

Kraft, Energie, Ladung und Spannung

Kraft (Newton)

Ein Newton ist die Größe der Kraft, die aufgebracht werden muss, um einen **ruhenden Körper** der Masse 1 kg innerhalb einer Sekunde gleichförmig auf die Geschwindigkeit 1 ms⁻¹ zu **beschleunigen**.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{F}$: Kraft in Newton [N]
 m : Masse in kg
 $\vec{a}$: Beschleunigung in $\frac{m}{s^2}$

$$N = kg \frac{m}{s^2} = kg \cdot ms^{-2} = \frac{J}{m} \quad m: \text{Meter}$$

$$a = F / m \quad [m \cdot s^{-2}], \quad m = a / F \quad s = \text{Sekunden}$$

$$\text{Bsp: } 1G = 70 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ ms}^{-2} = 686.7 \text{ [N]}$$

Konstante Beschleunigung a mit Anfangswert **v(t₀) = 0**

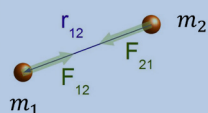
s = Distanz [m], **t** = Zeit [s], **v** = Geschw. [m*s⁻¹], **a** = Beschl. [m*s⁻²]

t	s	v	a
-	$s = \frac{v^2}{2a}$	$v = \sqrt{2as}$	$a = \frac{v^2}{2s}$
$t = \frac{a}{v}$	-	$v = at$	$a = \frac{v}{t}$
$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$	$s = \frac{1}{2}at^2$	-	$a = \frac{2s}{t^2}$
$t = \frac{2s}{v}$	$s = \frac{vt}{2}$	$v = \frac{2s}{t}$	-

Bsp: Distanz berechnen (Bremsweg oder Beschleunigungsweg)

$$s = \frac{v^2}{2a} \quad s(t) = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$$

Einige physikalische Kräfte

Kraft	Vektorform	«Zahlform»
Gravitationskraft zwischen zwei Massen	$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 ^2} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 }$	$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 

m_i : Masse i [kg]

$\vec{n}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$: Einheitsvektor von m_2 zu m_1

$\vec{F}_{12}$: Kraft auf Masse m_1 , verursacht durch m_2

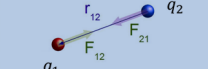
$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$: Gravitationskonstante

$\vec{r}_i$ Position von Masse i [m]

Spezialfall: Schwerkraft auf der Erde	$\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$	$F_G = mg$
--	---	------------

m : Masse [kg]

$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$: Erdbeschleunigung

Kraft zwischen zwei Ladungen Coulombkraft	$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 ^2} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 }$	$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ 
--	---	--

q_i : Ladung i [C]

$\vec{n}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$: Einheitsvektor von q_2 zu q_1

$\vec{F}_{12}$: Kraft auf Ladung q_1 , verursacht durch q_2

$\epsilon_0 = 8.859 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Jm}$: «Elektrische Feldkonstante»

$\vec{r}_i$ Position von Ladung i [m]

Federkraft	$\vec{F}_s = -k(\vec{x} - L) \frac{\vec{x}}{ \vec{x} }$	$F_s = -k(x - L)$
------------	---	-------------------

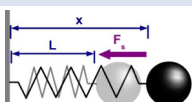
F_s : Federkraft [N]

L : Ruhelänge der Feder [m]

k : Federkonstante [kg/s²]

$\vec{x}$: Länge der Feder [m]

$x - L$: Auslenkung



Arbeit / Energie (Joules)

$$\text{Arbeit [J]} = \text{Kraft [N]} \cdot \text{Weg [m]}$$

Das Joule ist die Arbeit, die verrichtet wird, wenn die Kraft von 1 Newton über eine Strecke von 1 Meter ausgeübt wird.

Arbeit ist nichts anderes als die **Änderung der potentiellen Energie**.

$$J = kg \frac{m^2}{s^2} = N \cdot m = \text{Kraft} \cdot \text{Weg} = \text{Ws} = E_{\text{mech}}$$

m = Meter s = Sekunden

Elektrische Ladung (Coulomb)

C = As A = Geschwindigkeit

Elementarladung $e = 1.602177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ Ein Elektron hat -e

Elektronenmasse: $9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Protonenmasse: $1.6727 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Ladung ≈ Masse

Ladungen «fallen» eine **Spannung** hinunter,
genauso fallen **Massen** eine **Höhendifferenz** herunter.

Energieerhaltungssatz

Energie kann in verschiedene Formen umgewandelt werden
(z.B. Potentielle Energie, kinetische Energie, etc.).

Ein System mit Energie, übt auf ein anderes System Kräfte aus.

Name	Formel	Größen / Konstanten
Potentielle Energie einer Masse im Schwerfeld der Erde	$E_{\text{pot}} = mgh$	m: Masse [kg] g: 9.81 ms ⁻² h: Höhe [m]
Kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{mv^2}{2}$	m: Masse [kg] v: Geschwindigkeit [ms ⁻¹]
Federenergie	$E_s = k \frac{(x - L)^2}{2}$	k: Federkonstante [kg/s ²] L: Ruhelänge der Feder [m] x: Länge der Feder [m]
Potentielle Energie einer Ladung bei einer Spannung.	$E_{\text{pot.el}} = Uq$	q: Ladung [C] U: Spannung [V]

Federenergie in maximale **Beschleunigung** umwandeln.

1. **Federenergie** in **kinetische Energie** umwandeln.

2. Gleichung nach **v** umformen.

$$E_s = E_{\text{kin}} \quad \frac{k}{2}(x - L)^2 = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}}(x - L)^2$$

$$E_{\text{pot.el}} = E_{\text{kin}} \quad Uq = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$$

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \quad mgh = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Übersicht

Newton = Kraft

Beschleunigung. Etwas wird «einmalig» beschleunigt.

Joules = Arbeit (Energie)

Eine Kraft wirkt konstant über eine Distanz.

= konstante Beschleunigung über eine Distanz.

d.h. etws wird schneller und schneller.

Konstante Kraft = konstante Beschleunigung

$$J = N \cdot m = C \cdot V = W \cdot s = (kg \cdot m^2) / s^{-1}$$

Watt = Leistung

Die Rate, mit der Arbeit in einem Zeitintervall verrichtet wird.

$$P = V \cdot A$$

Varia

$$x \text{ km/h} = x \cdot 10^3 \cdot 60^{-2} \text{ m/s}$$

Strom, Spannung und Leistung

Ohm'sches Gesetz

$$U = R \cdot I \quad I = \frac{U}{R} \quad R = \frac{U}{I}$$

Das Ohmsche Gesetz gilt **nicht** für Halbleiter (Dioden).
Eine mindest Spannung wird benötigt damit Strom fliesst.
(ca. 2-3 V für Dioden)

Strom I

Anzahl positive Ladungen (q) pro Zeiteinheit die durch eine Fläche hindurchgeht.
Einheit: **Ampere A = Cs⁻¹** (Fluss eines Coulombs pro Sekunde)
Die Flussrichtung des Stroms ist entgegengesetzt der Referenzrichtung.

Spannung U

Einheit: **Volt V** (Potentialdifferenz)
Spannung ist immer eine Funktion zweier Referenzpunkte: $U = \varphi(A) - \varphi(B)$

$$V = A \cdot \Omega = \frac{W}{A} = \frac{J}{As} = \frac{J}{C} = \frac{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}{A \cdot s} = \frac{eV}{e}$$

Potential φ (phi)

Potential $\varphi_S(A) = \frac{\text{Potentielle Energie eines Energieträgers S am Ort A}}{\text{Menge X des Energieträgers}}$

Potentielle Energie eines Energieträgers: $X \cdot \varphi_S(A)$

Leistung P

Energie (J) pro Zeit (s) (Energieänderung pro Zeitintervall, Energiestrom)
Einheit: **Watt W = Js⁻¹, J = Ws**

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ Ws} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

Wh beschreibt Energie (Joules) und nicht Leistung.

Ein Widerstand «verheizt» eine Leistung. Die abgegebene Leistung wird in Wärme verwandelt:

$$P = IU = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

Wirkungsgrad η (eta)

$$\eta = \frac{P_{\text{desired}}}{P_{\text{input}}} = \frac{P_{\text{Last}}}{P_{\text{total}}} \quad P_{\text{heat}} = P_{\text{desired}} \cdot (1 - \eta) = P_{\text{desired}} - P_{\text{desired}} \cdot \eta$$

Beschreibt die Energieeffizienz. **Differenz wird in Wärme** umgewandelt.
Man möchte einen möglichst hohen Wirkungsgrad.

Bsp: Ein Laptop-Akku kann **50 Wh** (= 180kWs = 180 kJ) Energie speichern.

Ladung erfolgt mit einer Leistung von **65 W** bei einem **Wirkungsgrad** von **0.9**.
Der leere Akku ist vollständig geladen nach:

$$180\,000 \text{ J} = 65 \text{ Ws} \cdot \eta \rightarrow s = J / (W \cdot \eta)$$

$$s = 180\,000 / (65 \cdot 0.9) = 3078 \text{ s} = 51 \text{ Minuten}$$

Dem Akku wird eine Leistung von **65 W** entzogen. Akku ist leer nach:

$$180\,000 / 65 = 2769 \text{ s} = 46 \text{ Minuten}$$

$$\text{Dauer} = \frac{J}{P} = \frac{J}{\frac{J}{s}} = \frac{Js}{J} = s$$

Bsp: Widerstand berechnen bei vorgegebener bzw. benötigter Leistung.

$R_0 = 0.8$ Eine Last braucht 4 W. Wie hoch muss R_{Last} sein?

$U_0 = 5$ $R_L = ?$ $P_L = 4$ $P_L = I^2 \cdot R_L$ $I = \frac{U_0}{R_0 + R_L}$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{0.8 + R_L} \right)^2 \cdot R_L = 4 \Rightarrow \frac{25 R_L}{0.64 + 1.6 R_L + R_L^2} = 4$$

$$\Rightarrow 4 R_L^2 - 18.6 R_L + 2.56 = 0 \Rightarrow R_{L1} = 4.5, 0.142 \Omega$$

Widerstand R

Einheit: **Ohm Ω** (Omega)

Der Widerstand eines Materials hängt auch von der Temperatur ab.

Widerstand R eines Drahtes

- Je länger ein Kabel, eine Leitung, desto grösser der Widerstand
- Je grösser der Kabelquerschnitt, desto kleiner der Widerstand.

Formel nur für Gleichströme oder bis Netzfrequenz von 50 Hz:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \rho = \frac{AR}{L}$$

R: Widerstand des Drahtes [Ω]

L: Länge des Drahtes [m]

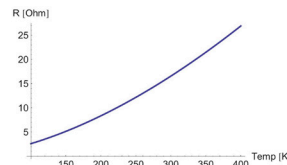
A: Querschnittsfläche des Drahtes, meist in [mm²]

ρ : Spezifischer Widerstand [mm² m⁻¹ Ω]

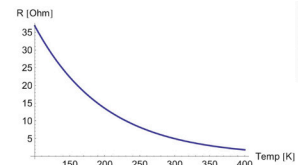
Material	spez. Widerstand ρ [mm ² m ⁻¹ Ω]
Eisen	$1 \cdot 10^{-1} - 1.5 \cdot 10^{-1}$
Kupfer	$1.7 \cdot 10^{-2}$
Gold	$2.2 \cdot 10^{-2}$
Silber	$1.6 \cdot 10^{-2}$
Leitungswasser	$2 \cdot 10^7$
Meerwasser	$5 \cdot 10^5$

Temperaturabhängigkeit von Widerständen

Der Widerstand hängt auch von der Temperatur ab.



Positiver Temperaturkoeffizient (PTC)

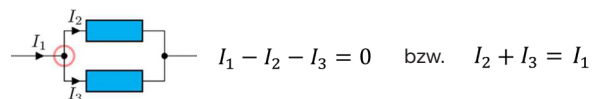


Negativer Temperaturkoeffizient (NTC)

Kirchhoffsche Regeln

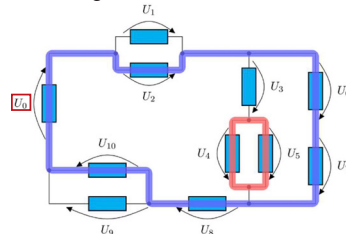
Knotenregel (Ladungserhaltung)

Die Summe der eingehenden Ströme muss gleich gross sein wie die Summe der wegfließenden Ströme. An Verzweigungen (Knoten) können sich Ströme teilen. Jedes Teilstück trägt dann einen eigenen Strom.



Maschenregel (Energieerhaltung)

Weg durch Drähte, welche zu seinem Ausgangspunkt zurückführt.
Über jedem Bauelement fällt eine Spannung ab. Drähte werden als ideale Leiter angeschaut (0 Ω). In ihnen findet kein Spannungsabfall statt.



$$U_2 + U_6 + U_7 + U_8 + U_{10} = U_0$$

$$U_0 + U_2 + U_6 + U_7 + U_8 + U_{10} = 0$$

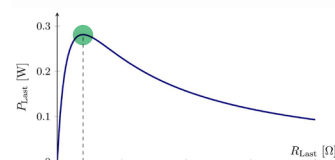
$$U_5 - U_4 = 0$$

Batterie

R_{in} = Batterie Innenwiderstand

$$\text{Leistung } P_{\text{Last}} = U_{\text{Last}} \cdot I = U_0^2 \frac{R_{\text{Last}}}{(R_{\text{in}} + R_{\text{Last}})^2}$$

Maximale P_{Last} wenn $R_{\text{in}} = R_{\text{Last}}$.

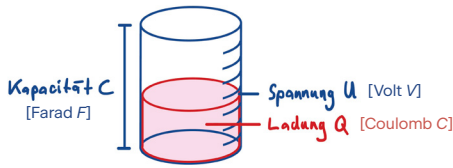


Kapazität C

C [F] für Capacitance (nicht Coulomb). Einheit: **Farad F**.

Kondensator (Capacitor) = Energiespeicher

Kapazität C [F] eines Kondensators gibt an, wie viel **Ladung Q** [Coulomb] ein Kondensator bei einer **Spannung U** [V] von einem Volt speichern kann.



$$C = \frac{Q}{U_C} [F] \quad Q = C \cdot U_C [Coulomb]$$

$$C = \frac{I \cdot \Delta t}{\Delta U_C} [F], \quad F = \frac{As}{V_C}$$

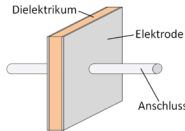
1 Farad bei 1 Volt kann 1 Ampere in einer Sekunde «entleeren».
Je grösser die Kapazität C [F], desto stärker der Stromfluss I [A].

A = Fläche der Elektroden
d = Abstand der Elektroden

ϵ_0 = Elektrische Feldkonstante (Dielektrikum im Vakuum) = $8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$
 ϵ_r = Relativer Dielektrizitätskonstante eines Materials (Dielektrikum)

Isolationfähigkeit: $\epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$



RC-Schaltung

Zeitkonstante τ (tau)

Der **Ladestrom I** fällt in der Zeit τ auf etwa **37%** des Ursprungswertes ab.

Die **Kondensatorspannung U_C** steigt in der Zeit τ auf **63%** der Quellenspannung an. $0.37 = e^{-1} = 1/e$

$$C = \frac{\tau}{R} [F] \quad \tau = RC [s] \quad R = \frac{\tau}{C} [Ohm]$$

R = Parasitärer Widerstand

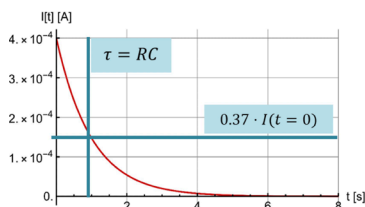
Spannung U über Kondensator zur Zeit t

Widerstand R

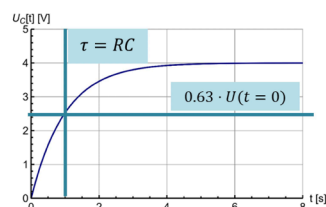
$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = U_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad R = \frac{U_0}{I(t=0)}$$

Strom I zur Zeit t

$$I(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U_0 - U_C(t)}{R} = \frac{1}{R} \left(U_0 - \frac{Q(t)}{C} \right)$$



$$I(\tau) = U_0 \cdot 0.37 [A]$$



$$U(\tau) = U_0 \cdot 0.63 [V]$$

Blindwiderstand X

Nur bei **Wechselspannung**!

Widerstand von Kondensatoren sind Frequenzabhängig.

Je höher die Frequenz, desto **geringer** der **Blindwiderstand**.

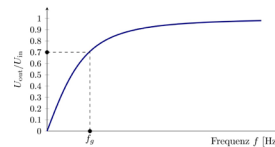
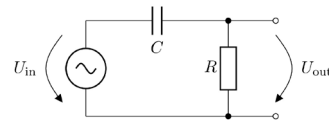
Je höher die Frequenz, desto **stärker** der **Stromfluss**.

Ein Kondensator hat eine Art Widerstand, welcher mit zunehmender Kapazität C und Frequenz f abnimmt.

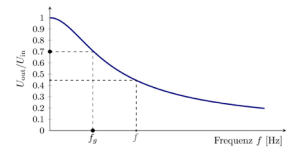
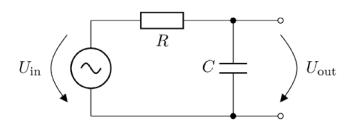
$$X = \frac{1}{2\pi f C} [\Omega]$$

Hoch- und Tiefpassfilter (Wechselspannung)

Hochpassfilter (CR)



Tiefpassfilter (RC)



Bei **Grenzfrequenz f_g** (cut-off frequency) beträgt Ausgangsspannung **70.7%**

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \tau} [s] \quad C = \frac{1}{2\pi R f} [F] \quad R = \frac{1}{2\pi C f} [\Omega] \quad \tau = RC [s]$$

Induktivität L

Einheit: **Henry H**

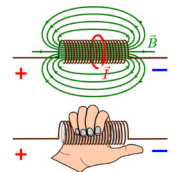
Spule (Inductor): Pendant zum Kondensator.

Induktivität existiert nur bei Änderung des Stroms.

Je stärker der Strom, desto grösser das Magnetfeld.

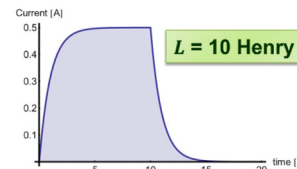
Zu jedem Strom gehört ein Magnetfeld.

Ein Magnetfeld enthält Energie.



RL-Schaltung

Strom I nimmt zu, Spannung U über Spule nimmt ab.



Ein und Ausschaltvorgang

Zeitkonstante τ (tau)

Der **Ladestrom I** steigt in der Zeit τ auf etwa **63%** des Ursprungswertes ab.

Die **Spulenspannung U_L** fällt in der Zeit τ auf **37%** der Quellenspannung ab. $0.37 = e^{-1} = 1/e$

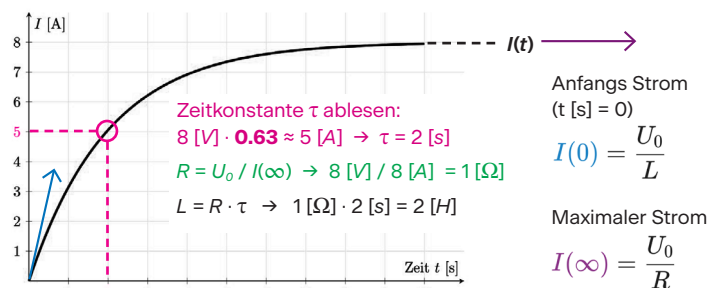
Induktivität L einer Spule

Zeitkonstante τ (tau)

Spannung U_L über Spule

$$L = R \tau [H] \quad \tau = \frac{L}{R} [\text{Sekunden}] \quad U_L = L \frac{dI}{dt}$$

Bsp: Spannungsquelle U₀ = 8 [V]



$$I(\tau) = U_0 \cdot 0.63 [A] \quad U(\tau) = U_0 \cdot 0.37 [V]$$

τ von Abszisse (x-Achse) ablesen

Schwingkreise

Schaltkreise mit Kondensatoren und Spulen.

LC ungedämpft

Widerstand wird ignoriert.

Kapazität C

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{2\pi f} \right)^2 \quad [F]$$

Induktivität L

$$L = \frac{1}{C} \left(\frac{1}{2\pi f} \right)^2 \quad [H]$$

Frequenz f

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad [Hz]$$

Periode T

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = \frac{1}{f} \quad [s]$$

LRC gedämpft

Widerstand wird berücksichtigt.

Frequenz f

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad [Hz]$$

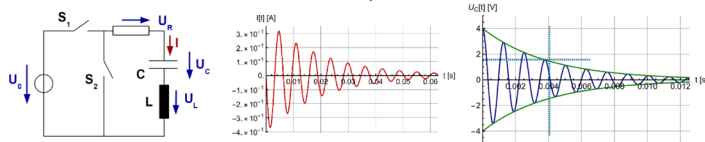
Induktivität L

$$L = \frac{R\tau}{2} \quad [H]$$

Zeitkonstante τ

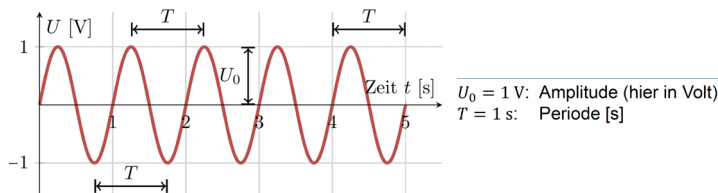
$$\tau = \frac{2L}{R} \quad [s]$$

Bedingung für eine Schwingung $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$



$$I(\tau) = U_0 \cdot 0.63 \quad [A] \quad U(\tau) = U_0 \cdot 0.37 \quad [V]$$

Frequenz, Amplitude, Periode



Spannung (Amplitude) U zur Zeit t

$$U(t) = U_0 \sin(2\pi f t + \varphi) \quad \text{Winkel}$$

Periode T

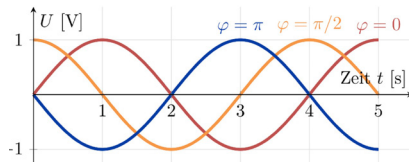
$$T = \frac{1}{f} \quad [s]$$

Frequenz f

$$f = \frac{1}{T} \quad [Hz]$$

Bsp. Frequenz: $T = 20 \text{ ms}$, $f = 1 / 0.02 = 50 \text{ Hz}$

Phasenverschiebung φ (phi)



Sie kennen die Vorzüge der Digitaltechnik

Rauschen und andere Störungen kann analoges Signal stark beeinflussen. Digitale Signale eine gewisse Resistenz gegen solche Einflüsse

Bitrate

Bitrate = Bits pro Sekunde (= Frequenz)

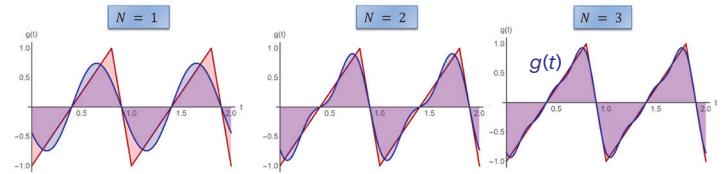
Bsp: Es kann 1 Bit in 20 ns übertragen werden, was ist die Bitrate?

$$T = 20 \text{ ns} = 20 \cdot 10^{-9} \rightarrow f = 1 / (20 \cdot 10^{-9}) = 50\,000\,000 \text{ Bits/s} = 50 \text{ Mbits/s}$$

Fourierzerlegung

Jede periodische Funktion kann als **gewichtete Summe** von Sinus- und Cosinusfunktionen dargestellt werden.

Klassische Fourierzerlegung



$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos(2\pi f_n t) + b_n \sin(2\pi f_n t))$$

a_0 = Vertikaler Vershub

a_n = Anteil cos für f_n

b_n = Anteil sin für f_n

$$f_1 = \frac{1}{T} = \text{Grundfrequenz}$$

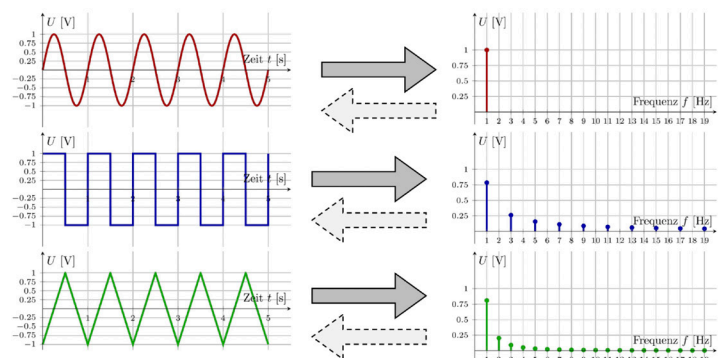
$$f_n = n \cdot f_1 = \text{Vielfaches der Grundfrequenz}$$



Fourierkoeffizienten

Spektrum = Anzahl Koeffizienten (Frequenzkomponente,)

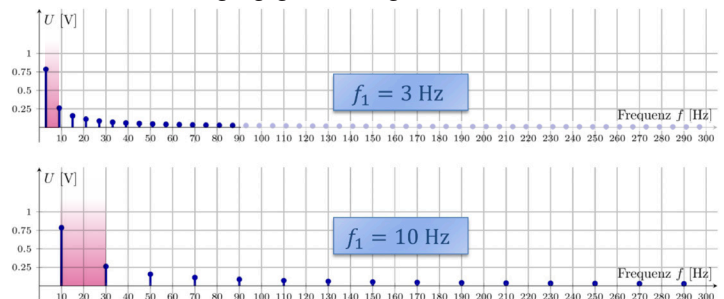
$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t) \cos(2\pi f_n t) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t) \sin(2\pi f_n t) dt$$



Signal = **gewichtete Summe** von einzelnen Sinussignalen.

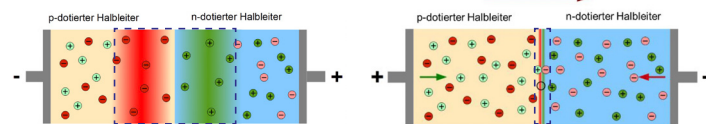
Je höher die Grundfrequenz, desto mehr **Bandbreite** nimmt das Signal ein.

Bandbreite = Übertragungsgeschwindigkeit von Daten



Halbleiter

Dioden lassen Strom nur in einer Richtung durch.



- freies Elektron
- gebundenes negatives Ion (Anion)
- freies Loch
- gebundenes positives Ion (Kation)

Sperrschicht (Depletion zone)

p-dotierten Halbleiter: Freie positive Ladungsträger
n-dotierten Halbleiter: Freie negative Ladungsträger

Trotz freien Ladungsträger haben die Halbleiter eine **neutrale Ladung**.

Transistoren

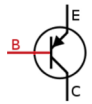
Elektronische «Schalter»

BJT (Bipolar Junction Transistor)

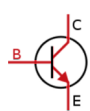
Strom-kontrolliert.

Verschwendet bei jedem Umschalten wegen parasitärer Kapazität (schaltet langsam). Nur für Tieffleistungs Anwendungen.

P-channel
 Strom wenn inaktives Gate



N-channel
 Strom wenn aktives Gate



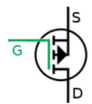
Base = Kontrolle
 Emitter = Load
 Collector = Ground

FET (Feldeffekttransistor)

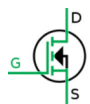
Spannung-kontrolliert.

Schaltet schnell und verschwendet keine Energie wie BJTs.
 Für Hochleistungs Anwendungen. Teurer als BJTs.

P-channel
 Strom wenn inaktives Gate



N-channel
 Strom wenn aktives Gate



Gate = Kontrolle
 Drain = Load
 Source = Ground

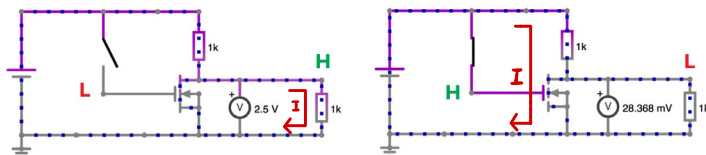
Spannung zwischen Gate und Source
 Stromfluss von Drain nach Source

Open-Drain-Output vs. Push-Pull-Output

= Outputs-Konfigurationen

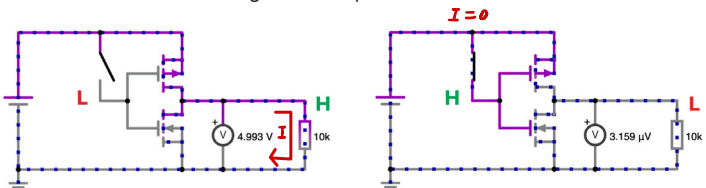
Open-Drain-Output

Problem: Strom fließt immer durch Schaltung, auch wenn Output Low ist.



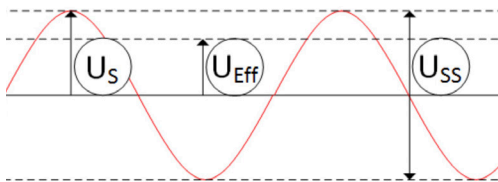
Push-Pull-Output

Pull-Up-Resistor wird durch ein p-FET ersetzt.
 Kein Strom durch Schaltung wenn Output Low ist.



Eigenschaft	Open Drain	Push Pull
Unerwünschter Stromfluss	Durch Pull-Up wenn Transistor eingeschaltet.	Nur beim Schalten.
Belastbarkeit	Nur als Stromsenke.	Kann Strom aufnehmen und abgeben.
Output-High Spannung	Nahezu beliebig mit Pull-Up definierbar.	Fix auf Versorgungsspannung.

Signale



Effektivwert

Mass für effektive Spannung $\approx 60\%$ von Signal U_S

$$U_{Eff} = \frac{U_S}{\sqrt{2}} [V] \quad I_{Eff} = \frac{I_S}{\sqrt{2}} [A] \quad U_S = \sqrt{2} \cdot U_{Eff} [V]$$

Interferenzen (Superposition vn Wellen)

Überlagernde Signale.

Konstruktive Interferenz: Amplituden addieren sich.

Destruktive Interferenz: Amplituden löschen sich gegenseitig aus.

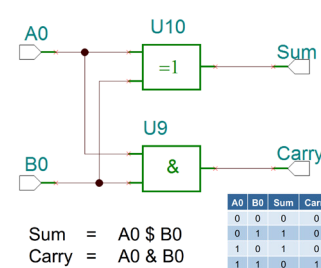
Logikgatter

Inputs	OR	AND	XOR	NOR	NAND	NXOR	
		&	^	~	~&	~^	Bitweise
		&&	!=	!	!&&	==	Logic
0 0	0	0	0	1	1	1	
1 0	1	0	1	0	1	0	
0 1	1	0	1	0	1	0	
1 1	1	1	0	0	0	1	

Bausteine

Function	Boolean Algebra ⁽¹⁾	IEC 60617-12 since 1997	US ANSI 91 1984
AND	A & B		
OR	A # B		
XOR	A \$ B		
NOT	!A		
NAND	!(A & B)		
NOR	!(A # B)		
XNOR	!(A \$ B)		

1-Bit Halb Addierer

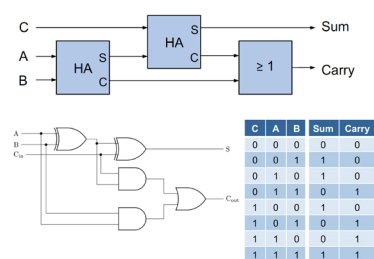


$$\text{Sum} = A0 \$ B0$$

$$\text{Carry} = A0 \& B0$$

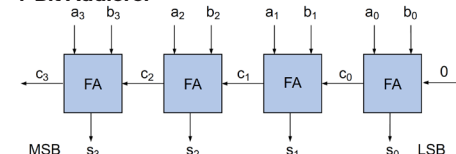
A0	B0	Sum	Carry
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

1-Bit Voll Addierer



C	A	B	Sum	Carry
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

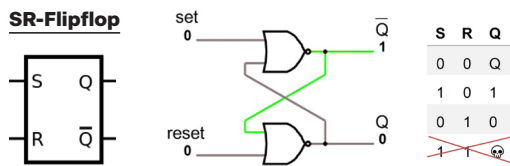
4-Bit Addierer



Flipflops

Gedächtnisfunktion: Ermöglicht ein Bit zu speichern.

SR-Flipflop



Funktionsweise

S verschiebt $\bar{Q}$ (nur wenn $\bar{Q} = 1$) nach Q. Q bleibt für immer 1, auch wenn S wieder von 1 $\rightarrow$ 0 $\rightarrow$ 1 wechselt. S und R sind «Toggles».

Unter keinen Umständen dürfen beide Eingänge gleichzeitig 1 sein.
Q und $\bar{Q}$ sind Inverse.

S0 $\rightarrow$ S1 $\rightarrow$ S0

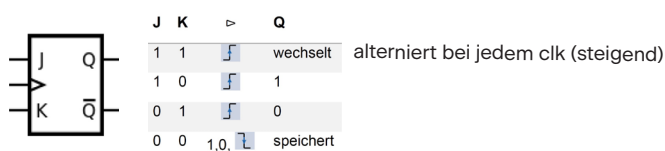
R0 $\rightarrow$ R1 $\rightarrow$ R0

$\bar{Q}1 \rightarrow \bar{Q}0 \rightarrow \bar{Q}1$

Q0 $\rightarrow$ Q1 $\rightarrow$ Q0

JK-Flipflop

Jump = set, Kill = reset, $\triangleright$ = clk (flankengesteuert)

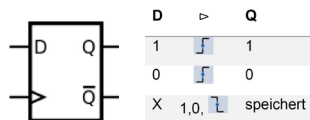


D-Flip-Flop

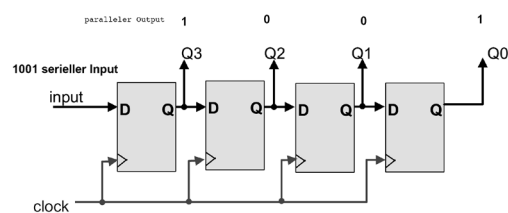
$\triangleright$ = clk (flankengesteuert)

Q übernimmt immer den Wert von D bei steigender Flanke.

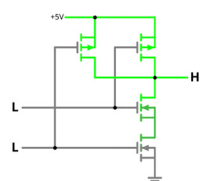
Für getaktete Systeme und Erzwingen gleicher Laufzeiten.



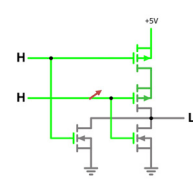
Shiftregister (serieller Input, paralleler Output)



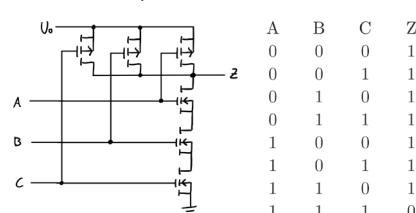
NAND



NOR



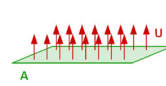
NAND mit 3 Inputs



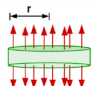
Fluss Φ

Spezialfälle

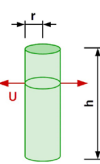
$$\Phi_{\text{Ebene}} = AU$$



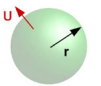
$$\Phi_{\text{Zylinder}} = 2\pi r^2 U$$



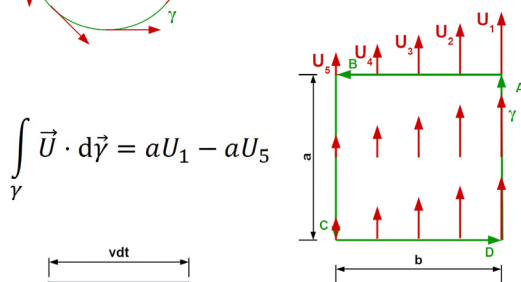
$$\Phi_{\text{Zylinder}} = 2\pi r h U$$



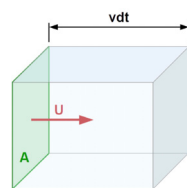
$$\Phi_{\text{Kugel}} = 4\pi r^2 U$$



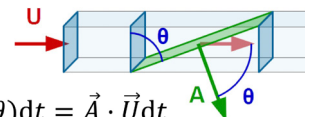
$$\int_{\gamma} \vec{U} \cdot d\vec{\gamma} = \text{Kreisumfang} \cdot |\vec{U}| = 2\pi r |\vec{U}|$$



$$\int_{\gamma} \vec{U} \cdot d\vec{\gamma} = aU_1 - aU_5$$

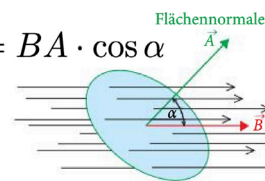


$$dV = Avdt = A|\vec{U}|dt$$



$$dV = Av \cos(\theta)dt = |\vec{A}||\vec{U}| \cos(\theta)dt = \vec{A} \cdot \vec{U}dt$$

$$\Phi = BA \cdot \cos \alpha$$



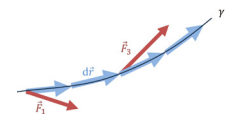
B homogenes Feld
A durchflossene Fläche
 α Winkel zwischen der Flächen-normale und der magnetischen Flussdichte

Mechanische Arbeit (Kraft mal Weg)

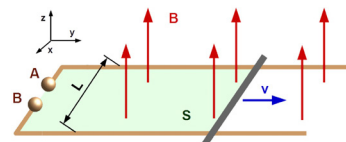
$$W = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$\vec{r}$ = Zurückgelegter Weg
(muss nicht parallel zu F sein.)

$$W = \int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r} \approx \sum_i \vec{F}(\vec{r}_{i+1}) \cdot (\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i)$$



Bsp. Induktionsgesetz



Welche Spannung herrscht zwischen den Punkten A und B?

$$S(t) = Lv\epsilon \quad (\text{Fläche S zur Zeit } t)$$

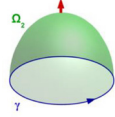
$$\Phi_{\text{Ebene}} = AU = S(t)|\vec{B}| = Lv\epsilon|\vec{B}|$$

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d}{dt} \Phi_B(A) = -\frac{d}{dt} Lv\epsilon|\vec{B}| = \underline{\underline{-Lv\epsilon|\vec{B}|}}$$

Maxwellgleichungen (im Vakuum)

Beschreiben, wie sich Licht als elektromagnetische Welle ausbreitet.

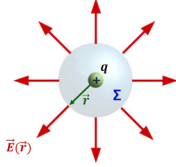
Σ = Geschlossene Fläche
 Ω = Offene Fläche
 γ = Kurve



Gauss'sches Gesetz

Stellt eine Beziehung zwischen elektrischen Feldern und Ladungen her. Der **Fluss des elektrischen Feldes** E durch eine geschlossene Fläche Σ .

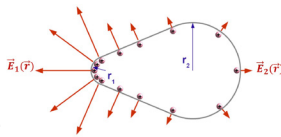
$$\Phi_{\vec{E}}(\Sigma) = \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{n} = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV = \frac{q}{\epsilon_0}$$



ρ/ϵ_0 = Ladungsdichte innerhalb von Σ .
 q/ϵ_0 = **Gesamtladung** innerhalb Σ .

ϵ_0 = Elektrische Feldkonstante / Permittivität des Vakuums = $8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

Desto kleiner der Radius umso grösser ist die Ladungsdichte (Ansammlung von Elektronen oder Protonen) und das E-Feld. Das Potential zwischen zwei Punkten auf der Oberfläche ist allerdings überall gleich und die Spannung = 0.



Zweite Gleichung

Besagt, dass der Fluss des magnetischen Feldes durch eine geschlossene Fläche Σ immer gleich 0 ist. = **Das B-Feld ist senkrecht zum E-Feld.**

$$\Phi_{\vec{B}}(\Sigma) = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{n} = 0$$

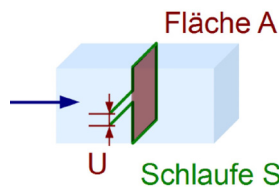
Faraday'sches Gesetz

Induktiongesetz:

- 1) Die zeitliche Änderung (des Flusses) eines Magnetfeldes durch eine Schleife induziert in dieser eine Spannung U .
- 2) Eine rotierende Schleife (= zeitliche Änderung der Fläche) in einem Magnetfeld induziert in dieser eine Spannung U .

$$\int_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\gamma} = -\frac{d}{dt} \Phi_{\vec{B}}(\Omega)$$

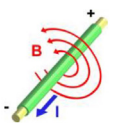
$$U_{\text{ind}} = -\frac{d}{dt} \Phi_{\vec{B}}(A)$$



Vierte Gleichung

Magnetfeld läuft tangential um den Strom (Leiter).

$$\int_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\gamma} = \mu_0 \Phi_j(\Omega) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \Phi_{\vec{E}}(\Omega)$$



Bsp. Gauss'sches Gesetz

Bestimme mithilfe des Gauss'schen Gesetzes das elektrische Feld $|\vec{E}|$ einer geladenen Stange mit Länge L . Ladung pro Meter sei λ .

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} = \frac{\lambda}{\epsilon_0} L, \quad \lambda = q \cdot m^{-1}$$

$$\Phi_{\text{Zylinder}} = 2\pi r h U = 2\pi r L |\vec{E}|$$

$$\Phi_E = \Phi_{\text{Zylinder}} \Rightarrow \frac{\lambda}{\epsilon_0} L = 2\pi r L |\vec{E}|$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

Elektrische und Magnetische Felder

Felder kann man sich als fließendes Wasser mit einer Fließgeschwindigkeit vorstellen.

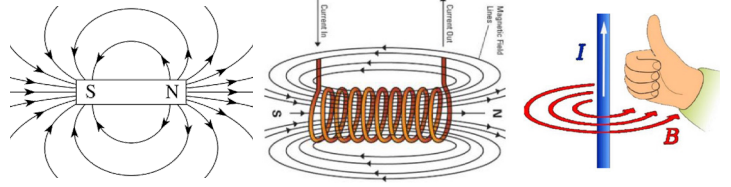
Elementarladung $e = 1.602189 \times 10^{-19} \text{ C}$

Ein Elektron trägt eine Ladung von $-e = -1.602189 \times 10^{-19} \text{ C}$

Magnetisches Feld $\vec{B}(\vec{r}, t)$

Einheit: **Tesla** $[T] = \text{kg}/(\text{s C}) = \text{N}/(\text{A m})$

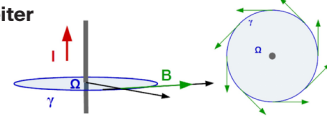
Magnetische Felder werden durch **Ströme** (bewegte Ladungen) und durch **zeitlich veränderliche elektrische Felder** erzeugt. D.h. Magnete haben keinen Einfluss auf ruhende Ladungen.



Vierte Gleichung

B-Feld um einen Leiter

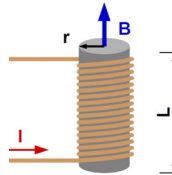
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



B-Feld um eine Spule

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$\mu_r = \frac{LB}{\mu_0 NI}$$



N = Windungen
 L = Länge
 μ_r = Permeabilität des Metalls

$$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}]$$

(«Magnetische Feldkonstante» / «Permeabilität des Vakuums»)

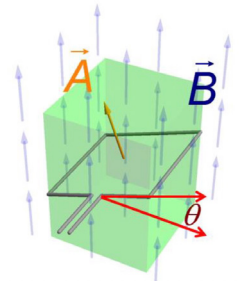
Induktiongesetz

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d}{dt} |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\omega t) = |\vec{A}| |\vec{B}| \omega \sin(\omega t)$$

$$U_{\text{ind}}(t) = U_0 \sin(2\pi f t)$$

$$U_0 = \omega |\vec{A}| |\vec{B}| \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

ω = Winkelgeschwindigkeit (Winkel pro Zeit)

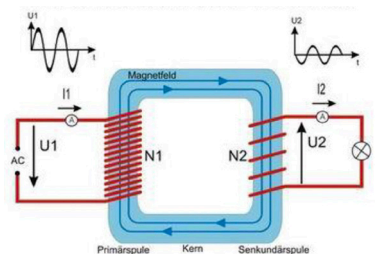


Transformatoren (mit Eisenkern)

$$N_1 = \frac{N_2 \cdot U_1}{U_2}$$

$$N_2 = \frac{N_1 \cdot U_2}{U_1},$$

N = Windungen



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}, \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2}$$

$$U_1(t) I_1(t) = U_2(t) I_2(t)$$

$$U_1(t) = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad U_2(t) = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Permeabilitätszahlen	μ_r	Paramagnetika	
Ferromagnetika		Luft	Praktisch 1
Metglass (2714A, annealed)	1000000	Aluminium	1.00002
Permalloy	8000	Diamagnetika	
Eisen	Bis 5000	Wasser	0.99999
Nickel	Bis 1000	Kupfer	0.9999

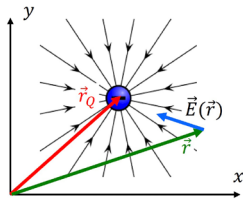
Elektrisches Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$

Kraft pro Ladung.

Newton pro Coulomb (N/C) oder Volt pro Meter (V/m) oder $\text{kg}/(\text{m s}^3 \text{ A})$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r}-\vec{r}_q|^2} \frac{\vec{r}-\vec{r}_q}{|\vec{r}-\vec{r}_q|} \quad [\text{N/C}]$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q_p} \quad [\text{N/C}]$$



Elektrische Felder werden durch **Ladungen** und durch **zeitlich veränderliche magnetische Felder** erzeugt.

Gauss'sches Gesetz

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad |\vec{E}| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Coulombkraft (Elektrostatische Kraft) $\vec{F}$

= Kraft zwischen zwei Ladungen.

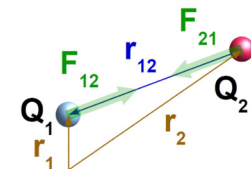
q = Ladung [C]

Gauss'sches Gesetz

$$|\vec{F}| = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad [\text{N}] \quad \text{Skalarform}$$

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad [\text{N}] \quad \text{Vektorform}$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_p}{|\vec{r}-\vec{r}_q|^2} \frac{\vec{r}-\vec{r}_q}{|\vec{r}-\vec{r}_q|} \quad [\text{N}]$$



$$\epsilon_0 = 8.859 \cdot 10^{-12} \left[\frac{\text{C}^2}{\text{Jm}} \right]: \text{«Elektrische Feldkonstante»}$$

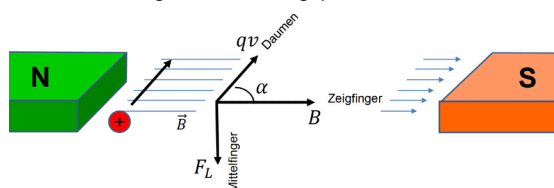
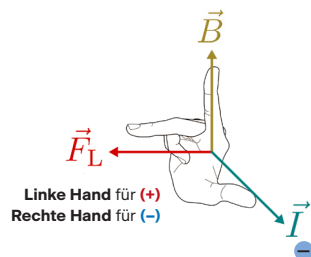
$$\vec{F}(\vec{r}) = q_p \vec{E}(\vec{r}) \quad [\text{N}]$$

Lorenzkraft $\vec{F}_L$

Kraft $\vec{F}$ die ein **Magnetfeld $\vec{B}$** auf eine **bewegte Ladung q** ausübt.

$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B} \quad [\text{N}]$$

$\vec{v}$ = Geschwindigkeit der Ladung q



Falls $\vec{v}$ **senkrecht** auf $\vec{B}$ steht (= Kreisbahn):

$$m = \frac{rqB}{v} \quad m = \text{Masse} \quad r = \text{Radius} \quad B = |\vec{B}| \quad v = \text{Geschwindigkeit} \quad q = \text{Ladung}$$

$$|\vec{F}_{\text{zent}}| = m \frac{v^2}{r} = |\vec{F}_L| = qvB \quad [\text{N}]$$

Nennspannung

$$U(t) = \sqrt{2} \cdot U_0 \cdot \sin(2\pi ft)$$

Effektivspannung U_{Eff}

Elektromagnetische Kraft (Feldkraft)

= **Gesamtkraft** auf eine Ladung. Formel vereint Coulomb- und Lorentz-Kraft.

$$\vec{F}_{\text{elmag}} = q(\vec{E}(\vec{r}) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r})) \quad [\text{N}]$$

Energiedichte w

Energie pro Volumen

$$w = \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E} \cdot \vec{E} + \frac{\epsilon_0 c^2}{2} \vec{B} \cdot \vec{B} = \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}|^2 + \frac{\epsilon_0 c^2}{2} |\vec{B}|^2$$

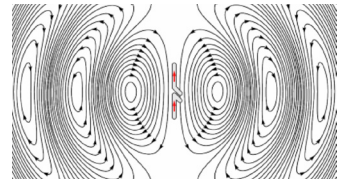
Energie $\mathcal{E}$ in einem Volumen V

$$\mathcal{E} = \int_V w \, dV$$

Elektromagnetische Wellen

Hertz'sche Dipolantenne

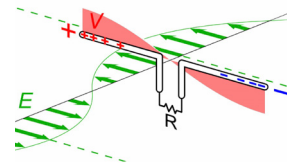
In einem Stab werden oszillierende Ströme erzeugt. Diese oszillierenden Ströme erzeugen elektromagnetische Strahlung!



Reziprozitätsprinzip:

Empfang mit Dipol Antenne: Zeitliche Variationen im elektrischen Feld des Senders erzeugen zeitliche Variationen im Empfänger. Die Ladungen werden durch das zeitlich verändernde E-Feld bewegt, es **entsteht ein Strom und eine Spannung**, die abgegriffen werden kann.

Kräfte auf die Ladungen: $\vec{F} = q\vec{E}$



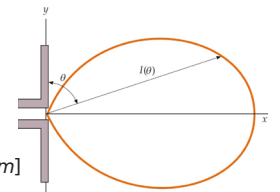
Die Länge der Antenne sollte der **Halbte der Wellenlänge der Strahlung** entsprechen.

Richtung von Antennen:

Eine Antenne strahlt nicht in alle Richtungen gleich stark. Intensität ist Proportional zur Länge des Pfeils.

Maximal bei $\theta = 90^\circ$, Minimal bei $\theta = 0^\circ$

Länge Antenne $L = \lambda / 2$, Wellenlänge $\lambda = 2L$ [m]



Wellenlänge λ

c_0 = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum: $c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$c_0 = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad [\text{m/s}] \quad f = \frac{c_0}{\lambda} \quad [\text{Hz}] \quad T = \frac{\lambda}{c_0} \quad [\text{s}]$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad [\text{m}] \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad [1/\text{m}] \quad k\lambda = 2\pi$$

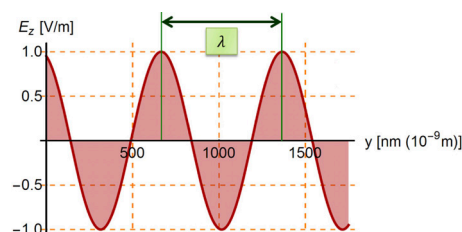
k = Anzahl Wellen pro m

λ Wellenlänge [m]

T = Periode [s]

y = Zeit [s] oder Distanz [m]

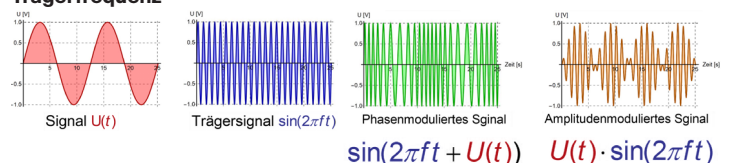
k = Wellenzahl [m^{-1}]



$$E_z(y, t) = E_0 \sin(2\pi ft \pm ky)$$

+ links laufende Welle
- rechts laufende Welle

Trägerfrequenz



Lichtbrechung

Die **Ausbreitungsgeschwindigkeit** des Lichts in Medien ist **frequenzabhängig**.

Die unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit führt zu einer «Verschmierung» des Wellenpakets = **Dispersion**

Brechungsindex n_M
der Materials M

$$n_M = \frac{c_0}{c_M} = \frac{1}{\frac{c_M}{c_0}} \quad \left. \vphantom{\frac{c_M}{c_0}} \right\} \text{Prozent von } c_0$$

Lichtgeschwindigkeit c_M
im Material M

$$c_M = \frac{c_0}{n_M}$$

Allgemeine Formeln:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad n_1 < n_2$$

$$n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = \sin(\beta) \frac{c_1}{c_2} = \sin(\beta) \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin(\beta) = \sin(\alpha) \frac{c_2}{c_1} = \sin(\alpha) \frac{n_1}{n_2}$$

Totale Reflexion

$n_1 \rightarrow n_2$

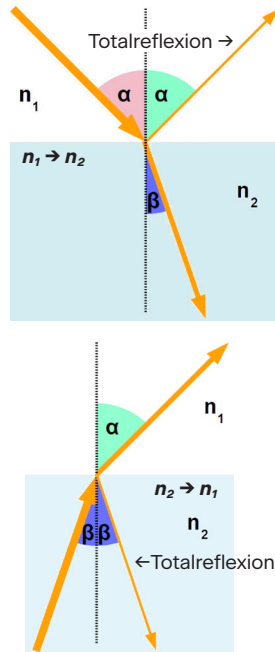
Totalreflexion bei:

$$\sin(\alpha) > \frac{n_1}{n_2}$$

$n_2 \rightarrow n_1$

Totalreflexion bei:

$$\sin(\beta) > \frac{n_1}{n_2}$$



Diffraction (Beugung)

Trifft eine Welle auf ein Hindernis, wird die Welle gestreut oder gebogen. Wenn die **Wellenlänge grösser** ist als der **Durchmesser des Lochs** wird eine **Kugelwelle** erzeugt.

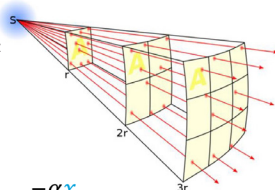
Intensität I

Energie pro Zeit, **Leistung** oder **Intensität** pro **Kugeloberfläche A**

$$I = \frac{P}{A} \quad I(r) = \frac{P}{4\pi r^2} \quad P = I \cdot A \quad [\text{Watt} / \text{m}^2]$$

Energie, die durch Kugeloberfläche geht/ging, muss auch durch eine zwei Kugeloberfläche gehen/gegangen sein.

$$I_2 = \frac{4\pi r_1^2 I_1}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2 I_1}{r_2^2} \quad r = \text{Radius/Distanz}$$



Absorption

Frequenz abhängig.

$$I_L(x) = I_{L_0} e^{-\alpha x} \quad P_L(x) = P_{L_0} e^{-\alpha x}$$

$$\alpha = -\frac{1}{x} \ln \left(\frac{I_L(x)}{I_{L_0}} \right) \quad x = -\frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{I_L(x)}{I_{L_0}} \right)$$

$I_L(x)$ **Intensität I** oder **Leistung P** am Ende der Strecke.

I_{L_0} **Intensität I** oder **Leistung P** beim Eintritt in das absorbierende Material.

x **Wegstrecke** [m]

α **Dämpfungs- / Emissions- / Absorptionskoeffizient** [1/m]

(Ähnlich wie der Entladeprozess des Kondensators mit Zeitkonstante τ . Aber nicht von der Zeit, sondern von der **Wegstrecke** abhängig)

$\alpha = 0$ wenn $I_L(x) = I_{L_0}$ (= keine Dämpfung)

Dezibel Q (dB)

Schallintensitätsspiegel Q = Verhältnis zwischen Leistung P und Intensität I auf einer logarithmischen Skala ($\log_{10}$).

$$Q = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \text{ dB} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \text{ dB}$$

$$\text{Faktor (Verhältnis)} = 10^{\left(\frac{Q}{10}\right)} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{P_1}{P_2} \quad \text{Bsp: } 70 \text{ [dB]} = 10^7 \text{ [Faktor]} \\ -10 \text{ [dB]} = 10^{-1} = 0.1 \text{ [Faktor]}$$

Dezibel addieren = Multiplizieren der Faktoren

$$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$$

$$3 \text{ dB} + 3 \text{ dB} = 6 \text{ dB} \rightarrow 2 \cdot 2 = 4 \text{ (Faktor)}$$

Menschliche Hörschwelle $I_0 = 10^{-12} \text{ [W/m}^2]$

Singal to Noise Ratio (SNR)

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} = \frac{I_{\text{signal}}}{I_{\text{noise}}} = \frac{A_{\text{signal}}^2}{A_{\text{noise}}^2}$$

P Leistung
 I Intensität
 A Amplituden

Zwei Hunde bellen je mit einer Schallleistung von 1mW.
Wie gross ist der Schallintensitätsspiegel in einer Entfernung von 5m?

Intensität pro Hund:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4\pi 5^2} = 3.183 \cdot 10^{-6} \text{ Wm}^{-2}$$

Intensitätsspiegel (gesamt):

$$Q = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{2 \cdot I(r)}{I_0} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{2 \cdot 3.183 \cdot 10^{-6}}{1.0066 \cdot 10^{-12}} \right) = \underline{\underline{68 \text{ dB}}}$$

I_0 = Menschliche Hörschwelle (Referenzintensität)

Dämpfung

Ein 6 km langes Kabel hat eine Dämpfung von 0.5 dB/km.
Am Eingang wird eine Leistung von 1 W eingekoppelt.
Welche Leistung misst man am Ausgang?

$$\text{Dämpfung insgesamt: } Q = 6 \text{ km} \cdot 0.5 \frac{\text{dB}}{\text{km}} = 3 \text{ dB}$$

$$\text{Verhältnis (Faktor): } F = 10^{\left(\frac{Q}{10}\right)} = 10^{\left(\frac{3}{10}\right)} = 1.9953$$

$$W_2 = \frac{W_1}{F} = \frac{1}{1.9953} \approx 0.5 \text{ W} \approx \underline{\underline{500 \text{ mW}}}$$

Blip und Knall

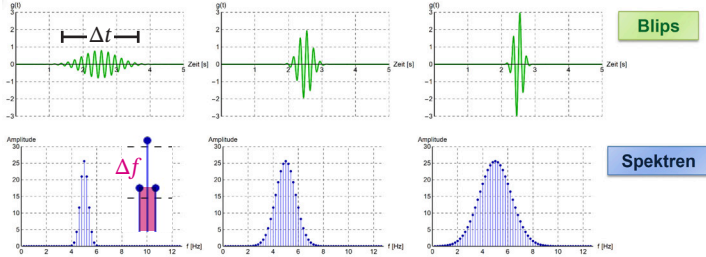
Ein Blip / Knall ist ein **kurzes Signal**.

Die unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit führt zu einer «Versmierung» des Wellenpakets = **Dispersion**

Blip

Ein Blip besteht aus vielen Frequenzen, lokalisiert um eine Hauptfrequenz.

Je **schmäler** das Blip, **desto breiter** das Spektrum → **Prinzip der Unschärfe**



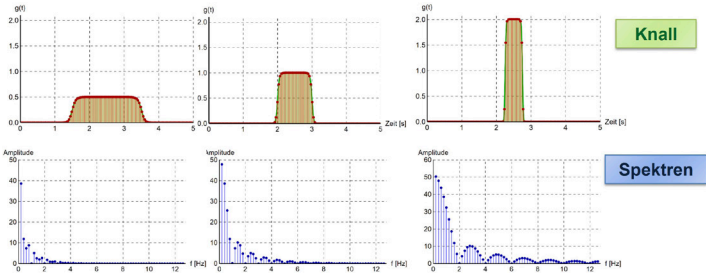
Δt = Dauer (= Breite) des Signals [s]
 Δf = Breite des Spektrums [Hz]

Unschärfeprinzip

$$\frac{\Delta f \cdot \Delta t}{2} \sim 1$$

Knall

Je **steiler die Flanken** eines Signals, desto **größer der Anteil der hohen Frequenzen** im Signal.



Thermische Strahlung

Planck'sches Wirkungsquant: $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ [Js]
 Boltzmann-Konstante: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ m² kg s⁻² K

Kelvin ↔ Celsius

$$K = C + 273.15, \quad C = K - 273.15$$

Elektromagnetische Strahlung

Photonenergie

Photonenergie bei **1 Hz**: 6.6261×10^{-34} J oder 4.1357×10^{-15} eV
 $\text{eV} = \text{J} / e, \quad \text{J} = \text{eV} \cdot e \quad e = \text{Elementarladung} = 1.602177 \cdot 10^{-19}$ C

eV = Betrag, um welche die kinetische Energie eines Elektron zunimmt, wenn es eine Beschleunigung von 1 V erfährt.

$$E = hf \quad [J] \quad E = \frac{hc}{\lambda} \quad [J]$$

Schwarzer Strahler

Körper mit **Reflexionsgrad** $\rho = 0$ ($= 1 - \alpha$), **Absorptionsgrad** $\alpha = 1$ für alle Frequenzen.

Ein Körper der **gut absorbiert, strahlt auch gut**.
 Alles geht rein, aber alles geht auch raus.

Stefan-Boltzmann Gesetz

Abgegebene Leistung P (radiated heat)

$$P_{\text{rad}} = \frac{2\pi}{15} \frac{k_B^4}{c^2 h^3} AT^4 = \sigma AT^4$$

Stefan-Boltzmann Konstante:
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ [W/(m²K⁴)]
 A = Oberfläche [m²]
 T = Temperatur

Strahlungsgesetz von Planck

Strahlungsintensität

$$I(f, T) = \frac{2hf^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{hf}{k_B T}} - 1} \quad (\text{Frequenz})$$

λ = Wellenlänge [m]
 f = Frequenz [Hz]
 T = Temperatur [C]

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \quad (\text{Wellenlänge})$$

Strahlungsbilanz (Schwarzer Strahler)

Der Körper strahlt ab, empfängt aber auch Strahlung von der Umgebung.
Mit Kelvin rechnen!

Strahlungsleistung

$$I_{\text{rad}} = \sigma A(T^4 - T_{\text{env}}^4) = -\frac{dE}{dt} \quad [W]$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma A} + T_{\text{env}}^4} \quad [K] \quad T_{\text{env}} = \sqrt[4]{T^4 - \frac{P}{\sigma A}} \quad [K]$$

I = Energiestrom (Energie pro Zeit) = **Leistung** P des Körpers mit T

A = Oberfläche des Strahlers

T = Oberflächentemperatur

T_{env} = Umgebungstemperatur

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ [W/(m²K⁴)] Stefan-Boltzmann Konstante

Grauer Strahler

Graue Strahler strahlen in gewissen Wellenlängenbereichen nicht mit der ganzen Schwarzkörperintensität.

$$I(\lambda, T) = \epsilon(\lambda) \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

$\epsilon(\lambda) < 1$ = Emissionskoeffizient [1/m] für ein Material

Strahlungsbilanz (Grauer Strahler)

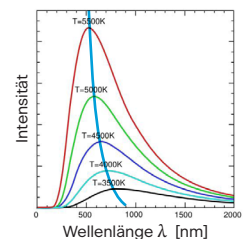
$$I_{\text{rad}} = \sigma \epsilon A(T^4 - T_{\text{env}}^4) = -\frac{dE}{dt} \quad [W]$$

Wien'sches Verschiebungsgesetz

Maximale Strahlungsleistung

Maximum des Spektrums bei geg. Temperatur T

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T} \quad [m] \quad b = 2.8978 \cdot 10^{-3} \quad [mK]$$



Wärmeübertragung

- Wärmeleitung (Material)
- Wärmeströmung (Luft)
- Wärmestrahlung (Radiation)

$$I_{\text{cond}} = Ah(T - T_{\text{env}}) \quad [W]$$

$$T = T_{\text{env}} + \frac{P}{Ah} \quad [K] \quad T_{\text{env}} = T - \frac{P}{Ah} \quad [K]$$

h = Wärmeübergangskoeffizient [m²K/W] (Wärmeübergang zweier Materialien)

I = Energiestrom (Energie pro Zeit) = **Leistung** P

A = Oberfläche des Strahlers

T = Oberflächentemperatur

T_{env} = Umgebungstemperatur

Die **Energiebilanzrechnung** schliesst dann alle betrachteten Wärmeströme ein:

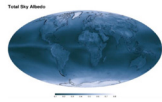
$$\frac{dE}{dt} = \sum_n \pm I_n$$

Temperatur eines Planeten

Albedo

= Reflexionskoeffizient der Erde bezogen auf das Spektrum der Sonne.

$$\text{Albedo} = \frac{\text{Intensität der reflektierten Strahlung}}{\text{Intensität der einfallenden Strahlung}}$$



Parameter	Größe
Sonnenradius r_{sun}	$6.955 \cdot 10^8 \text{ m}$
Erdbahnradius R_{earth}	$1.496 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Sonnentemperatur T_{sun}	5778 K
Albedo der Erde	0.34
Radius der Erde r_{earth}	6370 km

Intensität der Sonnenstrahlung auf der Erde

$$j_{\text{earth}} = \frac{P_{\text{sun}}}{4\pi R_{\text{earth}}^2} = \frac{r_{\text{sun}}^2}{R_{\text{earth}}^2} \sigma T_{\text{sun}}^4$$

Maximale Leistung P welche die Erde aufnehmen kann

$$P_{\text{earth,max}} = j_{\text{earth}} \pi r_{\text{earth}}^2 = \pi \frac{r_{\text{sun}}^2 \cdot r_{\text{earth}}^2}{R_{\text{earth}}^2} \sigma T_{\text{sun}}^4$$

Thermische Bilanz der Erde (ohne Treibhauseffekt)

$$T_{\text{earth}} = \left(\sqrt[4]{(1 - \text{Albedo}) \frac{r_{\text{sun}}^2}{4R_{\text{earth}}^2}} \right) T_{\text{sun}} = 251 \text{ K} = -22 \text{ °C}$$

Vektoren

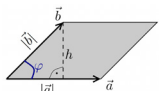
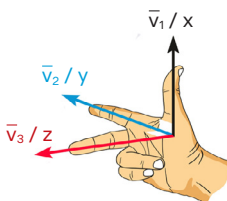
Skalarprodukt

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\varphi) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Kreuzprodukt (cross product)

Nur für 3-dimensionale ($\mathbb{R}^3$) Vektoren.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$



$$A = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

Distributivgesetz: $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$ und $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$.

Reihenfolge! Nicht $\vec{c} \times \vec{a} + \vec{c} \times \vec{b}$

Anti-Kommutativgesetz: $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$.

Assoziativgesetz: $\lambda(\vec{a} \times \vec{b}) = (\lambda \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\lambda \vec{b})$.

Diverses

Winkelmaß umrechnen

$$r = d \frac{\pi}{180} \quad d = r \frac{180}{\pi}$$

Quadratmeter umrechnen

$\rightarrow \text{m}^2$

$$x [\text{km}^2] = x \cdot (10^3)^2 [\text{m}^2] = x \cdot 10^6 [\text{m}^2]$$

$$x [\text{cm}^2] = x \cdot (10^{-2})^2 [\text{m}^2] = x \cdot 10^{-4} [\text{m}^2]$$

$$x [\text{mm}^2] = x \cdot (10^{-3})^2 [\text{m}^2] = x \cdot 10^{-6} [\text{m}^2]$$

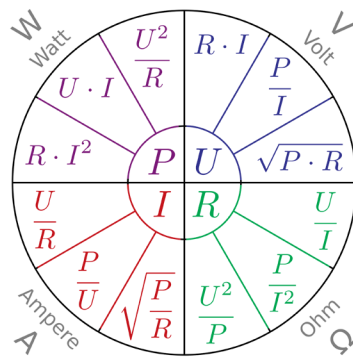
$\text{m}^2 \rightarrow$

$$x [\text{m}^2] = x \cdot (10^{-3})^2 [\text{km}^2] = x \cdot 10^{-6} [\text{km}^2]$$

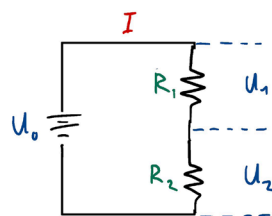
$$x [\text{m}^2] = x \cdot (10^2)^2 [\text{cm}^2] = x \cdot 10^4 [\text{cm}^2]$$

$$x [\text{m}^2] = x \cdot (10^3)^2 [\text{mm}^2] = x \cdot 10^6 [\text{mm}^2]$$

Formelrad



Seriellschaltung



$$U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot U_1}{U_0 - U_1}$$

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot U_2}{U_0 - U_2}$$

$$R_T = R_1 + R_2$$

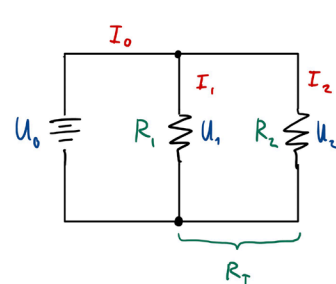
$$U_0 = U_1 + U_2$$

$$I = \frac{U_0}{R_1 + R_2} = \sqrt{\frac{P}{R_T}}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$L_T = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Parallelschaltung



$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_1 = \frac{U_0}{I_0 - I_2}$$

$$R_2 = \frac{U_0}{I_0 - I_1}$$

$$I_1 = \frac{U_0}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_0}{R_2}$$

$$U_1 = U_2 = U_0$$

$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R_T} = I_1 + I_2$$

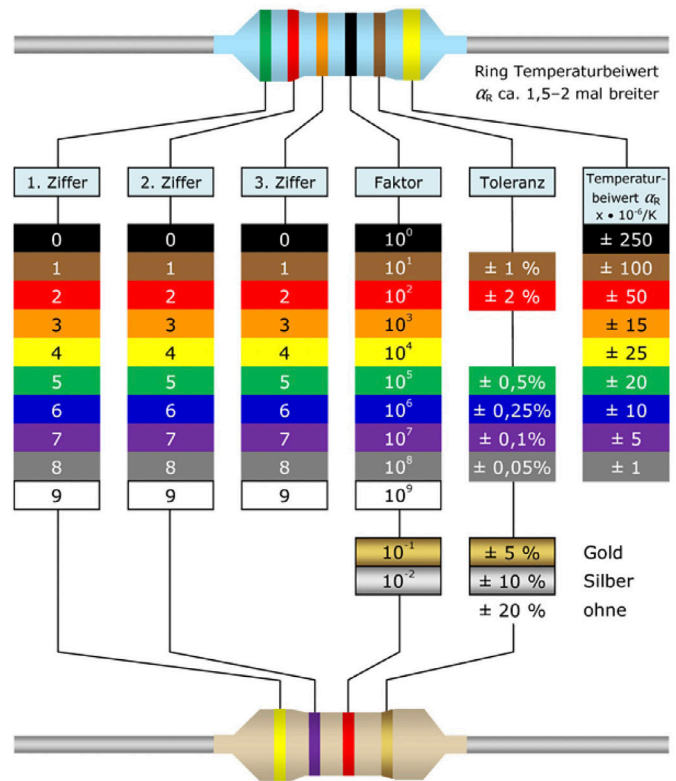
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

$$L_T = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Widerstandswert ablesen

Metallfilm-Widerstand $523 \Omega \pm 1 \%$ (E96)

$$\alpha_R = \pm 25 \cdot 10^{-6} / K$$



Kohleschicht-Widerstand $4,7 k\Omega \pm 5 \%$ (E24)

Vorsätze für Masseneinheiten (metric prefix)

peta	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000
tera	T	10^{12}	1 000 000 000 000
giga	G	10^9	1 000 000 000
mega	M	10^6	1 000 000
kilo	k	10^3	1 000
hecto	h	10^2	100
deca	da	10^1	10
deci	d	10^{-1}	0.1
centi	c	10^{-2}	0.01
milli	m	10^{-3}	0.001
micro	μ	10^{-6}	0.000 001
nano	n	10^{-9}	0.000 000 001
pico	p	10^{-12}	0.000 000 000 001
femto	f	10^{-15}	0.000 000 000 000 001