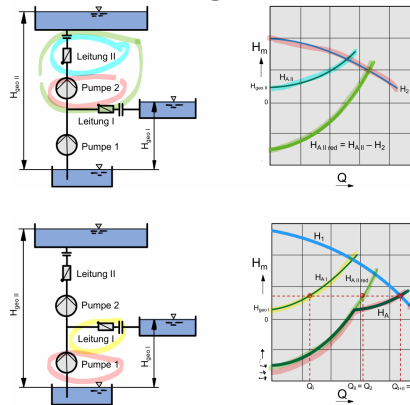
Armaturen

$$K_v = A \cdot \sqrt{\frac{2 \Delta p_0}{\rho g}} = Q \cdot \sqrt{\frac{1 \text{ bar}}{\Delta p} \cdot \frac{\rho}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

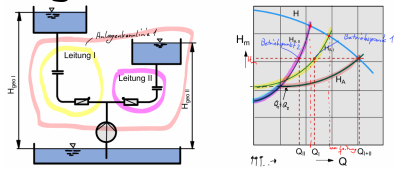
Parallelbetrieb Gemeinsame u. separate Druckleitung



Reihenbetrieb Verzweigte Rohrleitung

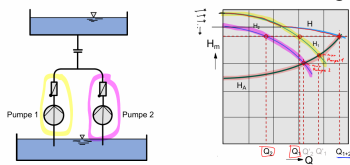


Verzweigte Druckleitung, 1 gemeinsame Pumpe



1. Anlagenkennlinie 1 u. 2 zeichnen
2. Waagrechte bei $H_{m2} = A_2$ (---)
3. Beliebiger H_m wählen u. die dazugehörigen Q_1 u. Q_2 addieren für Q_{ges} .

Parallelbetrieb Gemeinsame Druckleitung



1. H_1 u. H_2 einzeichnen
2. Q_1 u. Q_2 einzeichnen
3. Schnittpunkt Q_1 auf H_1 u. Q_2 auf H_2 gibt Q_{1+2}

Kavitation

=> Rasche Bildung u. Auflösung von Gasblasen in Flüssigkeiten

- Entsteht, wenn der statische Druck (p_{statisch}) kleiner ist, als der Dampfdruck (p_{Dampf}) der Flüssigkeit $p_i < p_0$

Folgen:

- Reduktion des wasserfördernden Querschnitts
- Erhöhte Betriebsgeräusche
- Abnutzung der Bauteile u. verkürzte Lebensdauer

