

Bilanzieren

Momentane Änderungsrate
= Summe aller Zu- und Abflüsse

Delta der Veränderung einer nicht linearen
Änderungsrate über Integral

$$\Delta G_{t_1 \rightarrow t_2} = \int_{t_1}^{t_2} \dot{G}(t) dt$$

Impuls und Kraft

Impuls (Einheit Ns)

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad \begin{array}{l} \text{Definition} \\ \text{Impuls} \end{array}$$

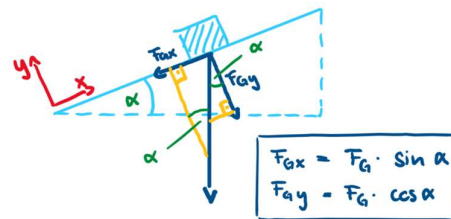
Newton 2
(m = konst., Starrer Körper)

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Impuls ist eine Vektorielle Grösse

$$\begin{pmatrix} \vec{p}_x \\ \vec{p}_y \\ \vec{p}_z \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} \vec{v}_x \\ \vec{v}_y \\ \vec{v}_z \end{pmatrix}$$

Aufteilung von F_g auf einer Schiefen Ebene



Arbeit Leistung Energie

Kinetische Energie

$$E_{kin}(t) = \frac{1}{2} m v(t)^2$$

Energieänderung zwischen t_1 und t_2 bei
Impulsübertragung

$$\Delta E_{kin, t_1 \rightarrow t_2}(t) = \Delta p_{t_1 \rightarrow t_2} \cdot \frac{1}{2} (\Delta v_{t_1} + \Delta v_{t_2})$$

Arbeit ist Kraft die über eine Strecke aufgewendet
wird und somit auch die Potentielle Energie

$$W_F = F \cdot \Delta s = F_1 \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot \Delta h$$

Arbeit entlang eines Pfads
Fläche unter der Kurve im $F(s)$ Diagramm

$$W_{F, s_1 \rightarrow s_2} = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}(s) \cdot d\vec{s}$$

Leistung einer Zeitabhängigen Kraft

$$P_F(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t)$$

Zusammenhang Arbeit und Leistung

Fläche unter der Kurve Leistung pro Zeit ist die Arbeit
=> $P = W/t$

$$W_{F,t_1 \rightarrow t_2} = \int_{t_1}^{t_2} P_F(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t) dt$$

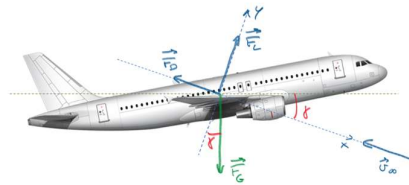
Auftrieb und Luftwiderstand

Statischer Auftrieb auf einen Körper in einem Fluid
(Gas oder Flüssigkeit)

$$\vec{F}_A = -m_{Fl} \cdot \vec{g} = -\rho_{Fl} \cdot V \cdot \vec{g}$$

Aerodynamische Kraft

$$\vec{F}_{Aero} = \vec{F}_L + \vec{F}_D$$



Komponenten von F_{Aero}

$$F_L = \frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 \cdot c_L \cdot A$$

$$F_D = \frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2 \cdot c_D \cdot A$$

Mechanische Schwingungen

Bewegungsgleichung

$$\ddot{x}(t) + \frac{k}{m} \cdot x(t) = 0$$

Allgemeine Bewegungsgleichung

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0$$

$$x(t) = \hat{x} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta)$$

Ableitungen der Bewegung

$$v(t) = \dot{x}(t) = -\hat{x} \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \delta)$$

$$a(t) = \ddot{x}(t) = -\hat{x} \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \delta)$$

Wichtige Formeln

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \omega_0 = 2\pi \cdot f$$

Energie und Arbeit im Pendel

$$E_{\text{sys}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_0^2 \quad F_{\text{max}} = k \cdot x_0$$

Kreisbewegungen

Radialbeschleunigung

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

Bogenlänge auf einem Kreis mit Radius r
und Winkel in Abhängigkeit der Zeit

$$s(t) = \theta(t) \cdot r$$

Zusammenhang Bahngeschwindigkeit und
Winkelgeschwindigkeit

$$v = \omega \cdot r$$

Periode bei gleichförmiger Kreisbewegung

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Momentane Winkelgeschwindigkeit
gleich

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta(t)}{dt} = \dot{\theta}(t)$$

Beschleunigungsvektor:

Bei gleichförmiger Kreisbewegung

$$\vec{a}(t) = -\omega^2 \cdot \vec{r}(t)$$

Bei variabler Kreisbewegung
Kommt Tangentialbeschleunigung dazu mit
 $\dot{v}(t) = \frac{dv}{dt}$

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_r(t) + \vec{a}_t(t) = \omega^2 \cdot r + \frac{dv}{dt}$$

Resultierende Kraft (zentripetal bei Gleichförmiger
Kreisbewegung)

$$F_{\text{res}}(t) = m \cdot a_r(t)$$

Resultierende Kraft (zentripetal und tangential bei
nicht gleichförmiger Kreisbewegung)

$$F_{\text{res}}(t) = m \cdot a_r(t) + m \cdot \frac{dv}{dt}$$

Gravitation und Trägheitsfeld

Gravitationsgesetz Newton
Kraft von Körper 1 auf Körper 2

$$\vec{F}_{G,12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$$

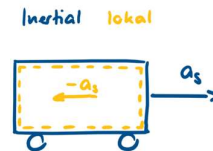
Gravitationsfeld eines Körpers
 r = Abstand zum Massenmittelpunkt
Einheitsvektor zeigt Richtung

$$\vec{g}(\vec{r}) = -\frac{G M}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Im beschleunigten System:

Trägheitsfeld im Inneren eines beschleunigten Systems

$$\vec{g}_{\text{träg}} = -\vec{a}_s$$



Zentrifugalkraft

$$F_{ZF} = m \omega^2 r$$

Corioliskraft

$$F_C = 2 m \cdot \omega \cdot v \cdot \sin \angle(\vec{\omega}, \vec{v})$$

Offene Systeme

Impulsbilanz

$$\sum_i \vec{F}_{Ob,i} + \sum_i \vec{F}_{K,i} + \sum_i \vec{I}_{p,konv,i} = \frac{d\vec{p}}{dt} = F_{res}$$

Konvektiver Impulsstrom und Massenstrom

$$\vec{I}_{p,konv} = I_m \cdot \vec{v}_m$$

Massenbilanz

$$\dot{m}(t) = \sum_i I_{m,i}(t)$$

Bernoulli

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{const.}$$

Massenfluss

Massenfluss: $I_m = \rho \cdot v \cdot A = \rho \cdot \overset{\text{Volumenstrom } (\frac{m^3}{s})}{I_v}$

$\uparrow$ $\left(\frac{kg}{s}\right)$ Dichte $\uparrow$ $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$ $\uparrow$ mittlere Strömungsgeschwindigkeit $\left(\frac{m}{s}\right)$ $\uparrow$ Strömungsquerschnitt (m^2)

Volumenstrom mit Bernoulli

$$I_V = v_1 \cdot A_1 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} - 1 \right)}$$

Raketengleichung

$$v_z(m) = c \cdot \ln \left(\frac{m_0}{m} \right)$$

Schubkraft Strahltriebwerk
über Massenstrom

$$F_{Schub} = I_m \cdot (v_{out} - v_{in})$$

Leistung Strahltriebwerk

$$P = \frac{v_{out} + v_{in}}{2} \cdot F_{Schub}$$

Schubkraft Mantelstromtriebwerk

$$F_{Schub} = \underbrace{I_{m,K} \cdot (v_{out,K} - v_{in})}_{\text{Schub Triebwerk allein}} + \underbrace{I_{m,M} \cdot (v_{out,M} - v_{in})}_{\text{Zusatzschub Mantel}}$$

Kinematik des starren Körpers in einer Ebene (2d)

Ortsvektor eines Punkts

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta(t) \\ \sin \theta(t) \end{pmatrix}$$

Geschwindigkeitsvektor eines Punkts

$$\vec{v}(t) = r \cdot \omega(t) \cdot \begin{pmatrix} -\sin \theta(t) \\ \cos \theta(t) \end{pmatrix}$$

Momentane Winkelgeschwindigkeit eines Punkts

$$\omega(t) = \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta}{dt}$$

Betrag des Geschwindigkeitsvektors
(Omega als Betrag, dass v(t) immer positiv wird)

$$v(t) = r \cdot |\omega(t)|$$

Geschwindigkeitsvektor eines Punkts **auf** dem
rotierenden starren Körper

$$\vec{v}(t) = \vec{\omega}(t) \times \vec{r}(t)$$

Beschleunigungsvektor eines Punkts
Omega = const.

$$\vec{a}(t) = -r \cdot \omega^2 \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta(t) \\ \sin \theta(t) \end{pmatrix}$$

Betrag des Vektors

$$a(t) = r \cdot \omega^2$$

Beschleunigung eines Punkts
Omega = veränderlich

$$a_t(t) = r \cdot |\dot{\omega}(t)|$$

$$a_r(t) = r \cdot \omega^2(t)$$

$$\vec{a}(t) = \underbrace{\dot{\vec{\omega}}(t) \times \vec{r}(t)}_{=\vec{a}_t(t)} + \underbrace{\vec{\omega}(t) \times (\vec{\omega}(t) \times \vec{r}(t))}_{=\vec{a}_r(t)}$$

Massenmittelpunkt eines Körpers

$$\vec{r}_{MMP} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^n m_k \vec{r}_k = \frac{1}{m} (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n)$$

Massenmittelpunkt einer kontinuierlichen
Massenverteilung mit Dichte

$$\vec{r}_{MMP} = \frac{1}{m} \int_V \vec{r} \cdot \rho(\vec{r}) dV$$

Bewegung eines Massenmittelpunkts

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \frac{d^2}{dt^2}(\vec{r}_{MMP}) = m \cdot \vec{a}_{MMP}$$

Kinematik des starren Körpers Allgemeine Bewegung

Geschwindigkeit eines Punktes B mit
 $\vec{v}_P(t)$ (Geschwindigkeit eines Punkts P auf dem
Körper) und
 $\vec{\omega}_P(t)$ (Winkelgeschwindigkeit des Starren Körpers)
gegeben

$$\vec{v}_B(t) = \vec{v}_P(t) + \vec{\omega}(t) \times \vec{r}_{PB}(t)$$

Beschleunigung eines Punktes B mit
 $\vec{a}_P(t)$ (Beschleunigung eines Punkts P auf den
Starren Körper) und
 $\vec{\omega}(t)$ (Winkelgeschwindigkeit des Starren Körpers)
gegeben

$$\vec{a}_B(t) = \vec{a}_P(t) + \dot{\vec{\omega}}(t) \times \vec{r}_{PB}(t) + \vec{\omega}(t) \times (\vec{\omega}(t) \times \vec{r}_{PB}(t))$$

Momentanpol bestimmen
(Punkt wo Geschwindigkeit null ist | kann auch
ausserhalb des Körpers liegen)

$$\vec{r}_{PM}(t) = \frac{\vec{\omega}(t) \times \vec{v}_P(t)}{\omega^2(t)}$$

Drehmoment

Drehmomentsvektor einer Kraft bzgl. Punkt P mit
Vektorprodukt

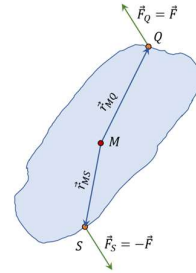
$$\vec{M}_{\vec{F}_Q, P} = \vec{r}_{PQ} \times \vec{F}_Q$$

Betrag des Drehmoments

$$\vec{M}_{\vec{F}_Q, P} = r_{PQ} \cdot F_Q \cdot \sin \angle(\vec{r}_{PQ}, \vec{F}_Q) = F_Q \cdot r_{PQ, \perp}$$

Drehmoment Kräftepaar
(Richtung nicht wichtig nur Abstand zwischen den Punkten)

$$\vec{M} = \vec{r}_{SQ} \times \vec{F}$$



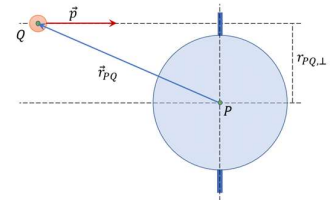
Richtung von Omega bestimmen



Drehimpuls

Drehimpuls einer Punktmasse am Ort Q mit Impuls $\vec{p}$ bezüglich Punkt P

$$\vec{L}_P = \vec{r}_{PQ} \times \vec{p}$$



Drehimpulskomponente bezüglich Drehachse entlang $\vec{\omega}$

$$L_{\vec{\omega}} = J_{\vec{\omega}} \cdot \omega$$

Massenträgheitsmoment des Starren Körpers bezüglich einer Drehachse entlang $\vec{\omega}$

$$J_{\vec{\omega}} = \sum m_i \cdot r_{i, \perp}^2$$

Drehimpuls des Starren Körpers bei Rotation um Hauptträgheitsachse

$$\vec{L}_{HTA} = J_{HTA} \cdot \vec{\omega}$$

Eigendrehimpuls des Starren Körpers bei Rotation durch Hauptträgheitsachse durch seinen Massenmittelpunkt

$$\vec{L}_{MMP}^{Eigen} = J_{MMP} \cdot \vec{\omega}$$

Analog zu Newton 2 ist die Änderungsrate des Drehimpuls gleich Summe aller extern wirkenden Drehmomenten
(Änderungsrate Omega ist die Winkelbeschleunigung)

$$\dot{\vec{L}}_P = \sum \vec{M}_{ext, P} = J \cdot \dot{\vec{\omega}}$$

Drehimpuls und Energie

Kinetische Rotationsenergie des starren Körpers um fixe Achse entlang $\vec{\omega}$

$$W_{kin,rot} = \frac{1}{2} \cdot J_{\vec{\omega}} \cdot \omega^2$$

Leistung eines Drehmoments $\vec{M}$ bei fester Drehachse

$$P_{\vec{M}} = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$$

Arbeit eines Drehmoments für Drehung von θ_1 nach θ_2 bei fester Drehachse

$$W_{\vec{M}} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M_{\vec{F}}(\theta) \cdot d\theta$$

Arbeit des Drehmoments und kinetische Rotationsenergie bei fester Drehachse

$$W_{\vec{M}} = \Delta W_{kin,rot}$$

Kinetische Energie des Starren Körpers bei freier ebener Bewegung

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{MMP}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{MMP} \cdot \omega^2$$

Eigen und Bahndrehimpuls

Zerlegung des Drehimpuls in Bahn- und Eigendrehimpuls bei freier ebener Bewegung bzgl. O

$$\vec{L}_O = \vec{L}_O^{Bahn} + \vec{L}_{MMP}^{Eigen}$$

Bahndrehimpuls eines Starren Körpers bei der Mass m bzgl. O

$$\vec{L}_O^{Bahn} = \vec{r}_{MMP} \times m \cdot \vec{v}_{MMP}$$

Eigendrehimpuls bzgl. Hauptträgheitsachse entlang $\vec{\omega}$

$$\vec{L}_{MMP}^{Eigen} = J \cdot \vec{\omega}$$

Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Isochor -> Volumen konst.

Isobar -> Druck konst.

Isotherm -> Temperatur konst.

Isentrop -> ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung

$$^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32)$$

$$^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} + 32.$$

$$\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273.15.$$

1. Hauptsatz der Thermodynamik für geschlossene Systeme in Differentialform

$$\frac{dU}{dt} = I_{W,th} + I_{W,mech}$$

1. Hauptsatz der Thermodynamik für geschlossene Systeme in Integralform

$$\Delta U = W_{th,12} + W_{mech,12}$$

W meint die «Wärmearbeit» in Joule

I_w in Watt oder J/s

Wenn $I_{W,th} = \text{konst.}$ vereinfacht sich die Gleichung zu $W_{th,12} = I_{W,th} \cdot \Delta t$ (Für Aufwärmzeiten wichtig)

mit

$$W_{th,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,th} dt$$

$$W_{mech,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,mech} dt$$

Integrierte U-Form für isochore (V konst.)

Zustandsänderungen (weil mit $dV=0$ ganzes Integral wegfällt)

$$U(t_2) - U(t_1) = \Delta U = W_{th,12} - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

$$\Delta U = W_{th,12}$$

Volumenänderungsarbeit

$$W_{mech,12}^{rev} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Definition der Enthalpie

(innere Energie + Druck mal Volumen)

$$H = U + pV$$

1. Hauptsatz für in H-Form für reversible und isobare Zustandsänderungen in Differentialform

$$\frac{dH}{dt} = I_{W,th}$$

1. Hauptsatz für in H-Form für reversible und isobare Zustandsänderungen in Integralform

$$\Delta H = W_{th,12}$$

Kalorische Zustandsgleichungen für Gase

$$\Delta U = m \bar{c}_v \Delta T$$

$$\Delta H = m \bar{c}_p \Delta T$$

Kalorische Zustandsgleichungen für Feststoffe und Flüssigkeiten

{V Delta p} bei Feststoffen & Flüssigkeiten = 0

$$\Delta U = m \bar{c}_{L/S} \Delta T$$

$$\Delta H = m \bar{c}_{L/S} \Delta T + V \Delta p$$

Phasenübergang & Ideales Gas

Schmelzenthalpie ΔH_{sl} und spezifische
Schmelzenthalpie Δh_{sl}

$$\Delta H_{sl} = m \Delta h_{sl}$$

Verdampfungsenthalpie ΔH_{lv} und spezifische
Verdampfungsenthalpie Δh_{lv}

$$\Delta H_{lv} = m \Delta h_{lv}$$

Ideale Gasgleichung Molenform

$$pV = nRT$$

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$$

$$R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23}$$

$$n = \text{Stoffmenge [Mol]}$$

$$N = \text{Anzahl Teilchen}$$

$$M = \text{Molare Masse}$$

Ideale Gasgleichung Teilchenform

$$pV = NkT$$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Ideale Gasgleichung Masseform
 R_s = spezifische Gaskonstante

$$pV = m \frac{R}{M} T \quad R_s \equiv \frac{R}{M} \quad pV = m R_s T$$

intensive Variante (geteilt durch V)

$$p = \rho R_s T$$

Beziehung spezifische Wärmekapazitäten ideales
Gas

$$c_p = c_v + R_s$$

Approximation der Wärmekapazitäten für ein ideales
Gas

$$c_v = Z R_s$$

$$c_p = (Z + 1) R_s$$

$$Z = \frac{f}{2}$$

$$Z = \begin{cases} 3/2 & \text{1-atomiges Gas } (f = 3) \\ 5/2 & \text{2-atomiges Gas } (f = 5) \\ 6/2 & \text{mehr-atomiges Gas } (f = 6) \end{cases}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \approx \frac{Z + 1}{Z}$$

Arbeiten und Wärmen idealer Gase in geschlossenen, reversiblen Systemen für eine Zustandsänderung $1 \rightarrow 2$

Zustandsänderung	Zustandsgrößen	Arbeit $W_{\text{mech},12}^{\text{rev}}$	Wärme $W_{\text{th},12}$
isobar	$\frac{V}{T} = \text{const.} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$-p(V_2 - V_1)$	$m c_p(T_2 - T_1)$
isochor	$\frac{p}{T} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	0	$m c_v(T_2 - T_1)$
isotherm	$pV = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$	$-m \frac{R}{M} T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	$m \frac{R}{M} T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
isentrop (adiabat-reversibel)	$TV^{(\kappa-1)} = \text{const.} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\kappa-1)}$ $pV^\kappa = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\kappa$ $pT^{\kappa/(1-\kappa)} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\kappa/(1-\kappa)}$	$m c_v(T_2 - T_1)$	0

Kreisprozesse und Wirkungsgrade

$W_{\text{th},\odot} = \text{Thermische Energie eines kompletten Zyklus}$

$W_{\text{th},\oplus} = \text{dem Prozess zugeführte Wärme}$

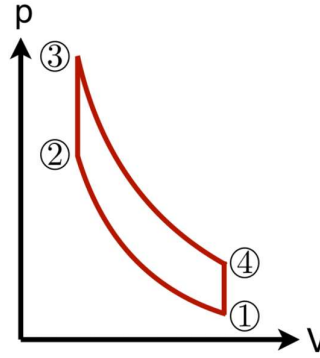
$W_{\text{th},\ominus} = \text{dem Prozess abgeführte Wärme}$

Netto ausgetauschte Wärme eines Zyklus

$$W_{\text{th},\odot} = W_{\text{th},\oplus} + W_{\text{th},\ominus} = W_{\text{th},\oplus} - |W_{\text{th},\ominus}|$$

Arbeiten und Wärmen für den Idealisierten Ottoprozess

Prozessschritt	Arbeit $W_{\text{mech},a \rightarrow b}^{\text{rev}}$	Wärme $W_{\text{th},a \rightarrow b}$
1 $\rightarrow$ 2: isentrop	$m c_v (T_2 - T_1) > 0$	0
2 $\rightarrow$ 3: isochor	0	$m c_v (T_3 - T_2) > 0$
3 $\rightarrow$ 4: isentrop	$m c_v (T_4 - T_3) < 0$	0
4 $\rightarrow$ 1: isochor	0	$m c_v (T_1 - T_4) < 0$



Kreisprozess	Abkürzung	Wirkungsgrad	
Wärmekraftmaschine	WKM	$\eta_{\text{WKM}} = \frac{ W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}} }{W_{\text{th},\oplus}} = 1 - \frac{ W_{\text{th},\ominus} }{W_{\text{th},\oplus}}$	$0 < \eta_{\text{WKM}} < 1$
Kältemaschine (Kühlschrank/Kühlraum)	KM	$\eta_{\text{KM}} = \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}} = \frac{ W_{\text{th},\ominus} }{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}} - 1$	$\eta_{\text{KM}} < 1$ oder $\eta_{\text{KM}} > 1$
Wärmepumpe	WP	$\eta_{\text{WP}} = \frac{ W_{\text{th},\ominus} }{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}} = 1 + \frac{W_{\text{th},\oplus}}{W_{\text{mech},\odot}^{\text{rev}}}$	$\eta_{\text{WP}} > 1$

Zusammenhang Netto-Arbeit und Netto-Wärmeaustausch beim Reversiblen Kreisprozess

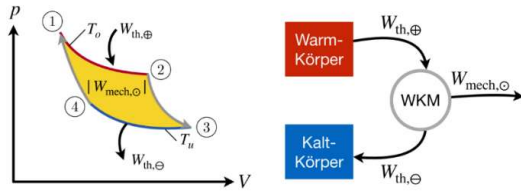
$$W_{\text{th},\odot}^{\text{rev}} = -W_{\text{th},\ominus}$$

Kreisintegral für beliebige Zustandsgrösse $\psi = \{U, T, p, V \dots\}$ entlang einer Geschlossenen Prozesskurve

$$\oint d\psi = 0$$

Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Rechtslaufender Prozess nach *Carnot*



- Von 1 → 2 wird thermische Energie $W_{th,\oplus}$ auf dem oberen Temperaturniveau T_o zugeführt.
- Von 2 → 3 findet eine isentrope Expansion statt (adiabat, also ohne Austausch von thermischer Energie mit der Umgebung).
- Von 3 → 4 wird die thermische Energie $W_{th,\ominus}$ auf dem unteren Temperaturniveau T_u abgeführt.
- Von 4 → 1 findet eine isentrope Kompression statt (adiabat, also ohne Austausch von thermischer Energie mit der Umgebung).

Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses

$$\eta_{WKM,Carnot} = 1 - \frac{T_u}{T_o}$$

Fließender Entropiestrom am Ort des thermischen Energiestroms $I_{W,th}$

$$I_S = \frac{I_{W,th}}{T}$$

Änderung der Entropie bei reversiblen Prozess

$$\frac{dS}{dt} = I_S = \frac{I_{W,th}}{T}$$

Änderung der Entropie bei irreversiblen Prozess

$$\frac{dS}{dt} = \frac{I_{W,th}}{T} + \Pi_S$$

Entropieproduktionsrate $\Pi_S > 0$

In reversiblen Prozess ausgetauschte thermische Energie

$$W_{th,12} = \int_{t_1}^{t_2} I_{W,th} dt = \int_{S_1}^{S_2} T dS$$

Ausgetauschte Wärme und Arbeit bei reversiblen Kreisprozess

$$W_{th,12}^{rev} = -W_{th,\odot} = \oint I_{W,th} dt = \oint T dS$$

Wirkungsgrad Carnot-WKM

$$\eta_{WKM,Carnot} = 1 - \frac{|W_{th,\ominus}|}{W_{th,\oplus}} = 1 - \frac{T_u}{T_o}$$

Wirkungsgrad Carnot-KM

$$\eta_{KM,Carnot} = \frac{W_{th,\oplus}}{W_{mech,\odot}^{rev}} = \frac{T_o}{T_o - T_u}$$

Wirkungsgrad Carnot-WP

$$\eta_{WKM,Carnot} = \frac{|W_{th,\ominus}|}{W_{mech,\odot}^{rev}} = \frac{T_o}{T_o - T_u}$$

Entropieänderung ideales Gas mit Temperatur und Volumen bekannt

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \left[c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{R}{M} \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right]$$

Entropieänderung ideales Gas mit Temperatur und Druck bekannt

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \left[c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{R}{M} \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \right]$$

Wärmetransportphänomene

Stefan-Boltzmann-Gesetz
Schwarzer Körper

$$I_{\text{th,rad}} = \sigma A T_s^4$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

$T_s = \text{Oberflächentemp. in K}$
 $\epsilon = \text{Emissionswert (bekannt)}$

Allgemeine Strahler

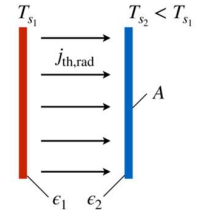
$$I_{\text{th,rad}} = \sigma \epsilon A T_s^4$$

Wärmestrom von einer heissen zu einer kalten Fläche

$$I_{\text{th,rad}} = \frac{\sigma A}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} (T_{s1}^4 - T_{s2}^4)$$

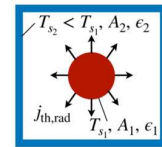
wenn $\epsilon_1 = \epsilon_2$

$$I_{\text{th,rad}} = \frac{\epsilon \sigma A}{2 - \epsilon} (T_{s1}^4 - T_{s2}^4)$$



Wärmestrom von einem heissen Körper zu kühlem Raum

$$I_{\text{th,rad}} = \sigma \epsilon_1 A_1 (T_{s1}^4 - T_{s2}^4)$$



Fourier'sche Wärmeleitung

$$I_{\text{th,x}} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Grenzfall wenn $\Delta \dots \rightarrow 0$
und $j_{\text{th,x}} = I_{\text{th,x}}/A$

$$j_{\text{th,x}} = -\kappa \frac{dT}{dx}$$

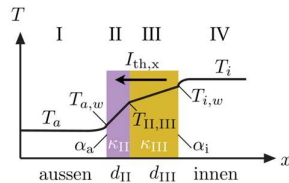
$\kappa = \text{thermische Leitfähigkeit}$
(bekannt)

Wärmefluss über umströmte Oberflächen (absolut)

$$I_{\text{th},\alpha} = A \alpha (T_s - T_u)$$

$\alpha = \text{Wärmeübergangskoeff.}$
(bekannt)

Wärmedurchgang in thermischen Reihenschaltungen



$$I_{\text{th,x}} = A U (T_i - T_a)$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{\text{II}}}{\kappa_{\text{II}}} + \frac{d_{\text{III}}}{\kappa_{\text{III}}} + \frac{1}{\alpha_i}}$$

III = Schichtanzeige
 $d = \text{Dicke einer Schicht}$
 $U = \text{Wärmeübergangskoeff.}$

Thermischer Widerstand

$$R_{\text{th}} = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_{\text{II}}}{\kappa_{\text{II}}} + \frac{d_{\text{III}}}{\kappa_{\text{III}}} + \frac{1}{\alpha_i} \right)$$

Alternative Form der Gleichung

$$I_{\text{th,x}} = (T_i - T_a)/R_{\text{th}}$$

Thermodynamik Offene Systeme

Massenbilanz für Stationäre offene Systeme

$$\rho_1 c_1 A_1 = \rho_2 c_2 A_2$$

$c = \text{Geschwindigkeit}$

Erster Hauptsatz für Stationäre offene Systeme

$$\Delta I_{W_{th}} + \Delta I_{W_p} + \Delta I_{W_{kin}} + \Delta I_{W_{pot}} = I_{th,12} + I_{mech,12}$$

Erster HS U-Form und H-Form

$$I_m \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th,12} + I_{mech,12}$$

$$u = \frac{U}{m} \quad (\text{Spez. innere Energie})$$

$$I_m \left[(u_2 - u_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th,12} + I_{mech,12}$$

$$h = u + pv$$

Massespezifische Form
(Division durch Massefluss)

$$(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = w_{th,12} + w_{mech,12}$$

$$w = \frac{I}{I_m}$$

Erster Hauptsatz für Stationäre offene Systeme für Flüssigkeiten

$$I_m = \left[c_L (T_2 - T_1) + \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \right] = I_{th,12} + I_{mech,12}$$

Erster Hauptsatz für Stationäre offene Systeme für Gase

$$I_m = \left[c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) \right] = I_{th,12} + I_{mech,12}$$

Elektrisches Feld

Ladungsbilanz für ein System

$$\dot{Q} = \sum I_{Q,zu} + \sum I_{Q,ab}$$

Coulomb-Kraft zwischen zwei Punktladungen

$$\vec{F}_{C,12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As}$$

$q = \text{Probeladung am Ort}$

Elektrisches Feld einer Punktladung

ohne $\frac{\vec{r}}{r}$ Elektrisches Potential einer Punktladung $\Delta\varphi_E$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Coulomb-Kraft auf Probeladung in elektrischem Feld

$$\vec{F}_C(\vec{r}) = q \cdot \vec{E}(\vec{r})$$

Fluss des elektrischen Feldes $\vec{E}$ durch die Fläche A

$$\phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Mit Betrag, wenn E-Feld homogen ($\vec{A} =$
Normalvektor zur Fläche (Senkrecht))

$$\phi = E \cdot A \cdot \cos(\vec{A}, \vec{E})$$

Gauss'sches Gesetz der Elektrostatik

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Prozessleistung eines gravitativen Prozesses

$$P_G = \Delta\varphi_G \cdot I_m$$

$\Delta\varphi_G = \text{Gravitationspotential}$
 $= 9.81 \cdot \Delta h$

Prozessleistung eines elektrischen Prozesses

$$P_E = \Delta\varphi_E \cdot I_Q$$

$\Delta\varphi_E$
 $= \text{elektrische Potentialdifferenz}$
 $= \text{Spannung}$

Einheit der elektrischen Potentialdifferenz/Spannung
Volt

$$1V = 1 \frac{W}{A}$$

Elektrischer Widerstand

Uri Gesetz = konstant

$$U = R \cdot I$$

Ersatzwiderstand Serienschaltung

$$R = R_1 + R_2$$

Parallelschaltung

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Volumenstrom durch Leitungen bei laminarer
Strömung und bei Druckdifferenz Δp

$$I_V = \frac{\Delta p}{R_V}$$

Volumenstrom durch Leitungen bei turbulenter
Strömung und bei Druckdifferenz Δp

$$I_V = \sqrt{\frac{\Delta p}{R_V}}$$

Kritischer Volumenstrom Übergang laminar zu
turbulent

$$I_{V,krit} = \frac{R_V}{k}$$

$k = \text{Konstante}$
 $\text{turbulenter hydraulischer}$
 Widerstand

Kritischer Druck Übergang laminar zu turbulent

$$\Delta p_{krit} = \frac{R_V^2}{k}$$

Ersatzwiderstand Serienschaltung von
Hydraulischen Widerständen

$$R = R_{V1} + R_{V2}$$

Parallelschaltung von Hydraulischen Widerständen

$$\frac{1}{R_V} = \frac{1}{R_{V1}} + \frac{1}{R_{V2}}$$

Elektrische Kapazität

Kapazität eines Kondensators

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$\dot{Q} = I = C \dot{U}$$

$Q = \text{Ladung}$
 $U = \text{Spannung}$

Einheit Kapazität Farad
 $\mu F = 10^{-6} F$

$$1F = 1 \frac{C}{V}$$

$$1 \text{ Farad} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}$$

$$\text{Coulomb} = \text{As}$$

Ersatzkapazität für Serienschaltung von elektrischen
Kapazitäten

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Parallelschaltungen von elektrischen Kapazitäten

$$C = C_1 + C_2$$

Im Kondensator mit Kapazität C gespeicherte Energie
bei Ladung U

$$W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

Elektrische Kapazität - Lade-, Entlade- und Ausgleichsprozesse

Spannung eines Kondensators während Ladevorgang

$$U_C(t) = U \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

Ladung eines Kondensators während Ladevorgang

$$Q_C(t) = Q_F \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

Zeitkonstante einer seriellen RC-Schaltung

$$\tau = RC$$

$$1 \Omega \cdot 1 F = 1 \frac{V}{A} \cdot \frac{C}{V} = 1 \frac{A \cdot s}{A} = 1 s$$

Spannung eines Kondensators während
Entladevorgang

$$U_C(t) = U_I \cdot e^{-t/\tau}$$

Ladung eines Kondensators während Entladevorgang

$$Q_C(t) = Q_I \cdot e^{-t/\tau}$$

Ausgleichspotential Kondensatoren
«Ausgleichshöhe = Gesamtes Füllvolumen /
Gesamte Grundfläche»

$$\varphi_{\text{Ausgleich}} = \frac{Q_{1,I} + Q_{2,I}}{C_1 + C_2}$$

Energieänderung bei Ladungsaustausch zwischen
Kondensatoren
«Energie-Änderung = Geflossene Ladung x mittlere
Potentialdifferenz»

$$\Delta W_{\text{Sys}} = \Delta Q \cdot \frac{1}{2} \cdot (\Delta \varphi_I + \Delta \varphi_F)$$

Magnetismus

Magnetischer Feldfluss

$$\phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Gauss'sches Gesetz des Magnetismus

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Der gesamte Fluss, der in eine
geschlossene Fläche eintritt, muss
auch wieder austreten

Gesetz von Biot-Savart

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(I d\vec{\ell} \times \hat{r})}{r^2}$$

Magnetische Feldkonstante

$$\mu_0 = 1.256\,637 \dots \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

Magnetfeld im Zentrum einer Leiterschleife

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

$$\frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot \frac{\text{A}}{\text{m}} = 1 \text{ T (Tesla)}$$

Magnetfeld im Inneren einer langen Spule

$$B = \mu_0 \frac{N I}{\ell}$$

N = Anz. Windungen

Magnetfeld um einen langen geraden Leiter

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Ampèresches Gesetz

$$\oint_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

Magnetische Kraft auf geladenes Teilchen

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Lorentz-Kraft auf geladenes Teilchen

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Magnetische Kraft auf stromdurchflossenes gerades Leiterstück

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{\ell} \times \vec{B})$$

Drehmoment auf eine stromdurchflossene Leiterschleife in einem Magnetfeld

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Magnetisches Moment einer stromdurchflossenen Leiterschleife

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A}$$

Elektromagnetische Induktion

Gesetz von Faraday

$$U_{ind} = - \frac{d\phi_{mag}}{dt}$$

Durch Änderung des magnetischen Feldflusses induzierte elektrisches Feld

$$\oint_{\partial A} \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Selbstinduktionsspannung und Induktivität (Spule)

$$U_L = L \dot{I}$$

$= \frac{dI}{dt}$
U wird negativ bei Ausschalten

Induktivität einer langen Zylinderspule

$$L = \mu_0 \cdot \left(\frac{N}{\ell}\right)^2 \cdot A \ell$$

Induktiv gespeicherte Energie

$$E_L = \frac{1}{2} L I^2$$

Speichern über Magnetfeld
L = Induktivität (gegeben)

Energiedichte des Magnetfelds

$$w_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Stromfluss beim Ein- und Ausschalten eines RL-Schaltkreises

$$I_{Einschalt}(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$I_{Ausschalt}(t) = \frac{U_0}{R} e^{-t/\tau}$$

Zeitkonstante eines RL-Schaltkreises

$$\tau = \frac{L}{R}$$