

KINEMATIK

Geschwindigkeit

Formel	Beschreibung
$\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$	Mittlere Geschwindigkeit
$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$	Momentangeschwindigkeit
$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t') dt'$	Ort aus Geschwindigkeit

Gleichförmig geradlinige Bewegung (v = const)

Formel	Beschreibung
$x(t) = v_0 t + x_0$	Ort-Zeit-Funktion
$v(t) = v_0$	Geschwindigkeit konstant
$s = v_0 \cdot t$	Weg

Beschleunigung

Formel	Beschreibung
$\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Mittlere Beschleunigung
$a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v}$	Momentanbeschleunigung

Gleichmaessig beschleunigte Bewegung (a = const)

Formel	Beschreibung
$v(t) = a_0 t + v_0$	Geschwindigkeit-Zeit
$x(t) = \frac{a_0}{2} t^2 + v_0 t + x_0$	Ort-Zeit
$v^2 = v_0^2 + 2a_0(x - x_0)$	Geschwindigkeit-Ort (ohne t)
$v^2 = v_0^2 + 2a_0 s$	Alternative Form

Wichtig! Wenn die Beschleunigung nicht konstant ist, dann muss man immer integrieren um zu v(t) und x(t) zu kommen.
 BSP: Aufgabe 79: $a = b \cdot t$ ----> a verändert sich über die Zeit. ----> $v(t) = \text{Integral}(a)$ ----> $x(t) = \text{Integral}(v(t))$
 Wenn Beschleunigung konstant, a einfach in $x(t) = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + x_0$ einsetzen.

Freier Fall / Senkrechter Wurf

Formel	Beschreibung
$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$	Fallbeschleunigung
$v(t) = -gt + v_0$	Geschwindigkeit (y nach oben)
$y(t) = -\frac{g}{2} t^2 + v_0 t + y_0$	Höhe
$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$	Wurfhöhe
$t_w = \frac{2v_0}{g}$	Wurfzeit (hin + zurueck)

Schraeger Wurf (Winkel α)

Formel	Beschreibung
$v_x = v_0 \cos \alpha$	Horizontale Geschwindigkeit
$v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt$	Vertikale Geschwindigkeit
$x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t$	Horizontale Position
$y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g}{2} t^2$	Vertikale Position
$y(x) = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$	Bahnkurve (Parabel)
$x_w = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$	Wurfweite
$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$	Maximale Hoehe
$t_w = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$	Flugzeit

Horizontaler Wurf

Formel	Beschreibung
$x(t) = v_0 \cdot t$	Horizontale Position
$y(t) = h - \frac{g}{2} t^2$	Vertikale Position
$t_{Fall} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$	Fallzeit
$x_w = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$	Wurfweite
$v_{Aufprall} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$	Aufprallgeschwindigkeit

DYNAMIK

Newtonsche Gesetze

Formel	Beschreibung
$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const}$	1. Gesetz (Traegheit)
$\vec{F} = m\vec{a}$	2. Gesetz (Bewegungsgleichung)
$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$	3. Gesetz (Wechselwirkung)

Kraftgesetze

Formel	Beschreibung
$F_G = mg$	Gewichtskraft
$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	Gravitationsgesetz
$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$	Gravitationskonstante
$F_F = -k \cdot x$	Federkraft (Hooke)
$F_{H,max} = \mu_H \cdot F_N$	Max. Haftreibung
$F_{GI} = \mu_{GI} \cdot F_N$	Gleitreibung
$\tan \alpha_{max} = \mu_H$	Reibungswinkel

Schiefe Ebene (Winkel α)

Formel	Beschreibung
$F_{\parallel} = mg \sin \alpha$	Hangabtriebskraft
$F_{\perp} = mg \cos \alpha$	Normalkraft
$a = g(\sin \alpha - \mu_{GI} \cos \alpha)$	Beschl. mit Reibung

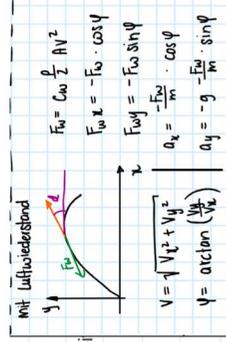
SCHWINGUNGEN

Harmonische Schwingung

Formel	Beschreibung
$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$	Auslenkung
$v(t) = -x_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$	Geschwindigkeit
$a(t) = -x_m \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$	Beschleunigung
$a = -\omega_0^2 x$	Schwingungsgleichung
$\omega_0 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	Kreisfrequenz
$v_{max} = x_m \omega_0$	Max. Geschwindigkeit
$a_{max} = x_m \omega_0^2$	Max. Beschleunigung

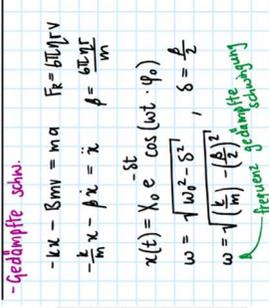
Fadenpendel (kleine Auslenkung)

Formel	Beschreibung
$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$	Kreisfrequenz
$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	Schwingungsdauer



Federschwinger

Formel	Beschreibung
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	Kreisfrequenz
$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	Schwingungsdauer
$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$	Frequenz



Gedaempfte Schwingung

Formel	Beschreibung
$x(t) = X_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$	Schwingungsfunktion
$\delta = \frac{b}{2m}$	Abklingkonstante
$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$	Kreisfrequenz gedaempft
$t_H = \frac{m}{\delta}$	Halbwertszeit

$\omega = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right) - \left(\frac{\delta}{2}\right)^2}$
 frequenz gedampfte Schwingung

Erzwungene Schwingung / Resonanz

Formel	Beschreibung
$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$	Resonanzfrequenz
$X_m = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\delta)^2}}$	Amplitude

KREISBEWEGUNG

Formel	Beschreibung
$v = \omega r = \frac{2\pi r}{T}$	Bahngeschwindigkeit
$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$	Radialbeschleunigung
$F_r = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$	Radialkraft (Zentripetalkraft)
$v_{max} = \sqrt{\mu_H \cdot r \cdot g}$	Max. Kurvengeschwindigkeit
$\tan \alpha = \frac{v^2}{rg}$	Kurvenueberhoehung

Kreisbewegung

$F_t = m \cdot a_r$
 $F_r = m \cdot \frac{v^2}{r}$
 radiale Kraft
 z.B. Fadenkraft, $q \cdot \frac{dM}{dt}$, Reibung
 $\frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{r}$
 $\omega = \frac{v}{r}$
 rad. Winkel

Satelliten / Umlaufbahnen

Formel	Beschreibung
$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$	Bahngeschwindigkeit
$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$	Umlaufzeit (3. Kepler)
$g(r) = G \frac{M}{r^2} = g_{Erde} \frac{r_{Erde}^2}{r^2}$	Fallbeschleunigung in Hoehe r

ARBEIT UND ENERGIE

Mechanische Arbeit

Formel	Beschreibung
$W = F_{\parallel} \cdot s = F \cdot s \cdot \cos \alpha$	Arbeit (konst. Kraft)
$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$	Arbeit (variable Kraft)
$P = \frac{dW}{dt} = F \cdot v$	Leistung

Kinetische Energie

Formel	Beschreibung
$E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2$	Kinetische Energie
$W = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) = \Delta E_{kin}$	Beschleunigungsarbeit

Potentielle Energie

Formel	Beschreibung
$E_{pot} = mgh$	Pot. Energie (Gravitation, Erdoeae)
$E_{pot} = -G \frac{Mm}{r}$	Pot. Energie (Gravitation, allg.)
$E_{pot} = \frac{1}{2} kx^2$	Pot. Energie (Feder)

Potentielle Energie E

$dE_p = dW = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$

$v(\vec{r}) = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} -\vec{F} d\vec{r}$

$v_f(z) = \frac{k}{2} z^2$
 $v_g(z) = -\frac{mM}{r}$
 Feder
 erdanziehend $v_s(z) = mgz$ oder $mgah$

Besitzt Punkt, wo noch weiter weg mehr Energie

Kosmische Geschwindigkeiten

Formel	Beschreibung
$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_E}} \approx 7,9 \frac{km}{s}$	1. kosm. (Kreisbahn)
$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r_E}} \approx 11,2 \frac{km}{s}$	2. kosm. (Flucht Erde)

IMPULS UND STOESSE

Impuls

Formel	Beschreibung
$\vec{p} = m\vec{v}$	Impuls
$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Kraft = Impulsaenderung
$\sum \vec{p}_{vorher} = \sum \vec{p}_{naechst}$	Impulserhaltung

Elastischer Stoss (1D)

Formel	Beschreibung
$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$	Geschw. Koerper 1 nach Stoss
$u_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$	Geschw. Koerper 2 nach Stoss
Spezial: $m_1 = m_2 \Rightarrow u_1 = v_2, u_2 = v_1$	Geschwindigkeitstausch
Spezial: $m_2 \gg m_1 \Rightarrow u_1 \approx -v_1 + 2v_2$	Reflexion an schwerer Wand

Unelastischer Stoss

Formel	Beschreibung
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$	Impulserhaltung
$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$	Gemeinsame Endgeschw.
$\Delta E_{kin} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$	Energieverlust

WICHTIGE ABLEITUNGEN Massenmittelpunkt

Formel	Beschreibung
$\vec{r}_M = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$	Schwerpunkt

EINHEITEN

Groesse	SI-Einheit
Kraft	$N = kg \cdot m/s^2$
Energie/Arbeit	$J = Nm = kg \cdot m^2/s^2$
Leistung	$W = J/s$
Impuls	$kg \cdot m/s = Ns$

WICHTIGE ABLEITUNGEN

Funktion	Ableitung
x^n	$n x^{n-1}$
$\sin(ax)$	$a \cos(ax)$
$\cos(ax)$	$-a \sin(ax)$
e^{ax}	$a e^{ax}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$

WICHTIGE INTEGRALE

Funktion	Stammfunktion
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\sin(ax)$	$-\frac{1}{a} \cos(ax) + C$
$\cos(ax)$	$\frac{1}{a} \sin(ax) + C$
e^{ax}	$\frac{1}{a} e^{ax} + C$

Stromunswickelstand:
 Vektorielle innere Wirkung
 $F_z = -b \frac{v}{r} \cdot v$
 $= -m \cdot \beta \cdot v$
 $\beta = \frac{6 \pi \eta l}{m}$
 drehbar

Druckwiderstand:
 $F_w = c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot A \cdot v^2$
 $= m \cdot \gamma \cdot v^2$
 $\gamma = \frac{c_w \rho A}{2m}$

$v = \frac{b \cdot h}{3}$

$\tan = \frac{\sin}{\cos}$

$A = \pi r^2$
 $c = 2\pi r$

$\chi = r \cdot \alpha$ rad

Energieerhaltung

Formel	Beschreibung
$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = const$	Energieerhaltungssatz
$\frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2$	Konkrete Form
$v = \sqrt{2gh}$	Fallgeschwindigkeit