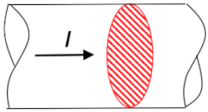


1. Elektrische Grundlagen

Stromstärke:

Gerichtete Bewegung von Ladungsträgern. Fliesst bei geschlossenem Kreislauf.

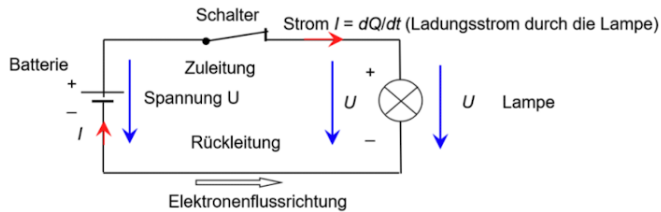


$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- $I, i(t)$: Stromstärke [A]
- dQ : Ladungsmenge [C]
- dt : Zeitintervall [s]

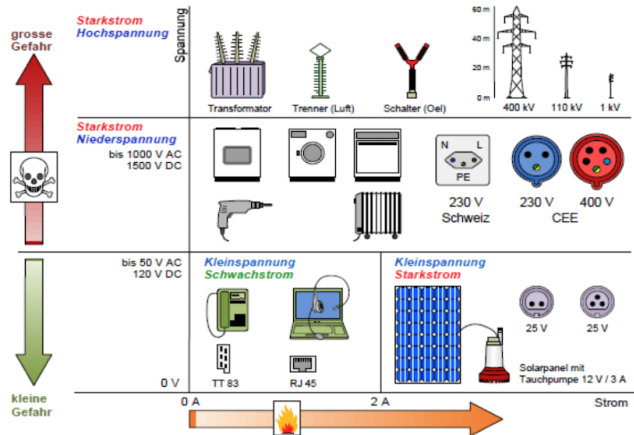
Spannung:

Treibende Kraft für Ladungsbewegung. Getrennt Ladung.



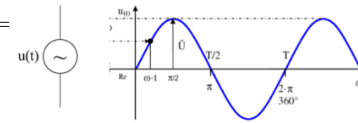
- U : Spannung [V], oder
- ϕ : Potentialdifferenz [V]

Gefahren:



Wechselspannungsquelle (AC):

- Zeitlich variabel: $u(t) = \hat{U} \sin(\omega t)$ mit $\omega = 2\pi f$
- Effektivwert: $U_{eff} = U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$
- Ideal = Amplitude Lastunabhängig
- Netzspannung: 230V, 50 Hz (20ms)



Ohmsches Gesetz

Hemmung des Stromes.

$$R = \frac{U}{I}$$

- R : Widerstand in Ohm [Ω]
- $G = R^{-1}$: Leitwert [Siemens]

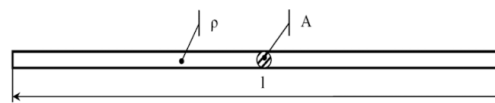
Leistung und Energie

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$W = P \cdot t = U \cdot Q$$

- P : Leistung [W]
- W : Energie [J/Ws]

Spezifischer Widerstand und Leitwert



$$R = R_{20} = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

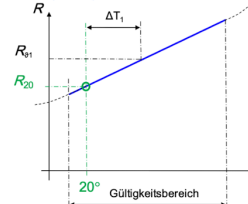
$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

$$G = \frac{1}{R} = \gamma \cot \frac{A}{l}$$

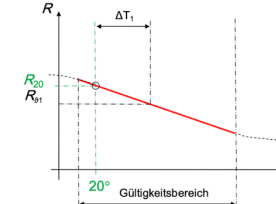
- R : Widerstand des Leiters bei 20°C [Ω]
- ρ : Spezifischer Widerstand [$\Omega m / \frac{\Omega m m^2}{m}$]
- γ : Leitfähigkeit des Materials [$\frac{1}{\Omega m} / \frac{m}{\Omega m m^2}$]
- A : Querschnittsfläche des Leiters [m^2 / mm^2]
- l : Leiterlänge [m]

Material	ρ in Ωm	ρ in $\Omega \cdot mm^2/m$
Aluminium (Al)	$28,57 \cdot 10^{-9} \Omega m$	$0,02857 \Omega \cdot mm^2/m$
Kupfer (Cu)	$17,86 \cdot 10^{-9} \Omega m$	$0,01786 \Omega \cdot mm^2/m$
Silber (Ag)	$16,0 \cdot 10^{-9} \Omega m$	$0,016 \Omega \cdot mm^2/m$

Kaltleiter, PTC, $\alpha > 0$



Heissleiter, NTC, $\alpha < 0$



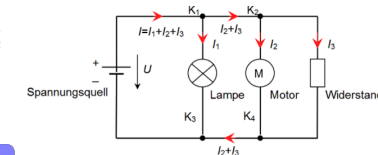
$$R_{\theta} = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta T)$$

Gilt meist nur für $0 < \theta < 200^\circ C$

R_{θ} : Widerstand des Leiters bei der gesuchten Temperatur in Ω
 R_{20} : Widerstand des Leiters bei 20°C in Ω
 α_{20} : Temperaturkoeffizient des Leitermaterials bei 20°C in K^{-1} ($\alpha_{20Cu} = +0.0039 K^{-1}$)
 ΔT : Temperaturdifferenz zu 20°C in K

Kirchhoffsche Gesetze

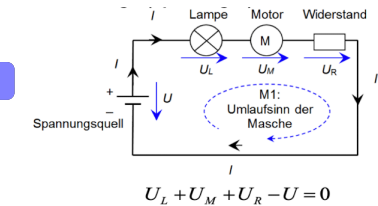
Knotenregel (1. Kirchhoff, Strom):



$$\sum_{n=1}^N I_n = 0$$

$$\sum_{n=1}^N i(t)_n = 0$$

Maschenregel (2. Kirchhoff, Spannung):



$$\sum_{n=1}^N U_n = 0$$

$$\sum_{n=1}^N u(t)_n = 0$$

Reihen- und Parallelschaltung

Widerstände in Reihe:

$$R_{ges} = \sum_{i=1}^n R_i$$

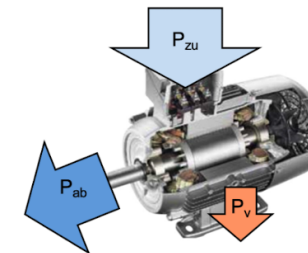
Widerstände parallel:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Zwei parallele Widerstände:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Wirkungsgrad



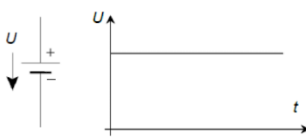
$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = 1 - \frac{P_v}{P_{zu}}$$

- η : Wirkungsgrad
- P_{zu} : Zugeführte Leistung
- P_{ab} : Nutzleistung
- P_v : Verlustleistung

Quellen

Gleichspannungsquelle (DC):

- Kein Vorzeichenwechsel
- Konstant über t : $u(t) = U$
- Ideal = Lastunabhängig



Kondensatoren

Speichern Energie in Form von Ladung.

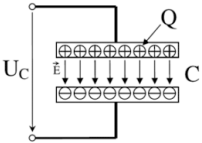
C = Q / UC = Ladung / Spannung

IC = C · dUC / dt

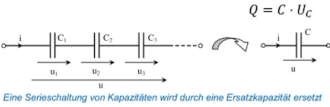
W = 1/2 · C · UC²

C = ε · A / d

- d: Plattenabstand [m]
- A: Fläche m²
- ε: Permittivität
- C: Kapazität [As/V] (= Farad [F])
- W: Energie [W]



Serieschaltung



1/C = 1/C1 + 1/C2 + 1/C3 + ...

- uc kann sich nicht sprunghaft ändern, Ic schon
- Stationärer Zustand: du/dt = 0
- Stationärer Zustand: ic(∞) = 0
- DC: Kondensator = Leerlauf, offene Klemmen
- AC: Lässt Strom durch, I eilt 90° der U voraus
- nach t = 5τ: voll geladen
- Schalter schliessen: Kurzschluss, Öffnen: Kein Problem

Ladevorgang:

UC(t) = U0 · (1 - e^(-t/RC))
I(t) = U0/R · e^(-t/RC)
Q(t) = C · U0 · (1 - e^(-t/RC))

Entladevorgang

UC(t) = U0 · e^(-t/RC)
I(t) = -U0/R · e^(-t/RC)
Q(t) = C · U0 · e^(-t/RC)

Zeitkonstante

τ = R · C

Blindwiderstand (Impedanz)

XC = U/I = 1/(ω · C)

Induktivität

Spule speichert Energie in Form eines Flusses.

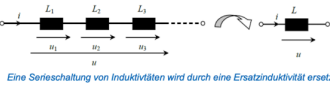
L = N · φ / IL = Ψ / IL

Ψ = N · φ = L · IL

UL = L · dI / dt

W = 1/2 · LI²L

Serieschaltung



Eine Serieschaltung von Induktivitäten wird durch eine Ersatzinduktivität ersetzt

L = L1 + L2 + L3 + ...

- IL kann sich nicht sprunghaft ändern
- Stationärer Zustand: di/dt = 0
- Stationärer Zustand: uL(∞) = 0
- DC: Spulen durch Kurzschluss ersetzbar
- Einschalten: I(0) = 0, Ausschalten: I(0) = I0
- Beim Unterbrechen von I: UL wird ∞ gross

Ladevorgang

I(t) = I0 · (1 - e^(-R/L · t))
UL(t) = U0 · e^(-R/L · t)
UR(t) = U0 · (1 - e^(-R/L · t))

Entladevorgang

I(t) = I0 · e^(-R/L · t)
UL(t) = -U0 · e^(-R/L · t)
UR(t) = U0 · e^(-R/L · t)

Zeitkonstante

τ = L/R

Blindwiderstand (Impedanz)

XL = U/I = ω · L

Wechselstrom

Grundlagen

Eine sinusförmige Wechselspannung wird beschrieben durch

u(t) = Ũ sin(ωt)

mit

- ω = 2πf
- f = Frequenz [Hz]

Der Mittelwert einer sinusförmigen Wechselspannung über eine Periode beträgt

Ud = 0

Effektivwert:

U = Ũ / √2
I = Î / √2

Berechnung allgemeiner Wechselspannungen:

U = Ueff = √(1/T · ∫1^T u²(t) dt)

Verhalten idealer Bauelemente

Ohmscher Widerstand

uR = R · iR

Eigenschaften:

- Spannung und Strom sind in Phase.
- Phasenverschiebung: φ = 0°
- Es wird ausschliesslich Wirkleistung umgesetzt.

PR = URIR = UR²/R = R · IR² (1)

QR = 0 (2)

Ideale Spule (Induktivität)

uL = L di/dt

Der induktive Blindwiderstand beträgt

XL = ωL = 2πfL

Eigenschaften:

- Der Strom eilt der Spannung nach.
- Phasenverschiebung: φ = +90°
- Keine Wirkleistung.

PL = 0 (3)

QL = ULIL (4)

Idealer Kondensator

iC = C du/dt

Der kapazitive Blindwiderstand beträgt

XC = 1/(ωC) = 1/(2πfC)

Eigenschaften:

- Der Strom eilt der Spannung voraus.
- Phasenverschiebung: φ = -90°
- Keine Wirkleistung.

PC = 0 (5)

QC = -UCIC (6)

RL- und RC-Schaltungen

Für RL- und RC-Serienschaltungen gilt

Z = \sqrt{R^2 + X^2}

Der Phasenwinkel beträgt

\varphi = \pm \arctan\left(\frac{X}{R}\right)

mit

- + für RL-Schaltungen
- für RC-Schaltungen

Leistungen im Wechselstromnetz

Scheinleistung

S = UI, [S] = VA

Wirkleistung

P = UI \cos \varphi, [P] = W

Blindleistung

Q = UI \sin \varphi, [Q] = VAR

- Q > 0: induktive Last
- Q < 0: kapazitive Last

Leistungsfaktor (Power Factor)

PF = \cos \varphi

PF = \frac{P}{S} = \frac{Wirkleistung}{Scheinleistung}

Bedeutung:

- PF = 1: rein ohmsche Last
- PF \approx 0: überwiegend Blindleistung
- Je größer der Leistungsfaktor, desto effizienter wird die bereitgestellte Leistung genutzt.

Drehstrom

Einphasiges Wechselstromnetz

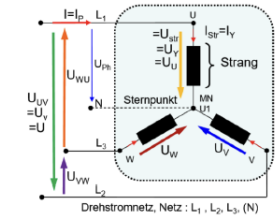
- Steckdosen im Haushalt
- Eisenbahnnetze
- NACHTEIL: p(t) \neq const.

Dreiphasiger Drehfeldstrom

- Energieübertragung für Antriebsanwendungen
- Einfache Drehfeldantriebe ohne pulsierendes M sind möglich
- Bei Spannung und Leistung: Materialaufwand 15 % kleine als Einphasennetz
- Phasenverschiebung: 120
- Gleiche Strangimpedanz und gleicher verketteter Spannung: 3 \cdot P_{Dreieck} = P_{Stern}
- I_{L,Dreieck} = 3 \cdot I_{L,Stern} (bei gleichem Motor)
- I_{Strang,Dreieck} = \sqrt{3} \cdot I_{Strang,Stern} (bei gleichem Motor)
- I_U + I_V + I_W = 0 (zu jedem Zeitpunkt)

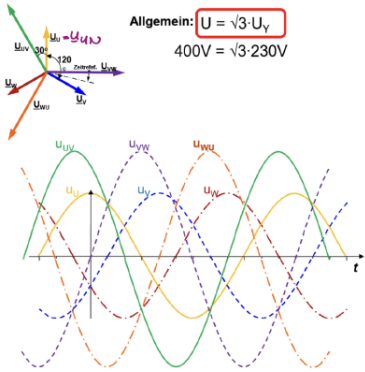
Drehstrom, Dreiphasensystem

Spannungen bei der Sternschaltung



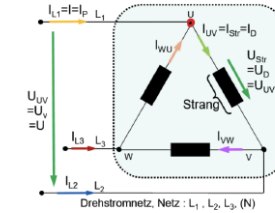
U_{UV} = \sqrt{3} \cdot U_U
 \Phi_{U,UV} = \Phi_{U,U} + 30^\circ

U_{Str} = U/\sqrt{3}
 I = I_{Str}



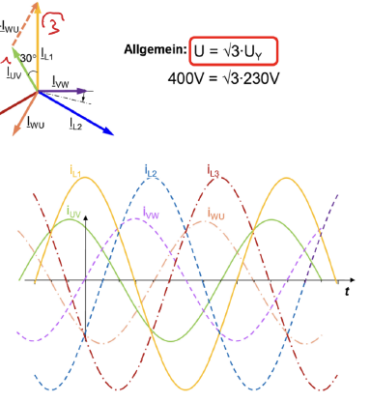
Drehstrom, Dreiphasensystem

Strome bei der Dreieckschaltung



I_{L1} = \sqrt{3} \cdot I_{UV}
 \Phi_{I,L1} = \Phi_{I,UV} - 30^\circ

U_{Str} = U
 I = \sqrt{3} \cdot I_{Str}



Mechanische Grundlagen

Tragheitsmomente

Punktmasse:

J_m = mr^2

Zylinder:

J_{Zyl} = \frac{1}{8} md^2

Hohlzylinder:

J_{Hohlzyl} = \frac{1}{8} m(d_a^2 - d_i^2)

	Sternschaltung Y	Dreieckschaltung D (\Delta)
Strangspannung U_{Str} \leftrightarrow Verkettete Spannung U	U_{Str} = U_Y = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot U_v = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot U	U_{Str} = U_D = U_v = U
Strangstrom I_{Str} \leftrightarrow Polleiterstrom I	I_{Str} = I_Y = I_P = I U_L = \frac{U}{\sqrt{3}} \quad I_L = I	I_{Str} = I_D = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot I_P = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot I I_D = \frac{I}{\sqrt{3}} \quad U_D = U
Scheinleistung S	S_Y = 3 \cdot U_Y \cdot I_Y = \sqrt{3} \cdot U \cdot I	S_D = 3 \cdot U_D \cdot I_D = \sqrt{3} \cdot U \cdot I

U ohne Index: Anwesenheit (z.B. 400V)

S = 3 \cdot U_{Str} \cdot I_{Str} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I
 P = S \cdot \cos(\varphi_{Str}) = 3 \cdot U_{Str} \cdot I_{Str} \cdot \cos(\varphi_{Str}) = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi_{Str})

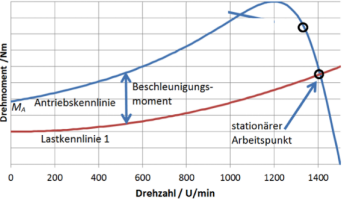
Achtung: Es darf nicht mit dem Phasenverschiebungswinkel zwischen der verketteten Spannung U und dem Zuleiterstrom I gerechnet werden.

2. Elektrische Maschinen

Grundlagen

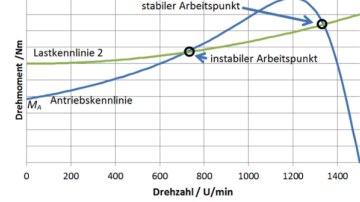
Leistungsantriebe:

- Pumpen
- Ventilatoren
- Kompressoren
- Werkzeugspindeln



Bewegungsantriebe/Positionsantriebe:

- Kran
- Förderungsanlagen
- Werkzeugspindeln
- Vorschübe
- Roboter



Stabiler Arbeitspunkt:

$$\frac{\Delta(M_L - M_M)}{\Delta n} > 0$$

Hochlaufzeit:

$$t_A = \Delta t = \frac{J_{tot}}{M_M - M_L} \cdot \Delta \Omega$$

Magnetismus

Lorentzkraft:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Für stromdurchflossenen Leiter:

$$\vec{F}_L = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

Betrag:

$$F_L = q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\theta)$$

Magnetisches Feld

Definition:

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

Permeabilität:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

Magnetischer Kreis

Durchflutung:

$$\Theta = N \cdot I$$

Feldstärke:

$$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{N \cdot I}{l}$$

Flussdichte:

$$B = \mu \cdot H$$

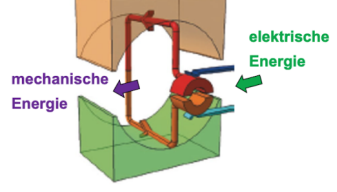
Parameterübersicht

Symbol	Bezeichnung	Einheit
$\vec{F}_L$	Lorentzkraft	N
q	elektrische Ladung	C
v	Geschwindigkeit	m/s
B	magnetische Flussdichte	T
I	Strom	A
l	Leiterlänge im Feld	m
θ	Winkel zwischen v und B	-
μ	Permeabilität	Vs/(A·m)
μ_0	magnetische Feldkonstante	$4\pi \cdot 10^{-7}$
μ_r	relative Permeabilität	-
H	magnetische Feldstärke	A/m
Θ	Durchflutung	A
N	Windungszahl	-
l	magnetische Länge	m
Φ	magnetischer Fluss	Wb
A	Fläche	m ²
u_{ind}	induzierte Spannung	V
t	Zeit	s
L	Induktivität	H
E	Energie	J
R_m	magnetischer Widerstand (Reluktanz)	A/Wb

Gleichstrommaschine

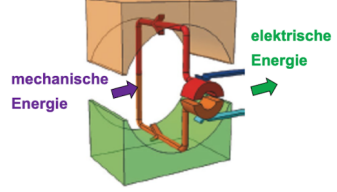
Motorischer Betrieb :

elektrisch (U,I) → mechanisch (M, Ω)

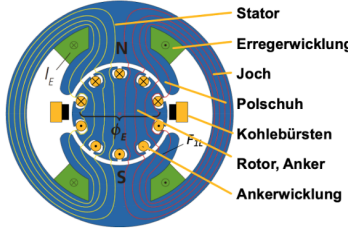


Generatorischer Betrieb:

mechanisch (M, Ω) → elektrisch (U,I)



Induzierte Spannung: U_i mit $U_i \sim B$ (bzw. Φ) und $U_i \sim \Omega$
Inneres Drehmoment: M_i mit $M_i \sim B$ (bzw. Φ) und $M_i \sim I_A$



- Kleine Motoren: Stator = Permanentmagnet ($\varphi = \text{konstant}$)
- Grosse Motoren: Stator mit Erregerwicklung
- Gute Steuerbarkeit und Drehmomentgüte
- Viel Verschleiss (Kohlebürste)
- Teuer im Unterhalt
- Abgelöst durch Asynchron/ Synchronmaschinen

Induzierte Spannung:

$$U_i = k\phi \cdot \omega$$

Inneres Drehmoment:

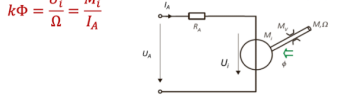
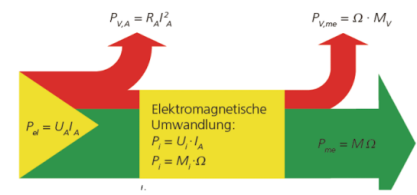
$$M_i = k\phi \cdot I_A$$

- $k\phi$: Maschinenkonstante [$\frac{Nm}{A}$]
- k_U : Spannungskonstante
- k_n : Drehzahlkonstante
- Ω : Winkelgeschwindigkeit [$\frac{rad}{s}$]

3.4.3 Stationäres Betriebsverhalten, Zahlenbeispiel

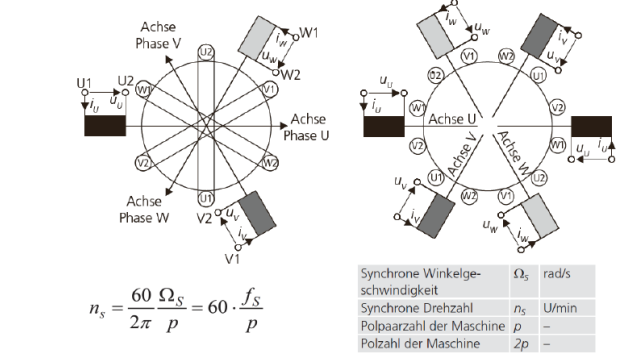
Gegeben: Ankerspannung $U_A = 24 \text{ V}$
Motorenkonstante $k\phi = 1 \text{ Vs}$
Ankerwiderstand $R_A = 1 \Omega$

I_A in A	U_i in V	M_i in Nm	Ω in rad/s	N in U/min	M_v in Nm	M in Nm	Arbeitspunkt
0	24	0	24	229	0	0	Leerlauf ($M_{last}=0$) reibungsfrei ($M_v=0$) statisch, $M=M_{last}$
2	22	2	22	210	2	0	Leerlauf ($M_{last}=0$) mit Reibung ($M_v \neq 0$) statisch, $M=M_{last}$
7	17	7	17	162	2	5	Lastfall $M_{last}=5 \text{ Nm}$ mit Reibung ($M_v \neq 0$) statisch, $M=M_{last}$
14	10	14	10	95	2	12	Lastfall $M_{last}=12 \text{ Nm}$ mit Reibung ($M_v \neq 0$) statisch, $M=M_{last}$
24	0	24	0	0	2	22	Anlauf (Stillstand)



Asynchronmaschine

- Dreiphasige Ströme erzeugen ein rotierendes Magnetfeld.
- Das Drehfeld rotiert mit der Synchronzahl.
- Asynchronmaschine: Rotor läuft langsamer als das Drehfeld.
- Synchronmaschine: Rotor läuft mit der Drehfeldzahl
- Drehrichtung kann durch Vertauschen zweier Phasen geändert werden.
- Asynchronmaschine benötigt Schlupf zur Drehmomentbildung.
- Polpaarzahl beeinflusst die Drehzahl direkt.



Synchrone Drehzahlen bei Speisung mit 50 Hz in Abhängigkeit der Polzahl

$2p$ (p)	2 (1)	4 (2)	6 (3)	8 (4)	10 (5)
n in U/min	3000	1500	1000	750	600

Drehfeldzahl (Mechanische Synchronzahl):

$$n_s = \frac{f_s}{2p}$$

mit

- f = Netzfrequenz [Hz]
- p = Polpaarzahl

Asynchronmaschine

Schlupf

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

mit

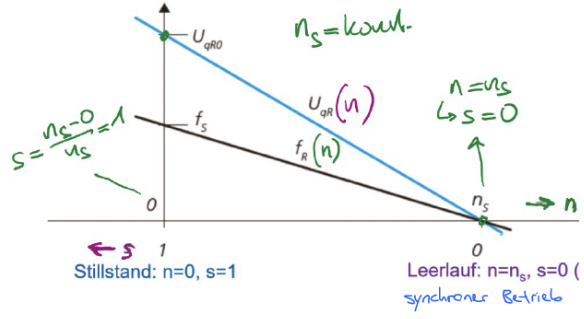
- s = Schlupf
- n_s = Synchronzahl
- n = Rotordrehzahl

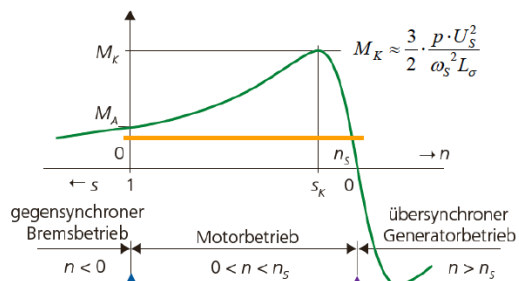
Rotorfrequenz:

$$f_R = s \cdot f$$

mit:

- Stillstand: $s = 1$
- Leerlauf: $s \approx 0$
- Synchronlauf: $s = 0$





Stillstand:
 $s = 1$
 $M = \text{Anlaufmoment}$

Leerlauf: synchroner Betrieb
 $s = 0$
 $M = 0$

Klossche Gleichung:

$$M_i = M \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}$$

Anlaufzeit:

$$t_A = \frac{J}{M_{Mech} - M_L} \cdot \Omega_B = \frac{J}{M_L} \cdot \Omega_B$$

Synchronmaschine

- Rotor besitzt ein konstantes Magnetfeld (Permanentmagnet oder Erregerwicklung).
- Stator erzeugt ein rotierendes Drehfeld.
- Rotor und Drehfeld laufen mit derselben Drehzahl.
- Kein Schlupf: $s = 0$

Synchrondrehzahl

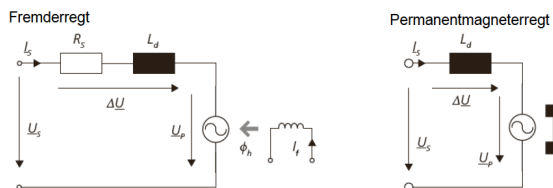
Die Rotordrehzahl entspricht der Drehfelddrehzahl:

$$n = n_s$$

$$n_s = \frac{f}{p}$$

bzw. in U/min:

$$n_s = \frac{60f}{p}$$



Motor

Generator.

kapazitiv

induktiv

Feldschwächung

- Betrieb oberhalb der Nenndrehzahl.
- Die verfügbare Spannung des Umrichters ist begrenzt.
- Zur weiteren Drehzahlerhöhung wird der magnetische Fluss reduziert:

$$\phi \downarrow$$

Induzierte Spannung:

$$U_i = k\phi\omega$$

Durch die Verringerung von ϕ kann ω erhöht werden, ohne die maximale Spannung zu überschreiten.

Drehmoment:

$$M = k\phi I$$

- Feldschwächung $\Rightarrow$ kleinerer Fluss
- kleinerer Fluss $\Rightarrow$ kleineres Drehmoment
- höhere Drehzahl möglich

Typischer Betrieb:

- Bis Nenndrehzahl: konstantes Drehmoment
- Feldschwähebereich: konstante Leistung

Merksatz:

$$P = M\omega \approx \text{konstant}$$

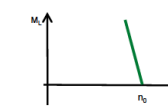
$$\phi \downarrow \Rightarrow n \uparrow \Rightarrow M \downarrow$$

3. Antriebe

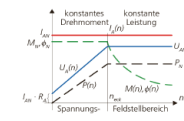
GM

- Speisung mit Gleichgrößen
- Älteste Bauform mit abnehmender Bedeutung
- 'ideal' regelbar
- komplexer Aufbau mit Kollektor und Bürsten als Verschleißstelle

Betrieb mit festem U_A



Betrieb mit variablem U_A

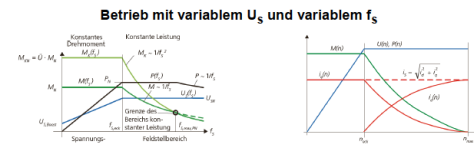
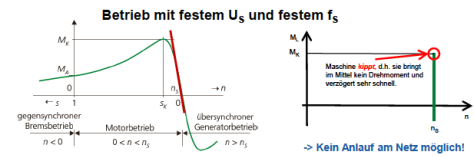


ASM

- Der Rotor dreht bei Belastung nicht gleich schnell wie das Feld im Luftspalt
- Einfache Feldschwächung möglich
- Benötigt Magnetisierungsstrom
- einfach, robust, günstig
- direkt am Drehstromnetz betreibbar

SM

- Der Rotor dreht bei Belastung gleich schnell wie das Feld im Luftspalt
- Feldschwächung komplex
- sehr gute Ausnutzung, wenig Rotor-Verl.
- kompakt und dynamisch
- Nicht direkt am Netz betreibbar



Boostspannung (Asynchronmaschine)

- Bei kleinen Frequenzen wird der Spannungsabfall am Statorwiderstand dominant.
- Der Luftspaltfluss nimmt ab:

$$\Phi \propto \frac{U}{f}$$

- Folge: kleineres Drehmoment bei tiefen Drehzahlen.
- Lösung: zusätzliche Boostspannung im unteren Frequenzbereich.

$$U = U_{Boost} + \frac{U_N}{f_N} f$$

Näherung:

$$U_{Boost} \approx R_s I_N$$

Merksatz:

Boostspannung kompensiert den Spannungsabfall RI

mehr Fluss $\Rightarrow$ mehr Anlaufmoment

Beispiel - ASM - Dreieckschaltung

Gegeben:

- Dreieckschaltung
- $P_N = 3 \text{ kW}$
- $U_N = 400 \text{ V}$
- $I_N = 5.9 \text{ A}$
- $f_N = 50 \text{ Hz}$
- $n_N = 1440 \text{ min}^{-1}$
- $R_S = 1.5 \Omega$
- $I_0 = 3 \text{ A}$

Strangstrom bei Dreieckschaltung

$$I_{Str} = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

Boostspannung

$$U_B = R_S \cdot I_{Str}$$

U/f-Kennlinie

$$\frac{U}{f} = \text{konstant}$$

mit Boostspannung:

$$U(f) = U_B + \frac{U_N - U_B}{f_N} \cdot f$$

Synchrondrehzahl

$$n_s = \frac{60f}{p}$$

