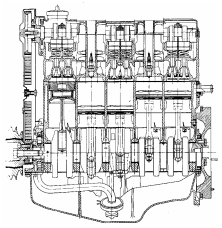
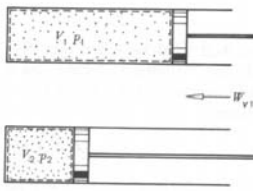
Thermodynamik ist die Lehre von der Umwandlung von Wärme in Arbeit

Ein ***thermodynamisches System*** ist durch eine Systemgrenze, - auch Bilanzhülle genannt-, von seiner Umgebung getrennt

$m = \rho \cdot V \quad \rho = \frac{1}{v}$

Das ***geschlossene System***
hat bewegliche Systemgrenzen, über die Arbeit und Wärme übertragen werden kann. Es gibt aber keinen Stofftransport!





Energie wird an den *Systemgrenzen a*uf das System übertragen

- in Form vom Arbeit oder
- in Form von Wärme oder
- durch Stoffströme

Das ***offene System***
hat feste Systemgrenzen, über die Stoff bzw. Masse transportiert und über die Arbeit und Wärme übertragen werden kann. Z.B. ein Turbo-Verdichter:

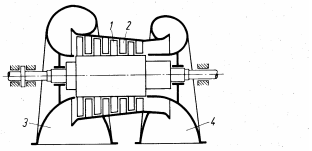


Bild 6. Teile einer Strömungsmaschine. *1* Laufrad, *2* Leitrad, 1. und 2. Stufe, *3* Eintrittsgehäuse, *4* Austrittsgehäuse mit Diffusor

Zustandsgrössen
sind physikalische Grössen, die den thermodynamischen Zustand eines Systems beschreiben.

Prozessgrössen
sind Grössen wie die Arbeit W_{12} und die Wärme Q_{12}, die vom Verlauf der Zustandsänderung abhängig sind und über die Systemgrenzen hinweg auf das System übertragen werden.

thermische Zustandsgrössen:

Druck *p* Einheit: $1Pa = 1\frac{N}{m^2}$ $\dot{m}\left[\frac{kg}{s}\right]$

Temperatur *T* Einheit: K

Volumen *V* Einheit: m^3

kalorische Zustandsgrössen

Innere Energie *U*, Enthalpie *H*

$R_j = 287.06\ J/kg \cdot K$

spezifische Zustandsgrössen

auf die Masse *m* bezogene Zustandsgrössen

z.B.: spezifisches Volumen $v = \frac{V}{m}$

molare Zustandsgrössen

auf die Stoffmenge *n* bezogene Zustandsgrössen

z.B.: molares Volumen oder **Molvolumen** $V_m = \frac{V}{n}$ $[\frac{m^3}{kmol}]$

Zustandsänderung

Eine ZÄ ist ein thermodynamischer Prozess, der die Zustandsgrössen und den Zustand eines Systems durch die Zufuhr und Abfuhr von Energie verändert.

$\rho = \frac{1}{v} = \frac{\dot{m}}{\dot{V}} \quad \dot{V} = A \cdot c$

Quasistatische Zustandsänderung

Eine ZÄ läuft so langsam ab, dass sie als Folge von Gleichgewichtszuständen betrachtet werden kann. D.h. zu einem ganz bestimmten Zeitpunkt während einer Zustandsänderung von 1 nach 2 hat im ganzen System jede Zustandsgrösse einen ganz bestimmten Wert, der an allen Orten gleich ist.

Reversible Prozesse

Ein Prozess ist reversibel oder umkehrbar, wenn der ursprüngliche Zustand wiederhergestellt werden kann, ohne dass Änderungen in der Umgebung zurückbleiben.

Irreversible Prozesse

Ein irreversibler Prozess ist nicht umkehrbar, ohne dass Änderungen in der Umgebung zurückbleiben.
Ursache für irreversible Prozesse sind Reibung und elektrische Verluste, Formänderungsarbeit u.s.w.

Thermische Zustandsgleichung des idealen Gases
(Ideales Gasgesetz)

$\boxed{pV = mR_iT}$ oder $\boxed{pv = R_iT}$ $m = \frac{p_1 \cdot V}{R \cdot T_1}$

mit Druck *p*, Temperatur *T*, Masse *m*, Volumen *V*, spez. Volumen *v*, spezielle Gaskonstante R_i eines Gas *i*

Satz von *Avogadro*:

Bei allen idealen Gasen ist bei gleichem Druck, gleicher Temperatur und gleichem Volumen die gleiche Anzahl Moleküle vorhanden.

Loschmidt'sche **Zahl oder *Avogadro*-Konstante**

$N_A = 6.022 \cdot 10^{26} \frac{1}{kmol}$ ist die Zahl der Teilchen in einem 1 *kmol*

Aus $pV = mR_iT$ mit $m = n \cdot M$ folgt:

$\frac{p \cdot V}{T \cdot n} = M \cdot R_i = R_m \quad \rho = \frac{1}{V} \quad v = \frac{V}{m}$

mit der **molaren** (auch universelle oder allgemeinene) **Gaskonstante** R_m. R_m hat einen konstanten Wert und ist unabhängig von der Gasart $\boxed{R_m = M \cdot R_i = 8314.5 \frac{J}{kmolK}}$

Die thermische Zustandsgleichung in molarer Form lautet (gilt so für alle Gasarten):

$\boxed{pV_m = R_mT}$ $R_j = \frac{R_m}{M} = \frac{8314.5\ \frac{J}{kmolK}}{83.798\ g/mol} = 99.22\ \frac{J}{kg \cdot K}$

Stoffmenge *n* Einheit *mol*
ist ein Mass die Anzahl der Moleküle bzw. Teilchen

Molmasse *M* eines Gases: $M = \frac{m}{n}$ $[\frac{kg}{kmol}]$

Molares Normvolumen $V_{m(n)} = \frac{R_mT_n}{p_n} = 22.4141 \frac{m^3}{kmol}$

Bei Normtemperatur $t_n = 0^\circ C$ oder $T_n = 273K$ und Normdruck $p_n = 1.01325 bar$

Arbeit im geschlossenen System

Die **Volumenänderungsarbeit**

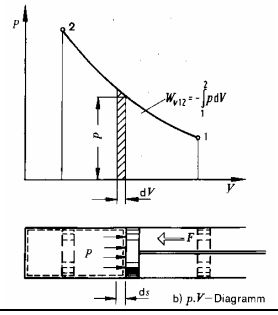
$$W_{V12} = -\int_1^2 pdV \quad [J]$$

Arbeit ist Energie: die phys. Einheit ist $1J = 1N \cdot 1m$

Die **spezifische Volumenänderungsarbeit**

$$w_{V12} = -\int_1^2 pdv \quad [\frac{J}{kg}]$$

Volumenänderungsarbeit ist **reversibel**.



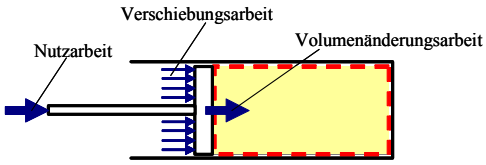
Verschiebearbeit W_{u12}

$$W_{u12} = -p_b \cdot (V_2 - V_1)$$

Nutzarbeit an der Kolbenstange W_{n12}

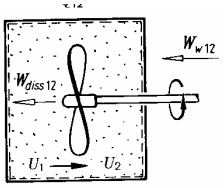
$$W_{n12} = W_{V12} - W_{u12}$$

$$W_{n12} = -\int_1^2 (p - p_b) \cdot dV$$



Dissipationsarbeit W_{Diss12}

ist Arbeit die für innere Reibungsverluste, z.B. bei einem Rührwerk aufgebracht werden muss.



Dissipationsarbeit kann einem System *immer nur* zugeführt werden d.h. $W_{Diss12} \geq 0$!

Die Dissipationsarbeit ist **irreversibel**.

Gesamtarbeit W_{g12}

$$W_{g12} = W_{V12} + W_{diss12}$$

Wärme

Die zu- oder abgeführte Wärme

$$Q_{12} \qquad [J]$$

ist die Energie, die durch Temperaturunterschiede übertragen wird. Die Übertragung kann durch Wärmeleitung, durch Konvektion oder durch Strahlung erfolgen.

Innere Energie

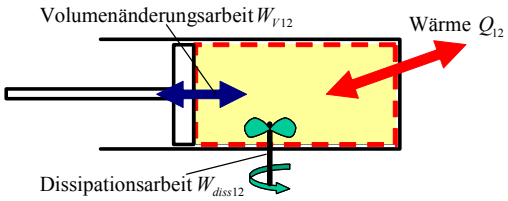
Die innere Energie

$$U \qquad [J]$$

ist die Summe der potentiellen und kinetischen Energie aller Moleküle. Die innere Energie ist eine **Zustandsgrösse**

Die Differenz der Inneren Energie $U_2 - U_1$ ist die Änderung der innere Energie zwischen dem Zustand 1 und 2.

Der erste Hauptsatz für geschlossene Systeme



Der erste Hauptsatz für geschlossene Systeme
ohne Änderung der potentiellen und kinetischen Energien

$$\boxed{Q_{12} + W_{V12} + W_{diss12} = U_2 - U_1} \quad [J]$$

oder in spezifischer Form

$$\boxed{q_{12} + w_{V12} + w_{diss12} = u_2 - u_1} \quad [\frac{J}{kg}]$$

Arbeit am offenen System

Die **reversible technische Arbeit** $W_{t,12}^{rev}$

bei offenen Systemen **ohne** Änderung der potentiellen und kinetischen Energie

$$W_{t,12}^{rev} = \int_1^2 Vdp \qquad [J]$$

Die spezifische reversible technische Arbeit $w_{t,12}^{rev}$

Die **reversible technische Arbeit** $W_{t12}^{rev,*}$

bei offenen Systemen **mit** Änderung der potentiellen und kinetischen Energie

$$W_{t12}^{rev,*} = \int_1^2 Vdp + \frac{m}{2}(c_2^2 - c_1^2) + mg(z_2 - z_1) \qquad [J]$$

Die spezifische reversible technische Arbeit $w_{t12}^{rev,*}$

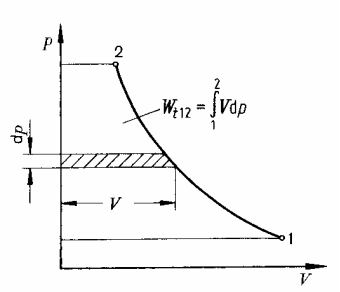
$$w_{t,12}^{rev} = \int_1^2 v dp \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

reversible technische Arbeit ist die maximale Arbeit, die bei einer reibungsfreien Zustandsänderung aus dem Fluid abgeführt oder zugeführt werden kann.

$$w_{t12}^{rev,*} = \int_1^2 v dp + \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right) + g\left(z_2 - z_1\right) \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Reversibele technische Arbeit ist die maximale Arbeit, die bei einer reibungsfreien Zustandsänderung aus dem Fluid abgeführt oder zugeführt werden kann.

Die **reversible technische Arbeit** $W_{t,12}^{rev}$
im p,v - Diagramm



Die **Dissipationsarbeit** W_{diss12}

Arbeit durch Reibungsverluste, d.h. Wandreibung, Strömungsablösungen, Wirbel usw.

Dissipationsarbeit kann einem System *immer nur* zugeführt werden d.h. $W_{Diss12} \geq 0$!

Die Dissipationsarbeit ist **irreversibel**.

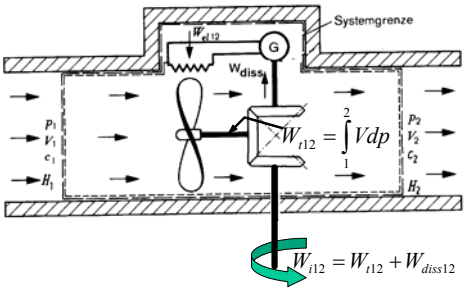
Die **technische Arbeit** $W_{t,12}$

$$W_{t,12} = W_{t,12}^{rev} + W_{diss,12} \qquad [J]$$

Die **spezifische technische Arbeit** $W_{t,12}^{rev}$

$$w_{t,12} = w_{t,12}^{rev} + w_{diss12} \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Die technische Arbeit ist die wirkliche Arbeit, die von einem Fluid abgegeben oder dem Fluid zugeführt wird.



Die technische Arbeit $W_{t,12}^{*}$ bei offenen Systemen *mit* Änderung der potentiellen und kinetischen Energie

$$W_{t,12}^{*} = W_{t,12}^{rev,*} + W_{diss12} \qquad [J]$$

Die **Leistung der technischen Arbeit** $P_{t,12}$
erhält man, wenn man die spezifische technische Arbeit mit dem Massenstrom multipliziert:

$$\dot{m} w_{t,12} = \dot{m} w_{t,12}^{rev} + \dot{m} w_{diss,12} \qquad [W]$$
$$P_{t,12} = P_{t,12}^{rev} + P_{diss,12}$$

Leistung der Arbeit ist Energie/Zeit. Die phys. Einheit ist

$$1W = 1\frac{J}{s} = 1\frac{N \cdot m}{s}$$

Bei Kraftmaschinen (Turbinen) ist die abgegebene technische Arbeit vom Betrag her um die Dissipationsarbeit kleiner als die reversible technische Arbeit

$$W_{t,12} < 0\,;\ \left|W_{t,12}\right| \leq \left|W_{t,12}^{rev}\right|$$

Bei Arbeitsmaschinen (Verdichter, Pumpen) muss die zugeführte technische Arbeit vom Betrag her um die Dissipationsarbeit grösser sein als die reversible technische Arbeit

$$W_{t,12} > 0\,;\ \left|W_{t,12}\right| \geq \left|W_{t,12}^{rev}\right|$$

Enthalpie

Ist definiert als Summe aus innerer Energie und dem Produkt von Druck und Volumen:

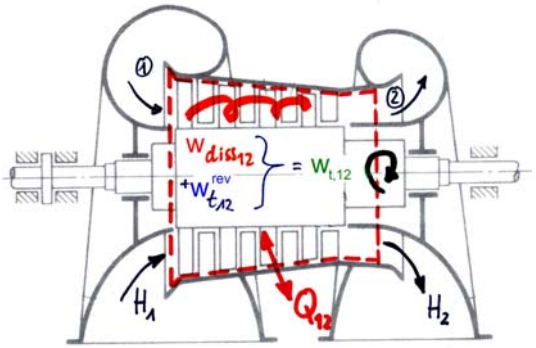
$$H = U + pV \qquad [J]$$

Die Enthalpie ist eine **Zustandsgrösse**. Die Differenz der Enthalpie $H_2 - H_1$ ist die Änderung der Enthalpie zwischen dem Zustand 1 und 2.

$$h = u + pv \qquad \left[\frac{J}{kg}\right] \qquad \Delta h = \Delta U + \Delta p \Delta V$$

Der erste Hauptsatz für offene Systeme

Der erste Hauptsatz für offene Systeme
ohne Änderung der potentiellen und kinetischen Energien



in spezifischer Form:

$$q_{12} + w_{t,12} = h_2 - h_1 \qquad [\frac{J}{kg}]$$

$$q_{12} + w^{rev}_{t,12} + w_{diss12} = h_2 - h_1 \quad \text{oder}$$

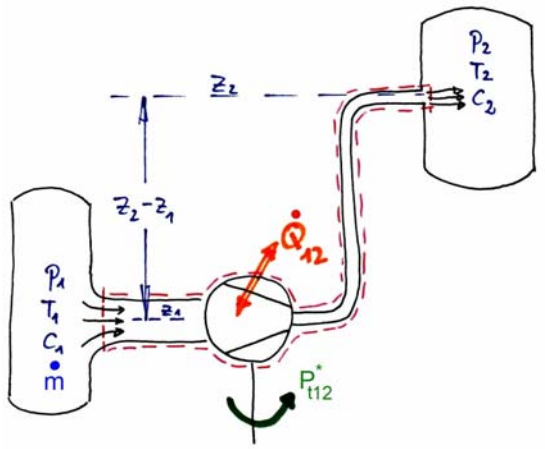
$$q_{12} + \int_1^2 v dp + w_{diss12} = h_2 - h_1$$

oder in der Leistungsform wenn mit dem Massenstrom $\dot{m}$ multipliziert wird:

$$\dot{m} q_{12} + \dot{m} w^{rev}_{t,12} + \dot{m} w_{diss12} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) \quad [W]$$

$$\dot{Q}_{12} + P^{rev}_{t,12} + P_{diss12} = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 \quad [W]$$

Der erste Hauptsatz für offene Systeme
mit Änderung der potentiellen und kinetischen Energien



in spezifischer Form:

$$q_{12} + w^*_{t,12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \qquad [\frac{J}{kg}]$$

$$q_{12} + w^{rev,*}_{t,12} + w_{diss12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Stagnater Zustand $w^{rev}_{t12} = \Delta h + \frac{1}{2} \cdot c_2^2$

Die Leistungsform ergibt sich, wenn mit dem Massenstrom $\dot{m}$ multipliziert wird:

$$\dot{Q}_{12} + P^{rev,*}_{t,12} + P_{diss12} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) + \frac{\dot{m}}{2}(c_2^2 - c_1^2) + \dot{m} g (z_2 - z_1) \quad [W]$$

Die spezifische Wellenarbeit und Leistung an rotierenden Wellen unter Berücksichtigung der mechanischen Reibungsverluste in den Lagern der Maschine ist kleiner als die technische Arbeit:

$$w_{e12} = \eta_m w_i \qquad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

mit dem mechanischen Wirkungsgrad η_m

$$P_e = \eta_m P_t \qquad [W]$$

Die Leistung an der Welle berechnet sich mit der **Drehzahl** n $[1/s]$ und mit dem **Moment** M_d an der Welle.

$$\dot{m} \cdot w_{t,12} = P_{t,12} = M_d \cdot 2\pi \cdot n \qquad [W]$$

Die technische Arbeit an einer rotierenden Wellen pro Umdrehung ist:

$$W_{t,12} = M_d \cdot 2\pi \qquad [J]$$

Kalorische Zustandsgleichungen und spezifische Wärmekapazität

Spezifische Wärmekapazität bei festen und flüssigen Körper

Aus Beobachtung und Experiment folgt:

$$Q_{12} + W_{diss12} \sim m \cdot (T_2 - T_1)$$

und mit der spezifischen Wärmekapazität c in $\frac{J}{kgK}$:

$$\boxed{Q_{12} + W_{diss12} = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)}$$

bzw. in spezifischer Form:

$$\boxed{q_{12} + w_{diss12} = c \cdot (T_2 - T_1)}$$

Die spez. Wärmekapazität c ist von der Temperatur abhängig: $c = f(t)$. Es gilt für den

Mittelwert der Spezifische Wärmekapazität c_m:

$$\boxed{c_m\Big|_{t1}^{t2} = \frac{\int_{t1}^{t2} c(t)dt}{t_2 - t_1} = \frac{c_m\Big|_{o°C}^{t2} \cdot t_2 - c_m\Big|_{o°C}^{t1} \cdot t_1}{t_2 - t_1}} \ \frac{J}{kgK}$$

für $c_m\Big|_{o°C}^{t1}$ sind Werte aus Tabellen zu verwenden bzw. Tabellenwerte linear zu interpolieren

Mischungstemperatur t_{Mi} nach Temperaturausgleich zwischen zwei Körpern *a* und *b*

$$\boxed{t_{Mi} = \frac{m_a c_{m_a}\Big|_{t_{Mi}}^{t_a} \cdot t_a + m_b c_{m_b}\Big|_{t_{Mi}}^{t_b} \cdot t_b}{m_a c_{m_a}\Big|_{t_{Mi}}^{t_a} + m_b c_{m_b}\Big|_{t_{Mi}}^{t_b}}}$$

mit den Massen m_a, m_b und den Temperaturen vor der Mischung t_a, t_b der Körpern *a* und *b*

wenn $v = konst$ gibt es keine Volumensänderungsarbeit:

$$w_{V12} = -\int p dv = 0 \ !$$

Also folgt aus dem 1. Hauptsatz: $q_{12} + w_{diss12} = u_2 - u_1$ oder

$$u_2 - u_1 = c \cdot (T_2 - T_1)$$

Dies gilt allgemein, da U bzw. T Zustandsgrössen sind.

Wenn auch der Druck konstant ist $p = konst$ gilt genauso

$$h_2 - h_1 = c \cdot (T_2 - T_1)$$

Spezifische Wärmekapazität bei idealen Gasen

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen c_v

$$c_v = c_{v_m}\Big|_{t1}^{t2} = \frac{c_{v_m}\Big|_{o°C}^{t2} \cdot t_2 - c_{vm}\Big|_{o°C}^{t1} \cdot t_1}{t_2 - t_1} \quad \frac{J}{kgK}$$

kann bei idealen Gasen zur Berechnung der Differenz der inneren Energie für alle Zustandsänderungen verwendet werden

$$\boxed{U_2 - U_1 = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)}$$ isochor

Idealer Gaszustand

$$\boxed{pV = mR_iT}$$

nur bei isochoren Zustandsänderungen ($v = const \Rightarrow w_{v12} = 0$) gilt:

$$Q_{12} + W_{diss12} = c_v \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$$

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck c_p

$$c_p = c_{p_m}\Big|_{t1}^{t2} = \frac{c_{p_m}\Big|_{o°C}^{t2} \cdot t_2 - c_{p_m}\Big|_{o°C}^{t1} \cdot t_1}{t_2 - t_1} \quad \frac{J}{kgK}$$

kann bei idealen Gasen zur Berechnung der Differenz der Enthalpie für alle Zustandsänderungen verwendet werden

$$\boxed{H_2 - H_1 = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)}$$ isobar

nur bei isobaren Zustandsänderungen ($p = const \Rightarrow w_{t12} = 0$) gilt:

$$Q_{12} + W_{diss12} = c_p \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$$

Die **kalorische Zustandsgleichungen** für ideales Gas

$$u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1) \text{ und}$$

$$h_2 - h_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

werden als kalorische Zustandsgleichungen bezeichnet

Isentropenexponent κ

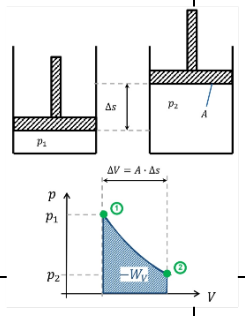
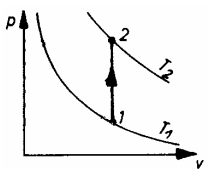
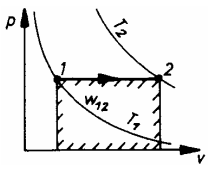
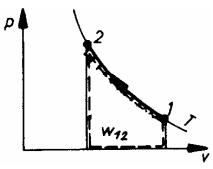
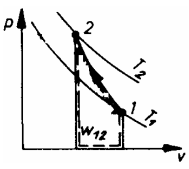
$$\kappa^{-1} = \frac{1}{\kappa}$$

$$\boxed{\kappa = \frac{c_p}{c_v}}$$

mit $\boxed{c_p = c_v + R_i}$ ist

$$\boxed{c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R_i \text{ und } c_v = \frac{1}{\kappa - 1} R_i}$$

Zustandsänderungen bei offenen und geschlossenen Systemen

Zustandsänderung	isochor	isobar	isotherm	Isentrop	polytrop
Definition der ZÄ	v = const	p = const	T = Const $\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$	s = const, d.h. a) adiabat und reibungsfrei oder b) $q_{12} + w_{diss12} = 0$	polytrop
Polytropen-exponent	$n = \infty$ $pv^{\infty} = const$	$n = 0$ $pv^{0} = const$	$n = 1$ $pv^{1} = const$	$n = \kappa$ $pv^{\kappa} = const$	$n = n$ $pv^{n} = const$
Ideales Gasgesetz	$\frac{p}{T} = const$	$\frac{v}{T} = const$	$pv = const$	$pv^{\kappa} = const$	$pv^{n} = const$
Druck [Pa]	$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}$	$p_2 = p_1$	$p_2 = p_1 \frac{v_1}{v_2}$	$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa}$ $p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$	$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n}$ $p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}$
Temperatur [K] 0°C = 273.15K	$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1}$	$T_2 = T_1 \frac{v_2}{v_1}$	$T_2 = T_1$	$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1}$ $T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$	$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}$ $T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$
Volumen [m³]	$v_2 = v_1$	$v_2 = v_1 \frac{T_2}{T_1}$	$v_2 = v_1 \frac{p_1}{p_2}$	$v_2 = v_1 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$ $v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$	$v_2 = v_1 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{n-1}}$ $v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$
Spezifische Volumenänderungsarbeit $w_{v12} = -\int_1^2 p dv$ $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$ 	$w_{v12} = 0$	$= -p(v_2 - v_1)$ $= -R(T_2 - T_1)$	$= -p_1 v_1 \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ $= p_2 v_2 \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ $= p_1 v_1 \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $= RT \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $= RT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$	$= \Delta u$ $= c_v (T_2 - T_1)$ $= \frac{R}{\kappa - 1}(T_2 - T_1)$ $= \frac{p_1 v_1}{\kappa - 1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{1}{\kappa - 1}(p_2 v_2 - p_1 v_1)$ $= \frac{p_1 v_1}{\kappa - 1}\left(\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1} - 1\right)$ $= \frac{RT_1}{\kappa - 1}\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right)$	$= c_v \frac{\kappa - 1}{n - 1}(T_2 - T_1)$ $= \frac{R}{n - 1}(T_2 - T_1)$ $= \frac{p_1 v_1}{n - 1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{1}{n - 1}(p_2 v_2 - p_1 v_1)$ $= \frac{p_1 v_1}{n - 1}\left(\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} - 1\right)$ $= \frac{RT_1}{n - 1}\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right)$
					$n = \frac{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$ Polytropen-exponent n $n = \frac{n_{poly} \cdot \kappa}{n_{poly} \cdot \kappa - (\kappa - 1)}$

Zustandsänderung	isochor	isobar	isotherm	Isentrop (adiabat + reibungsfrei)	polytrop
Spez. Innere Energie (Kalorische Zustandsgl.) $u_2 - u_1 = \Delta u$	$= c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$= c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$= 0$ da $(T_2 - T_1) = 0$	$= c_v \cdot (T_2 - T_1)$ $= w_{v12} = \Delta u$	$= c_v \cdot (T_2 - T_1)$
(Für Ideales Gas) Spezi. Enthalpie $h_2 - h_1 = \Delta h$	$= c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$= c_p \cdot (T_2 - T_1)$ $H_2 - H_1 = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$= 0$ da $(T_2 - T_1) = 0$	$= c_p \cdot (T_2 - T_1)$ $= w_{t12}$	$= c_p \cdot (T_2 - T_1)$
Spezifische reversible technische Arbeit $w_{t,12}^{rev} = \int_1^2 v dp$ $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$	$= v(p_2 - p_1)$ $= R(T_2 - T_1)$	$w_{t12} = 0$	$= -p_1 v_1 \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$ $= p_2 v_2 \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ $= p_1 v_1 \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $= RT \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ $w_{t12} = w_{v12}$ $= RT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$	$= \Delta h$ $= c_p (T_2 - T_1)$ $= \frac{\kappa R}{\kappa - 1}(T_2 - T_1)$ $= \frac{\kappa p_1 v_1}{\kappa - 1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{\kappa}{\kappa - 1}(p_2 v_2 - p_1 v_1)$ $= \frac{\kappa p_1 v_1}{\kappa - 1}\left(\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa - 1} - 1\right)$ $= \frac{\kappa R T_1}{\kappa - 1}\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1\right)$ $= \kappa w_{v12}$	$= n c_v \frac{\kappa - 1}{n - 1}(T_2 - T_1)$ $= \frac{nR}{n-1}(T_2 - T_1)$ $= \frac{n p_1 v_1}{n-1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{n}{n-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1)$ $= \frac{n\, p_1 v_1}{n-1}\left(\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} - 1\right)$ $= \frac{n\, R T_1}{n-1}\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right)$ $= n w_{v12}$
Spezifische Wärme und Dissipationsarbeit $q_{12} + w_{Diss12} =$ $Q_{12} + W_{diss12} = c_v \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$	$= u_2 - u_1$ $= c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$= h_2 - h_1$ $= c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$= -w_{t12}$ $= -w_{v12}$ $= p_1 v_1 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$ $= RT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$	$= 0$ $q_{12} + w_{Diss12} = 0$!	$= \Delta u - w_{v12}^{rev}$ $= \Delta h - w_{t12}^{rev}$ $= c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}(T_2 - T_1)$; $\frac{q_{12} + w_{diss12}}{w_{v12}} = \frac{n - \kappa}{\kappa - 1}$ ($w_{diss} = w_{t+a}^{irr} - w_{t rev}$) $\frac{q_{12} + w_{diss12}}{w_{t,12}^{rev}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{n - \kappa}{\kappa - 1}$
Spezifische Entropie $s_2 - s_1 =$ $\frac{J}{kgK}$	$= c_v \cdot \ln\frac{T_2}{T_1}$ $= c_v \cdot \ln\frac{p_2}{p_1}$	$= c_p \cdot \ln\frac{T_2}{T_1}$ $= c_p \cdot \ln\frac{v_2}{v_1}$	$= R \cdot \ln\frac{v_2}{v_1}$ $= -R \cdot \ln\frac{p_2}{p_1}$	$= 0$ da $s_2 - s_1 = 0$	$= c_v \cdot \ln\frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln\frac{v_2}{v_1}$ $= c_p \cdot \ln\frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln\frac{p_2}{p_1}$ $= c_v \cdot \ln\frac{p_2}{p_1} + c_p \cdot \ln\frac{v_2}{v_1}$ $= c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} \cdot \ln\frac{T_2}{T_1}$

Bemerkungen:

$R \equiv R_i$ = spezifische Gaskonstante eines Gases oder einer Gasmischung

$c_v = c_{vm}\Big|_{t1}^{t2}$ = spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen

$c_p = c_{pm}\Big|_{t1}^{t2}$ = spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck

κ = Isentropenexponent

n = Polytropenexponent

Spezielle Beispiele für Zustandsänderungen bei offenen Systemen

Isochore Zustandsänderung

erster Hauptsatz bei offenen Systeme für inkompressible Medien ($v = const$) wie Flüssigkeiten

z.B. in Pumpen oder Wasserturbinen

die reversible technische Arbeit ist

$$\boxed{w_{t,12}^{rev} = \int_1^2 v dp = v(p_2 - p_{1)}}$$

oder $\boxed{w_{t,12}^{rev,*} = v(p_2 - p_1) + \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right) + g\left(z_2 - z_1\right)}$

Bei der Annahme, die Maschine arbeite adiabat: $q_{12} = 0$

gilt:

$$\boxed{w_{t,12}^{rev,*} + w_{diss12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right) + g\left(z_2 - z_1\right)}$$

Aus der Definitionsgleichung der Enthalpie folgt für die Differenz der Enthalpie bei inkompressiblen Medien:

$h_2 - h_1 = u_2 - u_1 + v \cdot (p_2 - p_1)$ oder

$h_2 - h_1 = c \cdot (T_2 - T_1) + v \cdot (p_2 - p_1)$

mit der spezifischen Wärmekapazität *c* von flüssigen Medien

ist für adiabate Maschinen ($q_{12} = 0$) die *Dissipationsarbeit*:

$$w_{Diss12} = c \cdot (T_2 - T_1)$$

Isentrope Zustandsänderung ohne technische Arbeit

Der Gleichung von Bernoulli

Aus dem 1. Hauptsatz für offene System folgt unter folgenden Voraussetzungen

- keine von aussen zu- oder abgeführte Arbeit: $w_{t,12} = 0$
- keine Strömungsverluste und Dissipationsarbeit: $w_{diss12} = 0$

dass die reversible technische Arbeit auch verschwinden muss:

$$w_{t,12}^{rev} = w_{t,12} - w_{diss12} = 0\,.$$

Ausserdem ist die Strömung dann adiabat.

- Für inkompressible Strömung: $v = \frac{1}{\rho} = const$

folgt: $\boxed{w_{t12}^{rev,*} = v(p_2 - p_1) + \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right) + g\left(z_2 - z_1\right) = 0}$

also: $\boxed{p_1 + \frac{\rho}{2}c_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}c_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2}$

Isotherme Zustandsänderung ohne Arbeit

Wie z.B. beim Druckverlust in Rohrleitungen und Armaturen

Aus dem 1. Hauptsatz für offene Systeme folgt unter folgenden Voraussetzungen

- keine von aussen zu- oder abgeführte Arbeit: $w_{t,12} = 0$
- kein Wärmeaustausch mit der Umgebung: $q_{12} = 0$
- keine Geschwindigkeitsänderung, also $c_2 = c_1$
- keine Höhendifferenzen, also $z_2 = z_1$

$$q_{12} + w_{t,12}^{*} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}\left(c_2^2 - c_1^2\right) + g\left(z_2 - z_1\right)$$

$$0 \;+\; 0 \;= h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(\;\;0\;\;) + g(\;\;0\;\;)$$

Es folgt also

$$\boxed{h_2 - h_1 = c_p \cdot \left(T_2 - T_1\right) = 0}$$

Die isenthalpe Zustandsänderung, die die Strömung erfährt, ist also bei idealen Gasen isotherm:

$$\boxed{T_2 = T_1}$$

Die technische Arbeit, die durch die Drucksenkung frei wird, wird unmittelbar in Dissipationsarbeit umgewandelt und geht damit verloren. Aus $w_{t,12} = 0$ folgt:

$$w_{t,12}^{rev} + w_{diss12} = 0$$

$$w_{diss12} = -w_{t,12}^{rev} = RT_1 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

Kreisprozesse

Definition der Kreisprozesse	Eine Serie von Zustandsänderungen, bei denen das System wieder seinen Ausgangszustand erreicht, wird Kreisprozess genannt.



$$\Delta S_{12} = \frac{W_{diss}}{T} = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Technische Arbeit W_{t12}

Wirkliche Arbeit, die ein offenes System (Turbine, Verdichter, Pumpe...) am Fluid abgibt.

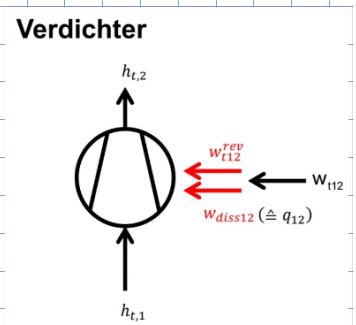
Besteht aus:

$$W_{t12} = W_{t12}^{rev} + W_{t12}^{diss}$$

Zufuhr > 0, Verdichter $W_{t12} > 0$

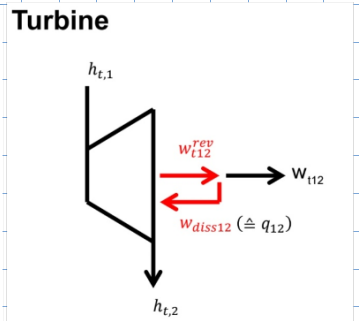
Abgabe < 0, Turbine $W_{t12} < 0$

Verdichter



$$w_{t12} = h_{t,2} - h_{t,1} = w_{t12}^{rev} + w_{diss12}$$

Turbine



$$w_{t12} = h_{t,2} - h_{t,1} = w_{t12}^{rev} - w_{diss12}$$

Sonderfall: Adiabat & Reversibel (Isentrop)

$$W_{t12} = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$$

Bsp. Verdichter adiabat

$\dot{m} = 1\,kg/s$, $T_1 = 298K$, $T_2 = 450K$, $p_1 = 1bar$

$p_2 = 4bar$, $c_p = 1006\,\frac{J}{kgK}$, $R_L = 287\,\frac{J}{kgK}$

$W_{t12} = W_{t12}^{rev} + W_{diss12}$ (0 = adiabat)

$c_v = 1006 - 287 = 719\,\frac{J}{kgK}$, $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1006}{719} = 1.399$

Kompressorleistung

$W_{t12} = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) = 1006 \cdot (450 - 298)$

$= 152.912\,kJ/kg$ = real

$P = \dot{m} \cdot W_{t12} = 1\,kg/s \cdot 152.912\,kJ/kg = 152.9\,kW$

Isentrope Austrittstemp

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 298 \left(\frac{4}{1}\right)^{\frac{0.399}{1.399}} = 442.5K$$ isentrop

Spez. isentrope Arbeit

$W_{t12\,is} = c_p(T_{2is} - T_1) = 1006(442.5 - 298)$

$= 145{,}380\,kJ/kg$ isentrop

Isentroper Wirkungsgrad

$$\eta_{is} = \frac{\text{isentrop}}{\text{real}} = \frac{145{,}380}{152{,}912} = 0.951$$

Wirkungsgrade ($\Delta e_{pot} = 0$)

Isentrop η

Verdichter

$$\eta_{is,V} = \frac{w_{t12}^{rev}}{w_{t12}} = \frac{w_{t12}^{rev}}{h_{t,2} - h_{t,1}}$$

Turbine

$$\eta_{is,T} = \frac{w_{t12}}{w_{t12}^{rev}} = \frac{h_{t,2} - h_{t,1}}{w_{t12}^{rev}}$$

Isentroper Wirkungsgrad

Verdichter: Verhältnis zwischen der isentropen Arbeit und der tatsächlichen Arbeit die notwendig ist um das Fluid von einem Druckniveau p_1 auf ein Druckniveau p_2 zu komprimieren.

Turbine: Verhältnis zwischen der im tatsächlichen und der im isentropen Prozess abgegebenen Arbeiten wenn die Turbine zwischen den Druckniveaus p_1 und p_2 arbeitet.

Polytroper Wirkungsgrad

Wird analog zum isentropen Wirkungsgrad definiert, hier aber mit der reversiblen technischen Arbeit des polytropen Prozesses. Achtung: In diesem Fall folgt wegen dem 1. HS für die Gleichungen auf Folie 18

$$\eta_V = \frac{w_{t12}^{rev}}{w_{t12}} = \frac{w_{t12}^{rev}}{h_{t,2} - h_{t,1} - q_{12}}$$

$$\eta_T = \frac{w_{t12}}{w_{t12}^{rev}} = \frac{h_{t,2} - h_{t,1} - q_{12}}{w_{t12}^{rev}}$$

Bei Turbomaschinen werden typischerweise isentrope Wirkungsgrade verwendet. Bei adiabater Kompression gilt $w_{t,12}^{rev,polytrop} > w_{t,12}^{isentrop}$, der isentrope Wirkungsgrad ist dann also kleiner als der polytrope Wirkungsgrad. Bei Turbinen verhält es sich umgekehrt.

NB: Die kinetischen Energien können bei Turbomaschinen oft nicht vernachlässigt werden. Deshalb werden auf Folien 19 & 20 die Totalenthalpien verwendet.

Speziell für ein kalorisch ideales Gas ($\Delta h = c_p \Delta T$) und mit $\Delta E_{kin} = \Delta E_{pot} = 0$ lassen sich die isentropen Wirkungsgrade schreiben als

Verdichter/Kompressor

$$\eta_{is,V} = \frac{w_{t12}^{rev}}{w_{t12}} = \frac{(T_2^{is} - T_1)}{(T_2 - T_1)}$$

Turbine

$$\eta_{is,T} = \frac{w_{t12}}{w_{t12}^{rev}} = \frac{(T_2 - T_1)}{(T_2^{is} - T_1)}$$

T_1	Betriebstemperatur am Einlauf (gemessen)
T_2	Betriebstemperatur am Auslauf (gemessen)
T_2^{is}	Auslauftemperatur bei isentroper Prozessführung (theoretischer Wert)

NB: Für $\Delta E_{kin} \neq 0$ müssen die statischen Temperaturen durch die Totaltemperaturen ersetzt werden

$$T_t = T + \frac{w^2}{2c_p}$$

Polytrope Arbeit

Offene adiabate Maschinen $\quad w_{t12} = c_p(T_2 - T_1)$

Verdichter

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa \cdot \eta_{poly}}} \qquad T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{(\varkappa-1)\eta_{poly}}{\varkappa}}$$

Oder T_2 von Aufgabe gegebe

Ideales Gasgesetz:

$pV = mRT \qquad pv = RT$

Wärmestrom:

$\dot{Q} = \dot{m} \cdot q_{12}$ $\quad q_{12} \rightarrow$ S.7 ↑

Massenstrom:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \frac{p}{RT} \cdot \dot{V}$$

Differenz Enthalpieströme

$$\dot{H}_2 - \dot{H}_1 = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m} \cdot c_p (T_2 - T_1)$$

Volumenstrom:

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{\dot{m} RT}{p} \qquad \dot{V} = A \cdot v$$

Volumenstrom nach Verdichtung:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = \dot{V}_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Dichte:

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

Polytropenexponent

$$n = \frac{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)}$$

Leistung:

$$P_t = \dot{m} \cdot \omega$$

Gibbsche Phasenregel

$$f = K - P + 2$$

f: Anz. Freiheitsgrade

K: Anz. Komponenten (Stoffe)

P: Anz. Phasen (fest, flüssig, gasförmig)

Bsp. Raumluft K:1, P=1

$f = 1 - 1 + 2 = 2$ Temperatur

Abhängig von Druck und Volumen

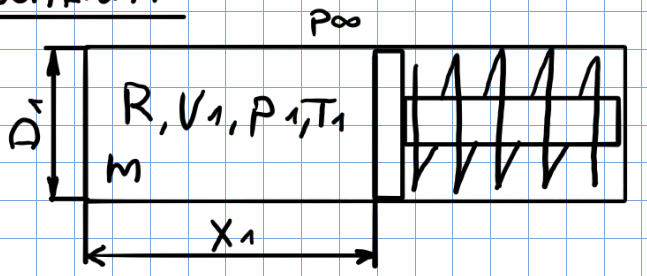
Dampfkochtopf $K = 1, P = 2$

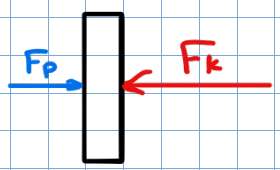
$f = 1 - 2 + 2 = 1$ Temperatur

hängt nur von Druck ab!

Im Zweiphasengebiet eines Reinstoffs ist nur eine intensive Grösse frei wählbar, die zweite ist durch das Phasengleichgewicht festgelegt.

Kolbenkraft

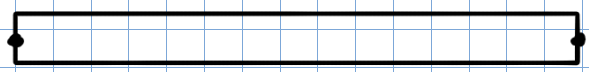




$F_k = k \cdot x$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot x_1 \quad , v = \frac{V}{\nu} \quad , p = \frac{RT}{v} \quad , F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} (p_1 - p_\infty)$$

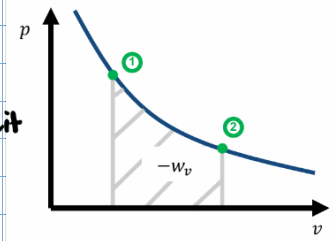
Langes Rohr



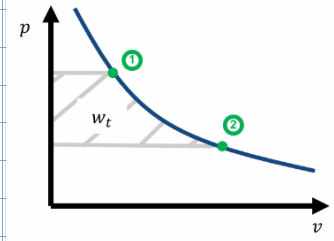
$$T_2 \rightarrow 0 = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) \rightarrow T_3 = T_2 - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 c_p} \quad , v = \frac{RT_1}{p_1} \quad , \rho_1 = \frac{1}{v_1} \quad , \dot{V}_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1} \quad , c_1 = \frac{V_1}{A}$$

Kreisprozesse Übersicht

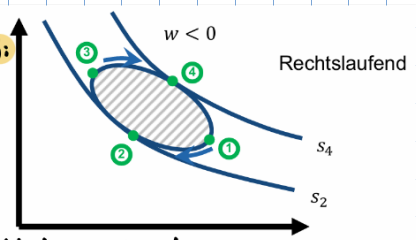
Geschlossenes System:
Volumenänderungsarbeit



Offenes System:
Reversible Technische Arbeit
w_{t12}^{rev}



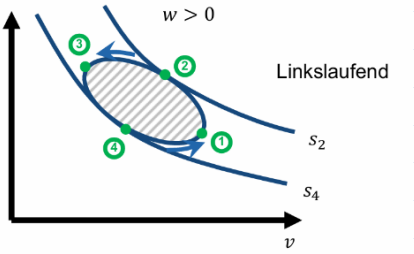
Wärmekraftmaschinen:
Netto wärme aufgenommen
+ Arbeit abgegeben
Wärmen



Verbrennungsmotoren, Gasturbine

Kraftwärmemaschine
Netto wärme abgegeben
+ Arbeit aufgenommen

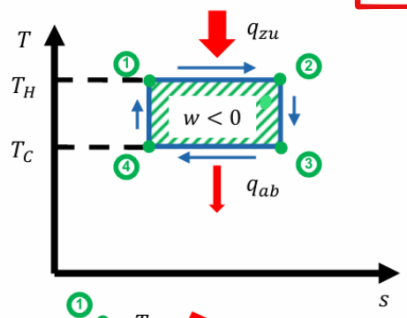
Kühlen

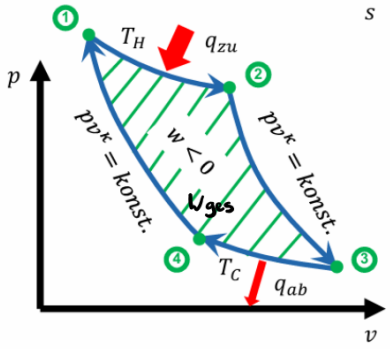


Wärmepumpen, Kältemaschinen

Carnot-Prozess

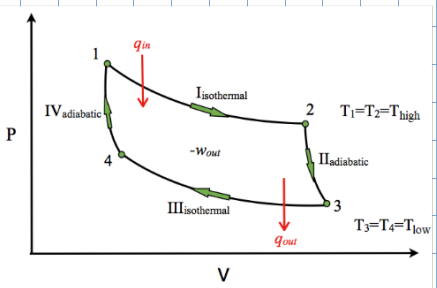
$$\eta_{TH,carnot} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{Nutzend}{Aufwand} = \frac{w}{q_{zu}}$$





$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$w_{ges} = q_{12} + q_{34}$$



1→2: Isotherme Expansion
Wärmeaufnahme q_{ein}, System leistet Arbeit

$$q_{12} = w_{12} = R \cdot T_H \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

2→3: Isentrope Expansion Temp. sinkt von $T_H \rightarrow T_C$

$$w_{23} = \Delta u_{23} = c_v (T_H - T_C)$$

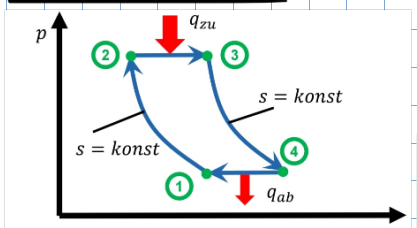
3→4: Isotherme Kompression bei T_C
Wärmeabgabe q_{aus}, Arbeit wird zugeführt

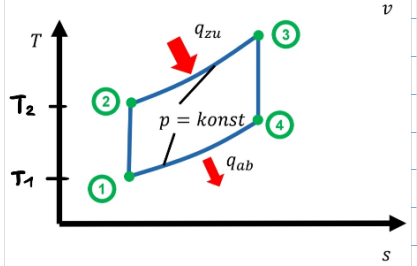
$$q_{34} = -w_{34} = -RT_C \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

4→1: Isentrope Kompression: Temp. steigt von T_C auf T_H

$$w_{41} = \Delta u_{41} = c_v (T_C - T_H)$$

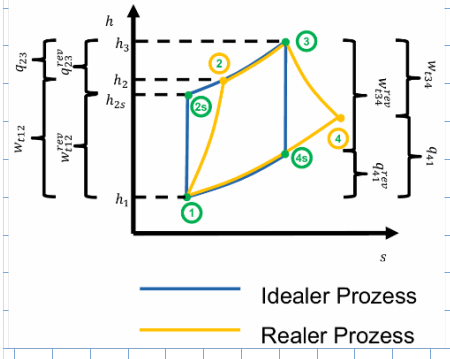
Joule Prozess





$$w_t^{rev} = c_p(T_2 - T_1 + T_4 - T_3)$$

$$w_t^{rev} = w_{t12} - |w_{t34}|$$



1→2: Verdichter: Isentrope Kompression

$$w_{12} = c_p(T_2 - T_1)$$

2→3: Brennkammer: Isobare Wärmezufuhr

$$q_{23} = c_p(T_3 - T_2)$$

3→4: Turbine: Isentrope Expansion

$$w_{34} = c_p(T_4 - T_3)$$

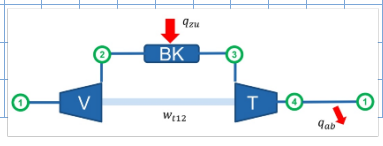
4→1: Abkühler: Isobare Wärmeabfuhr

$$q_{41} = c_p(T_4 - T_1)$$

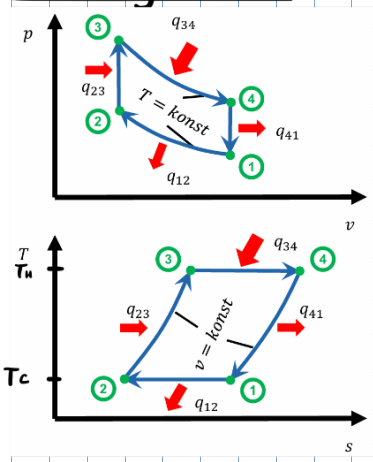
$$\eta_{th}^{rev} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$\eta_{TH} = 1 - \frac{|q_{41}|}{q_{23}}$$



Stirling Prozess



1→2: Isotherme Kompression

$$W_{12} = R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = q_{out}$$

2→3: Isochore Wärmezufuhr

$$W_{23} = 0 \qquad q_{23} = c_v \cdot (T_H - T_C)$$

3→4: Isotherme Expansion

$$W_{34} = R T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = q_{in}$$

4→1: Isochore Wärmeabführung

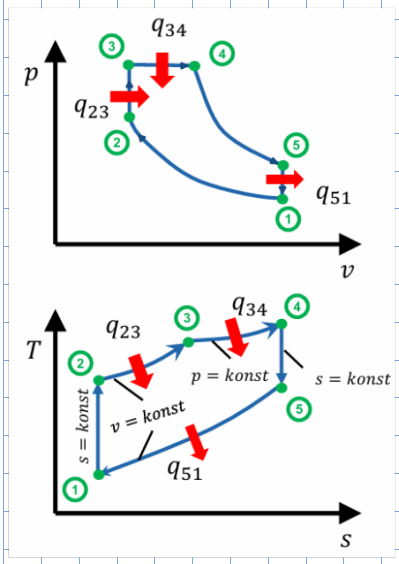
$$W_{41} = 0 \qquad q_{41} = c_v (T_C - T_H)$$

$$W_t^{rev} = R (T_H - T_C) \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

Isotherm: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$

$$\eta_{TH} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

Seiliger Prozess



Verdichtungsverhältnis:

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$$

Einspritzverhältniss:

$$\varphi = \frac{V_4}{V_3} = \frac{T_4}{T_3}$$

Drückverhältniss:

$$\psi = \frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$q_{in} = c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3)$$

$$q_{out} = c_v (T_5 - T_1)$$

1→2: Isentrope Kompression

$$W_{12} = c_p (T_2 - T_1)$$

2→3: Isochore Wärmezuführung

$$q_{23} = c_v (T_3 - T_2)$$

3→4: Isobare Wärmezufuhr

$$W_{34} = p_3 (V_4 - V_3) \qquad q_{34} = c_p (T_4 - T_3)$$

4→5: Isentrope Expansion

$$W_{45} = c_v (T_4 - T_5)$$

5→1: Isochore Wärmeabfuhr

$$q_{51} = c_v (T_5 - T_1)$$

Thermischer Wirkungsgrad des Seiliger-Prozesses:

$$\eta_{th}^{rev} = \frac{|W_s|}{Q_{23} + Q_{34}} = 1 + \frac{Q_{51}}{Q_{23} + Q_{34}}; \quad \text{für } c_{vm} = \text{const folgt daraus:}$$

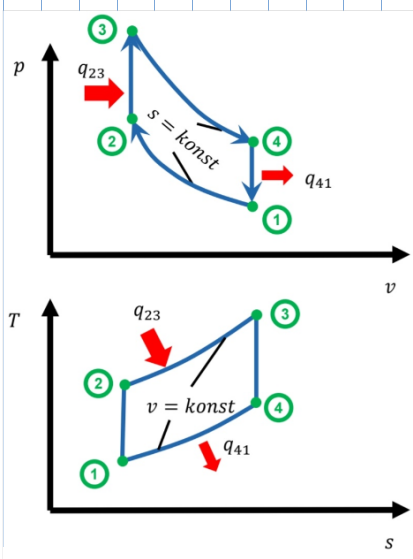
$$\eta_{th}^{rev} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2 + \varkappa (T_4 - T_3)}$$

$$\eta_{th}^{rev} = 1 - \frac{\frac{T_1}{T_2}\frac{T_5}{T_1} - \frac{T_1}{T_2}}{\frac{T_3}{T_2} - 1 + \varkappa \left(\frac{T_4}{T_3}\frac{T_3}{T_2} - \frac{T_3}{T_2}\right)} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\varkappa - 1}} \frac{\frac{T_5}{T_1} - 1}{\psi - 1 + \varkappa (\psi \varphi - \psi)}$$

Durch eine Umstellung erhält man für $\frac{T_5}{T_1} = \varphi^{\varkappa} \psi$

$$\eta_{th}^{rev} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\varkappa - 1}} \frac{\psi \varphi^{\varkappa} - 1}{\psi - 1 + \varkappa \psi (\varphi - 1)}$$

Otto Prozess



1→2: Isentrope Kompression

$$W_{12} = c_v (T_2 - T_1)$$

2→3: Isochore Wärmezufuhr

$$q_{23} = c_v (T_3 - T_2)$$

3→4: Isentrope Expansion

$$W_{34} = c_v (T_4 - T_3)$$

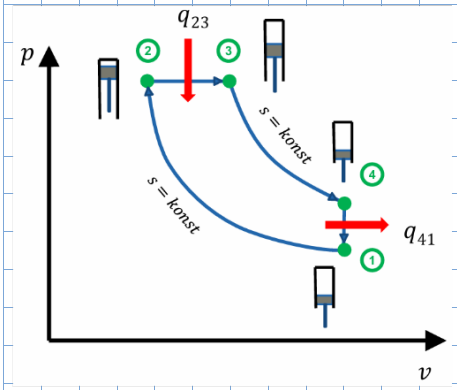
4→1: Isochore Wärmeabfuhr

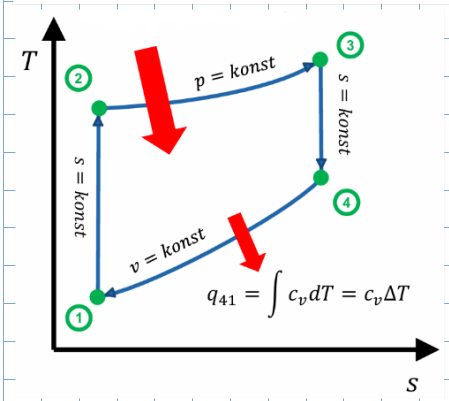
$$q_{41} = c_v (T_1 - T_4)$$

$$\eta_{TH} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\varkappa - 1}}$$

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

Diesel Prozess





1→2: Isentrope Kompression

$W_{12} = c_v (T_2 - T_1)$

2→3: Isobare Wärmezufuhr

$q_{23} = c_p (T_3 - T_2)$, $W_{23} = -R(T_3 - T_2)$

3→4: Isentrope Expansion

$W_{34} = c_v (T_4 - T_3)$

4→1: Isochore Wärmeabfuhr

$q_{41} = c_v (T_1 - T_4)$

$P = m \cdot k \cdot n \left(q_{23} - |q_{41}|\right)$

$P = \frac{c_p k \cdot n \cdot p_1 \cdot V_1}{R} \left(\varepsilon^{\kappa-1}(\varphi - 1) - \frac{1}{\kappa}(\varphi^{\kappa} - 1)\right)$

k = 1 : 2-Takt
k = 0.5 : 4-Takt
n = Drehzahl 1/s

Verdichtungsverhältnis

$\varepsilon = \frac{V_1}{V_3}$

Einspritzverhältniss

$\varphi = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2}$

$\eta_{TH} = 1 - \frac{(\varphi^{\kappa} - 1)}{\kappa \cdot \varepsilon^{\kappa-1}(\varphi - 1)}$

$= 1 - \frac{T_1(\varphi^{\kappa} - 1)}{T_2 \kappa (\varphi - 1)}$

Adiabater Wärmetauscher Erzeugter Entropiestrom

$\dot{Q}_L = \dot{m}_L \cdot q_{12}$ $q_{12} = c_p (T_{2L} - T_{1L})$ [W]

$\dot{Q}_L = -\dot{Q}_W$ $\dot{m}_W \cdot c_W (T_{2W} - T_{1W}) = -\dot{Q}_L$

$\rightarrow T_{2W} = T_{1W} - \frac{\dot{Q}_L}{\dot{m}_W \cdot c_W}$

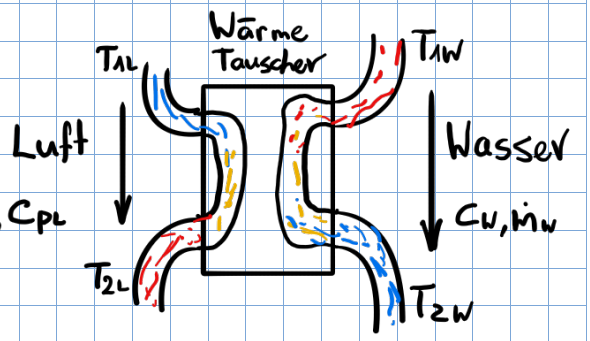
$\Delta p \rightarrow$ Isobar

Entropiestrom $\dot{m}_L, c_{pL}$

$\Delta S_L = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\left[\frac{J}{kgK}\right] \rightarrow \dot{S}_L = \Delta S_L \cdot \dot{m}_L$ [W/K] > 0

$\Delta S_W = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{2W}}{T_{1W}}\right) \rightarrow \dot{S}_W = \Delta S_W \cdot \dot{m}_W$ [W/K] < 0

$\dot{S}_{ges} = \dot{S}_L + \dot{S}_W$



Was wärmer wird $\dot{S} > 0$

Was kälter wird $\dot{S} < 0$

Leistungszahl Wieviel Wärme bekomme ich pro eingesetzte Arbeitsleistung

$\varepsilon = \frac{|\text{Wärmestrom}|}{|\text{Arbeitsleistung}|}$

$\dot{W}_{ein} = \dot{Q}_H - \dot{Q}_K$

Kältemaschine

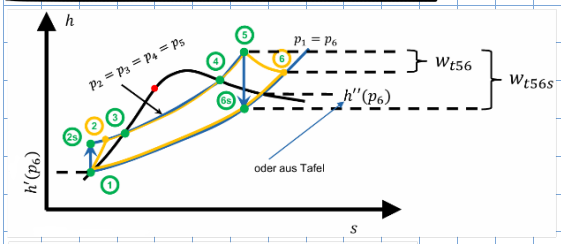
$\varepsilon_K = \frac{\dot{Q}_K}{\dot{W}_{in}}$, $\varepsilon_H = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{in}}$

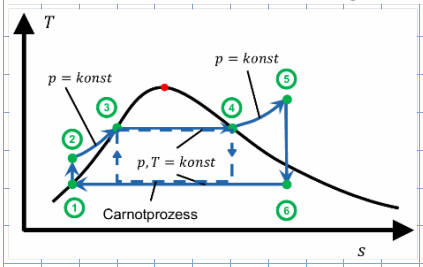
Wärmepumpen immer exakt um 1 höher als Kältemaschine

$\frac{\dot{Q}_H}{T_H} = \frac{\dot{Q}_K}{T_K}$ $\dot{S}_{gen} = 0$ Theoretisches Maximum $\varepsilon_{rev\,WP} = \frac{T_H}{T_H - T_K} = \left(1 - \frac{T_K}{T_H}\right)^{-1}$

$\varepsilon_{rev\,KM} = \frac{T_K}{T_H - T_K}$ $\varepsilon_{rev\,WP} = \varepsilon_{rev\,KM} + 1$

Clausius-Rankine-Prozess





$$\eta_{TH} = 1 - \frac{h_6 - h_1}{h_5 - h_2}$$

Turbinenleistung

$$P_T = \dot{m}(h_6 - h_5)$$

Kreisprozessleistung

$$P_K = \eta_{TH}\,\dot{m}(h_2 - h_5) = -\dot{m}(h_5 - h_2 + h_1 - h_6)$$

4,5,6 → Diagramme (kein IG)

$$q_{ab} = h_6 - h_1$$

$$q_{zu} = h_5 - h_2$$

1 → 2: Isentrope Kompression

$$W_{12} = v_1(p_2 - p_1) \quad , \quad h_2 = h_1 + w_{12}$$

2 → 3: Isobare Wärmezufuhr

$$q_{34} = h_3 - h_2$$

3 → 4: Isobar-Isotherme Wärmezufuhr

$$q_{34} = h_4 - h_3$$

4 → 5: Isobare Wärmezufuhr

$$q_{45} = h_5 - h_4$$

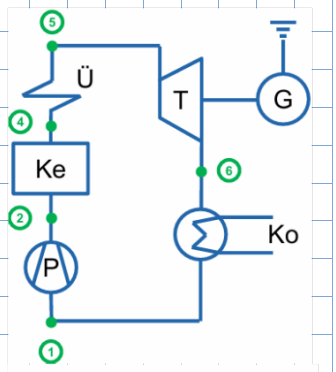
5 → 6: Isentrope Expansion

$$w_{56} = h_6 - h_5 = \eta_{is,T}(h_{6s} - h_5)$$

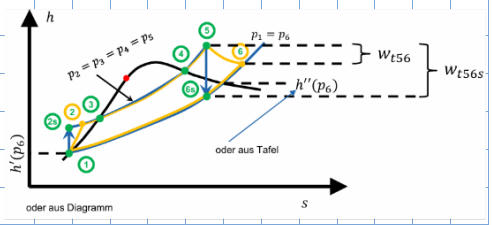
6 → 1: Isobar-Isotherme Kondensation

$$q_{61} = h_6 - h_1$$

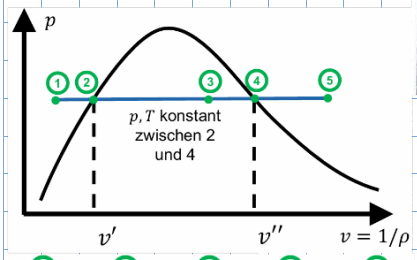
$$h_{6s} = h'(p_6) + x_{6s} \cdot (h''(p_6) - h'(p_6))$$

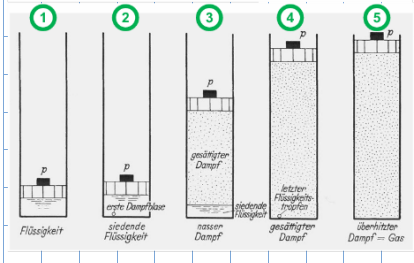


P	Pumpe
Ke	Kessel
T	Turbine
Ko	Kondensator
G	Generator
Ü	Überhitzer



Reales Gasverhalten





Temperatur t °C	Druck p bar	Spezifisches Volumen der Flüssigkeit v' l/kg	Spezifisches Volumen des Dampfes v'' l/kg	Dichte der Flüssigkeit ϱ' kg/l	Dichte des Dampfes ϱ'' kg/m³	Enthalpie der Flüssigkeit h' = h_f kJ/kg	Enthalpie des Dampfes h'' kJ/kg	Verdampfungswärme r kJ/kg	Entropie der Flüssigkeit s' kJ/kg K	Entropie des Dampfes s'' kJ/kg K

m' = Masse der siedenden Flüssigkeit

m'' = Masse des gesättigten Dampfes

Extensive Zustandsgrössen sind additiv!

$$\begin{aligned} V &= V' + V'' \\ U &= U' + U'' \\ H &= H' + H'' \\ S &= S' + S'' \\ m &= m' + m'' \end{aligned}$$

$$V = m'v' + m''v''$$

Dampfgehalt / Gütegrad / Dampfqualität

$$x = \frac{\text{Masse Dampf}}{\text{Masse Dampf + Flüssigkeit}} = \frac{m''}{m' + m''} = \frac{v - v'}{v'' - v'} \quad \frac{h - h'}{h'' - h'}$$

$$v = \frac{V}{m} = \frac{V' + V''}{m' + m''} = \frac{m'v'}{m' + m''} + \frac{m''v''}{m' + m''}$$

x = 0 : Sattflüssig, x = 1 : Sattdampf

$$m' = (1 - x)m$$

Spezifisches Volumen

$$v = v' + x(v'' - v')$$

Spezifische Enthalpie des Nassdampfes

$$h = h' + x(h'' - h')$$

$$P_T = \dot{m}(h_3 - h_4) > 0$$

Turbinenleistung

Verdampfungsenthalpie

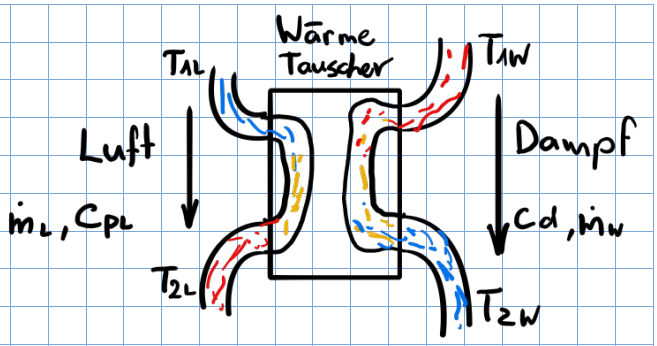
$$r = h'' - h'$$

Wärmetauscher mit Phasenwechsel

$\dot{Q}_L = \dot{m}_L \cdot q_{12} = \dot{m} \cdot c_p (T_{2L} - T_{1L})$

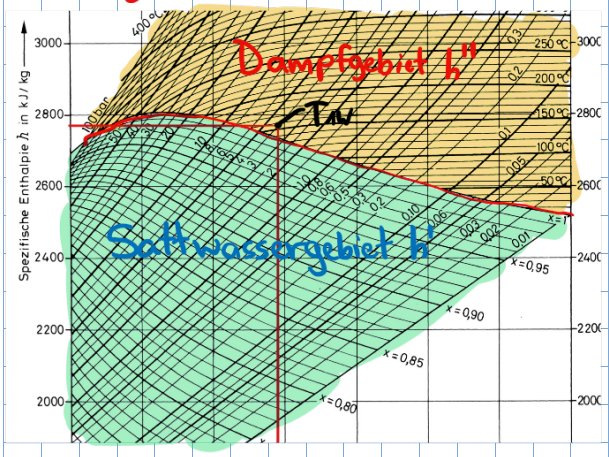
$-\dot{Q}_L = \dot{Q}_d = \dot{m}_d (h_{ein} - h_{aus})$

Sinngemäss: $c_p (T_2'' - T_1)$



$T_{1W} = 155°C$ und 4bar, $T_{2W} = 80°C$

Dampfgebiet — Sattwassergebiet



$h'' = h_{ein}(155°C, 4bar) = 2738100\ J/kg$

Aus Dampftafel

$h' = h_{aus}(80°C) = 340480\ J/kg$

Aus Sattwassertafel

$$m_d = \frac{-\dot{Q}_L}{(h_{ein} - h_{aus})}$$

Auf einheiten achten!

Entropieänderung $\Delta\dot{S}$

$\Delta s_L = c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\left[\frac{J}{kgk}\right]$ $\quad \dot{S}_L = \Delta s_L \cdot \dot{m}_L\ [W/K] > 0$

$\Delta s_W = s_{aus} - s_{ein} = s'(T_2) - s''(T_1, p_1)$ $\quad \dot{S}_W = \Delta s_W \cdot \dot{m}_W < 0$ Kondensieren

Sattdampftafel

Erzeugter Entropiestrom $\dot{S}_{ges} = \dot{S}_L + \dot{S}_W\ [W/K]$

Dampfkessel

$V = 10m^3$, Halb Siedendes Wasser, Halb Sattdampf $p_1 = 15bar$

$v'_{15} = 0{,}0011539\ m^3/kg \rightarrow m_W = 5m^3 \cdot \frac{1}{0{,}0011539\ m^3/kg} = 4333.13kg$

$v''_{15} = 0.1317\ m^3/kg \rightarrow m_d = 5m^3 \cdot \frac{1}{0.1317\ m^3/kg} = 37.965kg$

$m_{ges} = m_W + m_d = 4333.13kg + 37.965kg = 4371.1kg$

Menge Verdampftes Wasser von 15bar auf 20bar?

$v''_{20} = 0.0996\ m^3/kg$, $v'_{20} = 0{,}0011768\ m^3/kg$

$v_{real} = \frac{V}{m} = \frac{10\ m^3}{4371.1kg} = 0.002287\ m^3/kg$

$$x_{20} = \frac{v_{real} - v'_{20}}{v''_{20} - v'_{20}} = \frac{0.002287 - 0.0011768}{0.0996 - 0.0011768} = 0.0112875$$

$m_{dampf} = x \cdot m_{ges} = 0.0112875 \cdot 4371.1kg = 49.339kg$

Differenz $49.339kg - 37.965kg = 11.37kg$

$Q_{12} = m_{ges}[(u'_{20} + x_{20}(u''_{20} - u'_{20})) - (u'_{15} + x_{15}(u''_{15} - u'_{15}))]\ [J]$

Dampfturbine mit Phasenwechsel

Adiabat + reversibel $s'_4 = s_3$ (Vertikale Mollier)

Reale Turbine $\eta_{is} = 0.87$

$$\eta_{isT} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4'}} \longrightarrow h_4 = h_3 - \eta_{isT}(h_3 - h_{4'})$$

$h'(p)$ = Enthalpie **Sattflüssigkeit** bei Druck p (aus **Dampftafel**)
$h''(p)$ = Enthalpie **Sattdampf** bei Druck p (aus **Dampftafel**)
$h_{4'}$ = Enthalpie im **isentropen Referenzzustand** $4'$ bei p_4, mit $s_{4'} = s_3$ (aus **Mollier** oder Tafeln)
h_4 = Enthalpie im **realen** Austrittszustand (über η_{is})
Qualität x = **Dampf-Massenanteil** (Nassdampf-Mischungsformeln) 1
Isentroper Wirkungsgrad Turbine: $\eta_{is,T} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4'}}$ 2

Temperatur $T_4 = T_{sat}(p_4)$, Massenstrom $P = \dot{m}(h_3 - h_4)$

Flüssigkeitsanteil Massenstrom $h_4 = h'(p_4) + x(h''(p_4) - h'(p_4))$

$$x_4 = \frac{h_4 - h'(p_4)}{h''(p_4) - h'(p_4)}$$

h' und h'' Dampftafel

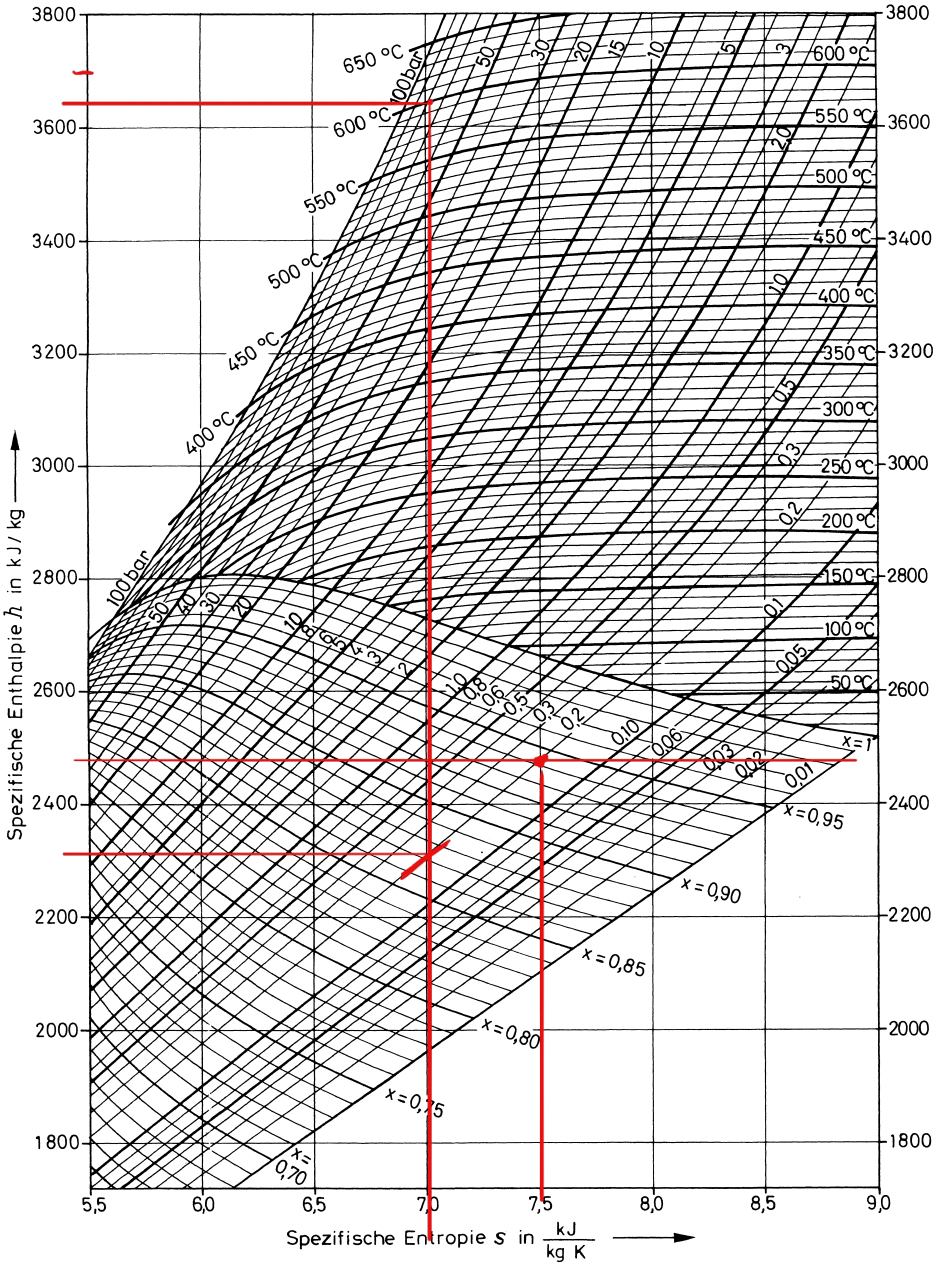
Aus deinen Ablesungen/Tabellen:

- $h_3 = h(p_3, \vartheta_3) = 3640\ \text{kJ/kg}$ aus Mollier $h-s$ (Punkt 3 bei p_3, ϑ_3)
- $h_{4'} = h(p_4, s_3) = 2310\ \text{kJ/kg}$ aus Mollier $h-s$ (Schnitt p_4 mit $s = s_3$)
- $T_{sat}(p_4) = 60.06°\text{C}$ aus Dampftafel
- $h'(p_4) = 251.4\ \text{kJ/kg}$, $h''(p_4) = 2609.0\ \text{kJ/kg}$ aus Dampftafel

Flüssigkeits Anteil $x_W = 1 - x_4$

$\dot{m}_W = x_W \cdot \dot{m}$

$\dot{Q}_{41} = \dot{m}(h_1 - h_4) = \dot{m}(h'(p_4) - h_4)$ [MW]



B 5.8 Mollier *h*,*s*-Diagramm für Wasserdampf (Ausschnitt)

In den folgenden Abschnitten werden von diesen Entropiediagrammen nur die zum Verständnis erforderlichen Ausschnitte gezeichnet, wobei häufig der Nullpunkt unterdrückt und auch das negative Gebiet weggelassen werden. Die Diagramme (B 5.6 und B 5.7) dienen der Anschauung. **B 5.8** ist zur näherungsweisen Ermittlung von Zahlenwerten geeignet. Wegen seiner Größe können die Werte aber nicht sehr

downloaded from www.hanser-elibrary.com by ZHAW Zürcher Hochschule für angewandte Wissenschaften on September 18, 2025
For personal use only.

Temperatur t °C	Druck p bar	Spezifisches Volumen der Flüssigkeit v' l/kg	Spezifisches Volumen des Dampfes v'' l/kg	Dichte der Flüssigkeit ϱ' kg/l	Dichte des Dampfes ϱ'' kg/m³	Enthalpie der Flüssigkeit h' kJ/kg	Enthalpie des Dampfes h'' kJ/kg	Verdampfungswärme r kJ/kg	Entropie der Flüssigkeit s' kJ/kg K	Entropie des Dampfes s'' kJ/kg K
p bar	t °C	v' m³/kg	v'' m³/kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg	s' kJ/(kg K)	s'' kJ/(kg K)		
0,0061	0	0,00100002	206,14	−0,04	2 500,9	2500,9	−0,0002	9,1558		
0,0061	0,01	0,00100002	206,00	0,00	2 500,9	2500,9	0	9,1555		
0,01	6,97	0,00100001	129,18	29,30	2 513,7	2484,4	0,1059	8,9749		
0,02	17,50	0,0010014	66,99	73,43	2 532,9	2459,5	0,2606	8,7227		
0,03	24,08	0,0010028	45,66	100,99	2 544,9	2443,9	0,3543	8,5766		
0,04	28,96	0,0010041	34,79	121,40	2 553,7	2432,3	0,4224	8,4735		
0,05	32,88	0,0010053	28,19	137,77	2 560,8	2423,0	0,4763	8,3939		
0,06	36,16	0,0010064	23,73	151,49	2 566,7	2415,2	0,5209	8,3291		
0,07	39,00	0,0010075	20,53	163,37	2 571,8	2408,4	0,5591	8,2746		
0,08	41,51	0,0010085	18,10	173,85	2 576,2	2402,4	0,5925	8,2274		
0,09	43,76	0,0010094	16,20	183,26	2 580,3	2397,0	0,6223	8,1859		
0,1	45,81	0,0010103	14,671	191,81	2 583,9	2392,1	0,6492	8,1489		
0,2	60,06	0,0010171	7,648	251,40	2 609,0	2357,6	0,8320	7,9072		
0,3	69,10	0,0010222	5,229	289,23	2 624,6	2335,3	0,9439	7,7675		
0,4	75,86	0,0010264	3,993	317,57	2 636,1	2318,5	1,0259	7,6690		
0,5	81,32	0,0010299	3,240	340,48	2 645,2	2304,7	1,0910	7,5930		
0,6	85,93	0,0010331	2,732	359,84	2 652,9	2293,0	1,1452	7,5311		
0,7	89,93	0,0010359	2,365	376,68	2 659,4	2282,7	1,1919	7,4790		
0,8	93,49	0,0010385	2,087	391,64	2 665,2	2273,5	1,2328	7,4339		
0,9	96,69	0,0010409	1,870	405,13	2 670,3	2265,2	1,2694	7,3942		
1,0	99,61	0,0010431	1,694	417,44	2 675,0	2257,5	1,3026	7,3588		
1,1	102,29	0,0010453	1,550	428,77	2 679,2	2250,4	1,3328	7,3268		
1,2	104,78	0,0010473	1,428	439,30	2 683,1	2243,8	1,3608	7,2976		
1,3	107,11	0,0010492	1,325	449,13	2 686,7	2237,5	1,3867	7,2708		
1,4	109,29	0,0010510	1,237	458,37	2 690,0	2231,6	1,4109	7,2460		
1,5	111,35	0,0010527	1,159	467,08	2 693,1	2226,0	1,4335	7,2239		
2,0	120,21	0,0010605	0,8857	504,68	2 706,2	2201,6	1,5301	7,1269		
3,0	133,53	0,0010732	0,6058	561,46	2 724,9	2163,4	1,6718	6,9916		
4,0	143,61	0,0010836	0,4624	604,72	2 738,1	2133,3	1,7766	6,8954		
6,0	158,83	0,0011006	0,3156	670,50	2 756,1	2085,6	1,9311	6,7592		
8,0	170,41	0,0011148	0,2403	721,02	2 768,3	2047,3	2,0460	6,6615		
10	179,89	0,0011272	0,1943	762,7	2 777,1	2014,4	2,1384	6,5850		
15	198,30	0,0011539	0,1317	844,7	2 791,0	1946,3	2,3147	6,4431		
20	212,38	0,0011768	0,0996	908,6	2 798,4	1889,8	2,4470	6,3392		
30	233,86	0,0012167	0,0667	1008,4	2 803,3	1794,9	2,6456	6,1858		
40	250,36	0,0012526	0,0498	1087,4	2 800,9	1713,5	2,7967	6,0697		
50	263,94	0,0012864	0,0394	1154,5	2 794,2	1639,7	2,9207	5,9737		
60	275,59	0,0013193	0,0324	1213,7	2 784,6	1570,8	3,0274	5,8901		
70	285,83	0,0013519	0,0274	1267,4	2 772,6	1505,1	3,1220	5,8146		
80	295,01	0,0013847	0,0235	1317,1	2 758,6	1441,5	3,2077	5,7448		
90	303,35	0,0014181	0,0205	1363,7	2 742,9	1379,2	3,2866	5,6790		

Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften
School of Engineering
IEFE Institut für Energiesysteme
und Fluid-Engineering

Arten von Zustandsänderungen

Art der Zustands-änderung	Konstant gehaltene Grösse/Charakteristik	Anwendungsbeispiele
Isochor	(spezifisches) Volumen	▪ Flüssigkeiten in Pumpen, Turbinen, etc. ▪ Gasströmungen mit geringer Dichteänderung bzw. kleinen Machzahlen (Ventilator, PKW, LKW,…)
Isobar	Druck	▪ Idealisierte Rohrleitungen und Armaturen ▪ Wärmeübertrager ▪ Brennkammern
Isotherm	Temperatur	▪ Mehrstufige Verdichter mit Zwischenkühlung ▪ Mehrstufige Turbinen mit mehreren Brennstufen
Adiabat	Kein Wärmeaustausch mit der Umgebung	▪ Gut wärmeisolierte Komponenten wie Turbinen oder Verdichter (je nach Anwendung)
Reversibel Adiabat	Entropie (s. Lektion 6)	▪ Idealisierte Vergleichsprozesse zur Bestimmung des isentropen Wirkungsgrades bei Turbomaschinen
Polytrop	Beschreibung realer Prozesse	▪ Turbinen und Verdichter die Wärme mit der Umgebung austauschen
Isenthalp	Enthalpie	▪ Drosselungsprozesse (Ventile, Düsen, Drosseln, etc.)

$F = A \cdot \eta \cdot \frac{\Delta W}{\Delta y}$ Dynamische Viskosität $\eta = Pa \cdot s = \left[\frac{N}{m^2} \cdot s\right]$

Kinematische Viskosität $\nu = \frac{\eta}{\rho} = \left[\frac{m^2}{s}\right]$

Druckkraft $\vec{dF}_{Druck} = -p \cdot dA \cdot \vec{n}$

Druckspannung $\vec{\sigma}_{Druck} = -p \cdot \vec{n}$

Schubkraft $\vec{dF}_{Schub} = \eta \cdot dA \cdot \frac{\Delta u}{\Delta y} \cdot \vec{t}$

Schubspannung $\tau_{Schub} = \eta \cdot \frac{\Delta u}{\Delta y} \cdot \vec{t}$

Reynoldszahl $Re = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\eta} = \frac{v \cdot D}{\nu}$

Dichte $\rho = \frac{kg}{m^3}$

V Strömung $v = \frac{m}{s}$

Durchmesser $D = m$

Dyn. Viskosität $\eta = Pa \cdot s$

Kin. Viskosität $\nu = \frac{m^2}{s}$

$\dot{V}_1 = U_1 \cdot A_1$ $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

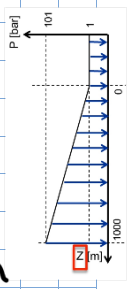
$\dot{V} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ $\frac{l}{s} \xrightarrow{:1000} \frac{m^3}{s}$

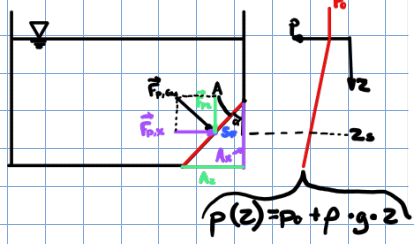
$\sum_i \dot{m}_i = \frac{\Delta M}{\Delta t}$

$A_i = \frac{D_i^2 \cdot \pi}{4}$

$U_1 \cdot D_1^2 = U_2 \cdot D_2^2$

$U_2 = U_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$





$p(z) = p_0 + \rho_{Fluid} \cdot g \cdot z$ Normaldruck $p_0 = bar$ (1 bar) Überdruck!

$\vec{F}_{P\,Gas} = [p(z_s) - p_0] \cdot A = \rho \cdot g \cdot z_s \cdot A$ **Auftrieb**

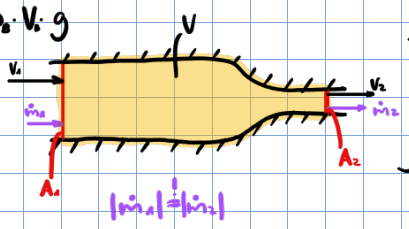
$\vec{F}_{P,x} = \rho \cdot g \cdot z_s \cdot A \cdot \cos(\alpha) = p_s \cdot A_x$

$\vec{F}_{P,z} = \rho \cdot g \cdot z_s \cdot A \cdot \sin(\alpha) = p_s \cdot A_z$

Gewicht $F_G = m_B \cdot g = \rho_0 \cdot V_i \cdot g$

Alle 10m Steigt druck um 1bar!

$P(1000\,m) = 101\,bar$



$|\dot{V}_1| = |\dot{V}_2|$

$|U_1 \cdot A_1| = |U_2 \cdot A_2|$

$U_i \cdot A_i = Const$ Kontinuitätsgleichung

Turbine

$\Delta P_T = \frac{W_{T,Netz}}{\eta_T \cdot \dot{V}_F} = \frac{\Delta P_{T,V}}{\eta_T}$

Pumpe

$\Delta P_P = \frac{W_{P,Netz} \cdot \eta_P}{\dot{V}_F} = \eta_P \cdot \frac{\Delta P_{Netz}}{\Delta P_{P,V}}$

Vergleichsdurchmesser $D_H = 4 \cdot \frac{A}{U}$

$Re < 2300 = Laminar \rightarrow \lambda = \frac{64}{Re}$

$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$

$\Delta P_V = \Delta P_P$

Spezifische Dissipation $\bar{e}_V = \frac{\Delta P_V}{\rho}$

$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$ $\left(\frac{kg}{s}\right)\left(\frac{kg}{m^3}\right)\left(\frac{m^3}{s}\right)$

Energiestrom $\dot{E} = \dot{Q} = \rho \cdot \dot{V}$ $\left(\frac{J}{s}\right)\left(\frac{J}{m^3}\right)\left(\frac{m^3}{s}\right)$

Impulsstrom $\dot{p}$

$h_F = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$

$\nu = \gamma$

$\nu = 10^{-6}\,m^2/s$

$F_x = \dot{p}_x = \rho \cdot u \cdot \dot{V}$ $\dot{m}$ $(N)\ \left(\frac{Ns}{s}\right)\ \left(\frac{Ns}{m^3}\right)\ \left(\frac{m^3}{s}\right)$

Leistung $PS \cdot 0{,}735 = kW$

$1\,Pa = 10^{-5}\,bar$

$\frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H_1 + p_1 + \Delta P_P = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot H_2 + p_2 + \Delta P_V$

Anlagenkennlinie:

$\Delta P_P = \rho \cdot g \cdot \Delta H + \Delta P_V$

Idealer Gasgesetz:

$pV = mRT$ $pv = RT$

Massenstrom:

$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \frac{p}{RT} \cdot \dot{V}$

Volumenstrom:

$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{\dot{m} RT}{p}$ $\dot{V} = A \cdot v$

Dichte:

$\rho = \frac{p}{RT}$

Leistung:

$P_t = \dot{m} \cdot \omega$

Wärmestrom:

$\dot{Q} = \dot{m} \cdot q_{12}$ $q_{12} \rightarrow$ S.7 ↑

Volumenstrom nach Verdichtung:

$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \cdot \frac{v_2}{v_1} = \dot{V}_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$

Polytropenexponent

$$n = \frac{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) - \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}{\ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right)}$$

FTH 2

Innere Energie U = Thermische Energie "Das Warm sein" U [J] extensiv

Masse m [kg] $\dot{m}$ [kg/s] u [J/kg] intensiv/spezifisch

u_m [J/mol] molar/spezifisch

$u = \frac{U}{m}$ $\left[\frac{J}{kg}\right]$

$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\delta} \leftrightarrow \delta = \frac{1}{v}$

Volumen: V $[m^3]$ abs

v $\left[\frac{m^3}{kg}\right]$ spez

V_m $\left[\frac{m^3}{mol}\right]$ molar

Druck: p $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ $\frac{F}{A}$ = [Pa]

Temperatur:

T [K] absolut 273.15 K = 0 °C

ϑ [°C] [°F] relativ

theta

$\{T = \vartheta + T_0 = \vartheta + 273.15\,K\}$

Bsp. Luftdruck

$v = 0.85\ m^3/kg$

$\vartheta = 24\,°C \rightarrow T = 297.15\,K$

$R_L = \frac{R}{m_L} = \frac{8.3144621}{0.02897\ kg/mol} = 287\ \frac{J}{kgK}$

$p = \frac{R_L \cdot T}{v} = \frac{287 \cdot 297.15}{0.85} = 100331{,}8\ Pa = 100.3\ kPa$

Zustandsgrössen: Man braucht immer zwei, dann weiss man alles.

$p = p(v, T)$ $u = u(v,T) = u(V,p) = u(p,T)$ ~~$u(v,\delta)$~~

Zustandsgleichung: Volumetrische Zustandsgleichung

$p = p(v,T) = \frac{R_j T}{v}$ | für ideale Gase $R_j = \frac{R}{m_j}$

Ideale Gas gl.

R: Universelle Gaskonstante $= 8.3144621\ \frac{J}{mol \cdot K}$, $R = N_A \cdot k_B$

m_j: Molmasse

$v = \frac{V}{m} = \frac{V}{n \cdot M} = \frac{V}{M}$

R_j: Spezifische Gaskonstante

Avogadro $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$

Boltzmann $k_B = 1.385 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$

Idealgas

$p \cdot V = m \cdot R \cdot T$

$p \cdot v = R \cdot T$

$p = \rho \cdot R \cdot T$

Erster Hauptsatz der Thermodynamik

für geschlossene Systeme

$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$

$\Delta u = \Delta w + \Delta q$

$\dot{V}_{nach} = \dot{V}_{vor} \cdot \frac{T_2}{T_1}$ $\dot{V} = [m^3/s]$

Perfektes Gas $\Delta U_{12} = C_v (T_2 - T_1)$

Thermodynamik

beschäftigt sich mit den Zusammenhängen zwischen Arbeit, Wärme, Energie, Temperatur, Strahlung u. Materie.

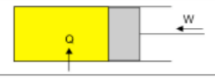
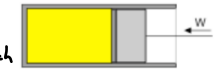
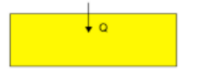
befassen uns mit:
Erscheinungsformen der Energie
Umwandlung von Energien
Eigenschaften der Materie

Grundlagen

Thermodynamisches Gleichgewicht ist:

Thermisches + Mechanisches + Chemisches Gleichgewicht

Thermodynamische Systeme:

	System	Über die Systemgrenze fließt stoffunabhängig:	Beispiel	
Geschlossen (massedicht)	ohne Einschränkung	Wärme und Arbeit		Beweglicher, dicht schließender Kolben in Zylinder, nicht isoliert
	adiabat	Arbeit Kein Wärmeaustausch möglich!		wie oben, jedoch ringsum wärmeisoliert
	arbeitsdicht	Wärme		Starrer, nicht isolierter Behälter
	energiedicht	———		Starrer, isolierter Behälter (Thermosflasche)

Prozessgrössen

- Definieren Wechselwirkungen zw. Systemen u. Umgebung während Zustandsänderungen
- z.B. Arbeit, Wärme

Zustandsgrössen

- Prozessunabhängig
- Druck, Temp., Volumen, Masse, Stoffmenge, Energie

Intensive Zustandsgrössen

- Unabhängig von Systemgrösse
- Invariant bei Systemteilung
- Temperatur T [K], Druck [Pa]

Extensive Zustandsgrössen

- Veränderlich mit Systemgrösse
- Additive Zusammensetzung aus Zustandsgrössen der Teilsysteme
- Masse [kg], Volumen V [m³], Stoffmenge n [kmol], Energieinhalt E [J]

Druck

$$p = \frac{F}{A}$$

Idealgas

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad | :m$$
$$p \cdot v = R \cdot T \quad | :V$$
$$p = \varrho \cdot R \cdot T$$
$$p \cdot V = n \cdot R_m \cdot T$$

$$R = \frac{R_m}{M} \qquad n = \frac{m}{M}$$

Dichte

Einheiten:	Zeichen:	Umrechnung:
Kubikmeter	m^3	$1\ m^3 = 1000\ dm^3$
Kubikdezimeter	dm^3	$1\ dm^3 = 1000\ cm^3$
Kubikzentimeter	cm^3	$1\ cm^3 = 1000\ mm^3$
Kubikmillimeter	mm^3	
Liter	l	$1\ l = 1\ dm^3$
Milliliter	ml	$1\ ml = 1\ cm^3$

Einheit	In kg/m^3
$1\ kg/m^3$	1
$1\ g/cm^3$	1000
$1\ g/l$	1
$1\ kg/dm^3$	1000
$1\ g/mm^3$	$1 \cdot 10^6$

Glossar

- p: Druck [Pa]
- A: Fläche [m^2]
- F: Kraft [N]
- V: Volumen [m^3]
- v: spez. Volumen $\left[\frac{m^3}{kg}\right]$
- m: Masse [kg]
- R: spez. Gaskonst. $\left[\frac{J}{kg\,K}\right]$
- R_m: Universelle Gaskonst. $\left[\frac{J}{kg\,K}\right]$
- T: Temp. [K]
- ϱ: Dichte $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
- n: Molzahl des Stoffes [mol]
- M: Molare Masse $\left[\frac{kg}{mol}\right]$

L.R.

Thermische Zustandsgleichung

Stellen einen Zusammenhang zw. den thermischen Zustandsgrössen her.

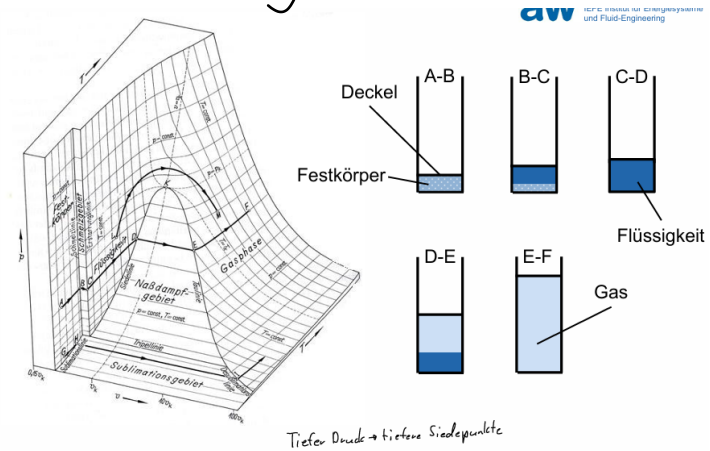
Ideales Gas

- Gas ist Materie im gasförmigen Aggregatszustand.
- Moleküle sind frei beweglich u. füllen das zur Verfügung gestellte Volumen vollständig aus.

Voraussetzung:

- Gasteilchen sind starre, undeformierbare Kugeln
- Zusammenstösse unter Teilchen u. Wand sind elastisch
- füllen Volumen vollständig aus
- Eigenvolumen der Moleküle wird vernachlässigt
- Gasteilchen haben keine Wechselwirkung untereinander

Zustandsänderung realer Stoffe

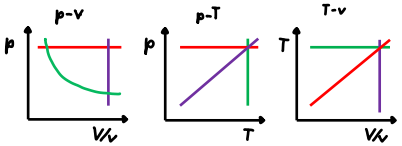


Tiefer Druck → tiefere Siedepunkte

Zustandsänderung für ein IG

Diagramme für therm. Zustandsbeschreibungen

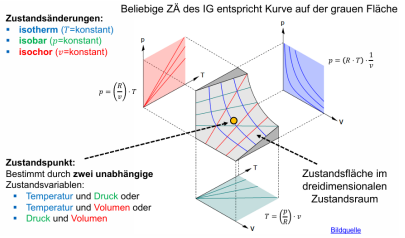
Isotherm: Temp. konst.
Isobar: Druck konst.
Isochor: Volumen konst.



Isotherm: $p \cdot V = konst \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$

Isobar: $\frac{V}{T} = konst. \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

Isochor: $\frac{p}{T} = konst. \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$



Inkompressible Fluide (isochor)

$v = v_0 = konst.$ u. $p = p_0 = konst.$

$\alpha dT = \gamma dp$

$\alpha \Delta T = \gamma \Delta p$

$\alpha (T_2 - T_1) = \gamma (p_2 - p_1)$

Glossar

α: isobarer Ausdehnungskoeff.
γ: isothermer Ausdehnungskoeff.

Je nach System ist ΔU (Innere Energie) nicht messbar



offen — geschlossen — abgeschlossen

sämtliche Energie bleibt im System

$\Delta U = Q - p \cdot \Delta V$
$\Delta U = \Delta H - p \cdot \Delta V$

$\Delta U = Q$
$\Delta U = \Delta H$

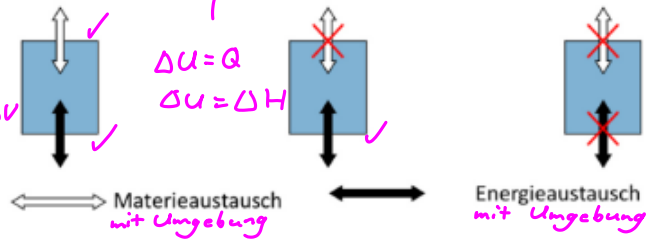


Abbildung 127: Verschiedene Systeme für die thermodynamische Betrachtungsweise

L.R.

1. Hauptsatz der Thermodynamik für geschlossene Systeme

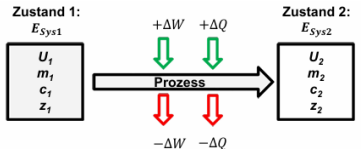
Energie kann weder erzeugt noch vernichtet, sondern lediglich in ihrer Form umgewandelt werden

$\Delta E_{tot} = \text{const.}$

Geschlossen = Energieaustausch ✓
Materieaustausch ✗
mit Umgebung

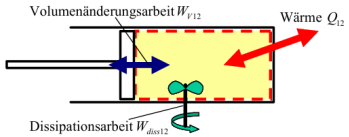
Änderung der Systemenergie
=
aus der Umgebung zugeführte Energie
an die Umgebung abgegebene Energie

1.HS für geschlossene Systeme in Bewegung



Allgemein

$$\Delta E_{sys} = U_2 - U_1 + m\left(\frac{c_2^2}{2} + g z_2\right) - m\left(\frac{c_1^2}{2} + g z_1\right) = \Delta Q + \Delta W$$



Stationär

$$Q_{12} + W_{V12} + W_{diss12} = 0 \quad [J]$$
$$q_{12} + w_{V12} + w_{diss12} = 0 \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

Systemenergie

$E_{Sys} = U + E_{kin} + E_{pot}$ [J]
$U = U_{Ende(2)} - U_{Anfang(1)}$ [J]
$E_{kin} = \frac{1}{2}mc^2$ [J]
$E_{pot} = mgz$ [J]

Kalorische Zustandsgleichung

S.7

$$\left.\begin{aligned} U_2 - U_1 &= m \cdot c_v (T_2 - T_1) \\ u_2 - u_1 &= c_v (T_2 - T_1) \end{aligned}\right\} :m$$

Zustandsgrösse
Prozessgrösse

$$\left.\begin{aligned} Q_{12} + W_{V12} + W_{diss12} &= U_2 - U_1 \quad [J] \\ q_{12} + w_{V12} + w_{diss12} &= u_2 - u_1 \quad \left[\frac{J}{kg}\right] \end{aligned}\right\} :m$$

Glossar

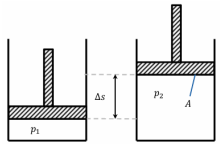
ΔE_{sys}: Gesamte Systemenergie-Änderung [J]
U: Innere Energie [J]
c: Geschw. $\left[\frac{m}{s}\right]$
g: Erdbeschl. $\left[\frac{m}{s^2}\right]$
z: Höhe [m]
Q: Wärmemenge [J]
W: Arbeit [J]
W_{V12}: Volumenänderungsarbeit [J]
$W_{\Delta V12}$: Verschiebearbeit [J]
W_{N12}: Nutzarbeit [J]
W_{diss12}: Verlustarbeit [J]
s: Weg [m]
$p_u = p_{Um}$: Umgebungsdruck
c_v: spez. Wärmekapazität

Wärmemenge

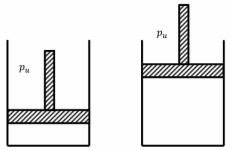
lässt sich durch Druckverlauf p(V) und ΔU berechnen
S.7 ($q_{12} + w_{diss12}$)

Volumenänderungsarbeit = Verschiebearbeit + Nutzarbeit

$$W_{V12} = -\int_1^2 F \cdot ds = -\int_1^2 p \cdot A \cdot ds = -\int_1^2 p \cdot dV \quad [J] \overset{def}{=} W_{V12}$$

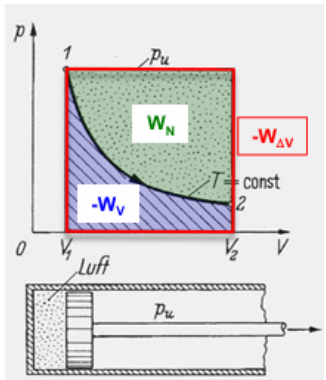


$$W_{\Delta V12} = \int_1^2 p_u \cdot A \cdot ds = \int_1^2 p_u \cdot dV \quad [J] \overset{def}{=} -W_{\Delta V12}$$



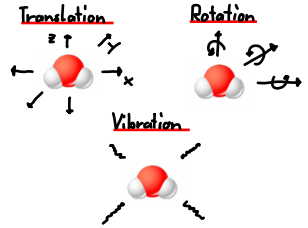
$$W_{N12} = W_{V12} - W_{\Delta V12} = -\int_1^2 p\,dV + p_u(V_2 - V_1)$$

$W_{N12} > 0$: Arbeit muss (von aussen) verrichtet werden
$W_{N12} < 0$: System verrichtet Arbeit



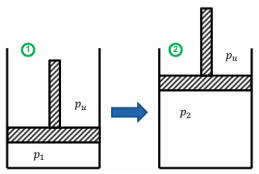
Innere Energie U

Gesamte Energie, die in einem physikalischem System zur Verfügung steht. Sie ist die Bewegungsenergie der Atome u. Moleküle des Systems. Setzt sich aus vielen Energieformen zusammen (thermisch, chemisch, elektrisch).

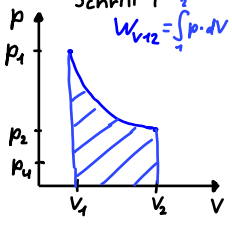


Bsp. Nutzarbeit

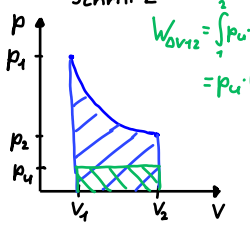
Das rechts gezeigte System expandiert von p_1 nach p_2 gegen den Umgebungsdruck p_u mit $p_1 > p_2 > p_u$. Zeichnen Sie das dazugehörige $p-v-$Diagramm und markieren Sie $-W_V$, $-W_{\Delta V}$ und $-W_N$.



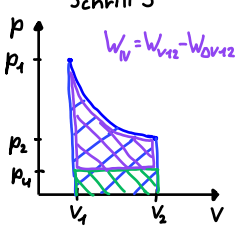
Schritt 1



Schritt 2



Schritt 3



L.R.

1. Hauptsatz der Thermodynamik
für offene Systeme

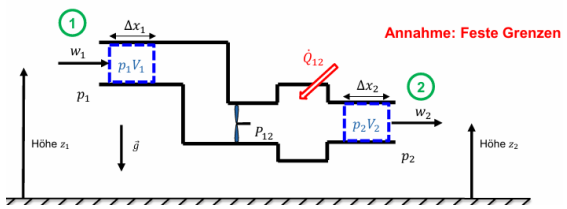
Energie kann weder erzeugt noch vernichtet, sondern lediglich in ihrer Form umgewandelt werden

$\Delta E_{tot} = const.$

Geschlossen = Energieaustausch ✓
Materieaustausch ✓
mit Umgebung

Änderung der Systemenergie
=
aus der Umgebung zugeführte Energie
an die Umgebung abgegebene Energie

1.HS für geschlossene Systeme in Bewegung

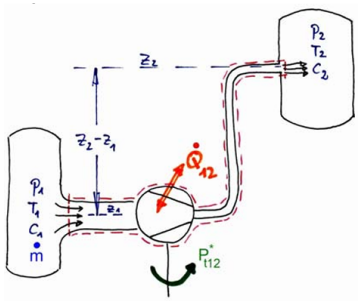


Annahme: Feste Grenzen

Allgemein

$$\Delta E_{sys} = U_1 - U_2 + \Delta m\cdot\left(\frac{w_1^2}{2}+gz_1\right) - \Delta m\cdot\left(\frac{w_2^2}{2}+gz_2\right) + p_1A_1\Delta x_1 - p_2A_2\Delta x_2 + \dot{Q}_{12}\Delta t + P_{12}\Delta t$$

(+/− , +/−)



$$\dot{m}\left(h_2+\frac{c_2^2}{2}+gz_2\right) = \dot{m}\left(h_1+\frac{c_1^2}{2}+gz_1\right) + \dot{Q}_{12} + P^{rev*}_{t12} + P_{diss12}$$

E_{aus} , E_{ein}

$$\dot{Q}_{12} + P^{rev*}_{t12} + P_{diss12} = \dot{m}(h_2-h_1) + \frac{\dot{m}}{2}(c_2^2-c_1^2) + \dot{m}g(z_2-z_1) \quad [W=\tfrac{J}{s}] \;\; :\dot{m}$$

$$q_{12} + w^{rev*}_{t12} + w_{diss12} = h_2-h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2-c_1^2) + g(z_2-z_1) \quad \left[\tfrac{J}{kg}\right]$$

$$\left(\frac{dE_{sys}}{dt} = \sum\dot{m}_{zu}\left(h+\frac{w^2}{2}+gz\right) - \sum\dot{m}_{ab}\left(h+\frac{w^2}{2}+gz\right) + \sum\dot{Q} + \sum P \quad [W=\tfrac{J}{s}]\right)$$

Zustandsgrösse
Prozessgrösse

Stationär

$$\dot{Q}_{12} + P^{rev}_{t12} + P_{diss12} = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 = 0 = \frac{\Delta E_{sys}}{dt} \quad [W=\tfrac{J}{s}] \;\; :\dot{m}\left[\tfrac{kg}{s}\right]$$

$$q_{12} + w^{rev}_{t12} + w_{diss12} = h_2-h_1 = 0 = \frac{\Delta E_{sys}}{\dot{m}} \quad \left[\tfrac{J}{kg}\right]$$

$$\dot{m}h_2 + \dot{m}\frac{c_2^2}{2} + \dot{m}gz_2 = \dot{m}h_1 + \dot{m}\frac{c_1^2}{2} + \dot{m}gz_1 + \dot{Q} - \dot{W} \quad [W]$$

Glossar

$\frac{\Delta E_{sys}}{dt}$: Zeitliche Änderung der gespeicherten Energie im System [W]
$\dot{Q}$: Wärmestrom [W]
w^{rev*}_{t12} : reversible spez. Arbeit/kg $\left[\frac{J}{kg}\right]$
P^{rev}_{t12} : reversible Leistung $[W=\frac{J}{s}]$
P_{diss12} : Dissipative Leistung $[W=\frac{J}{s}]$
w : Geschw. $\left[\frac{m}{s}\right]$
g : Erdbeschl. $\left[\frac{m}{s^2}\right]$
z : Höhe [m]
h : spez. Enthalpie $\left[\frac{J}{kg}\right]$

Enthalpie H/Ḣ

beschreibt Gesamtmenge an Energie eines strömenden Stoffes bei konstantem Druck.

Gesamtenthalpie H

$$H = U + pV \;[J] \;\; :m$$

$$h = u + pv \;\left[\tfrac{J}{kg}\right]$$

$$\Delta H = H_2-H_1 = \Delta U - p\Delta V = (U_2-U_1) - p(V_2-V_1) \;[J] \;\; :m$$

$$\Delta h = h_2-h_1 = \Delta u - p\Delta v = (u_2-u_1) - p(v_2-v_1) \;\left[\tfrac{J}{kg}\right]$$

Enthalpiestrom Ḣ

$$\dot{H} = \dot{m}h = \dot{U} + \dot{m}pV \quad [W=\tfrac{J}{s}]$$

Totalenthalpie

$$h_t = h + \frac{w^2}{2} \quad \left[\tfrac{J}{kg}\right]$$

Wärmestrom $\dot{Q}$

lässt sich durch Druckverlauf p(V) und ΔU berechnen
S.7 $(q_{12}+w_{diss12})$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}q_{12}$$

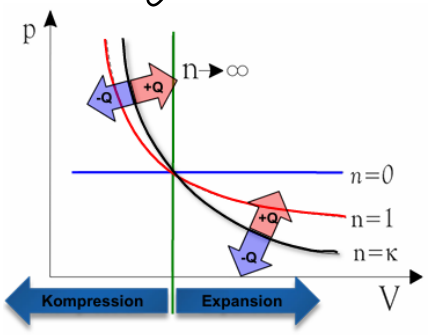
Arbeitsstrom $\dot{W}$ = Leistung P

Berechnet sich über Δh
S.7 (h_2-h_1)

$$\dot{W} = P = \dot{m}h_{12}$$

L.R.

Zustandsänderungen



Polytropen-Gleichung

$pv^n = konst.$

isobar: n=0, p-konst
isochor: n=∞, V=konst
isotherm: n=1, T=konst
isentrop: n=k, s=konst

$k = \frac{c_p}{c_v}$

Isentrope Wirkungsgrade für kalorisches ideales Gas

T_1: Eintrittstemp. gemessen
T_2: reale Austrittstemp. gemessen
T_2^{is}: isentrop berechnete Austrittstemp. berechnet

$$T_2^{is} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

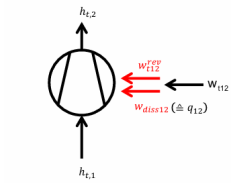
Verdichter

$$\eta_{is,V} = \frac{w_{t12}^{rev}}{w_{t12}} = \frac{(T_2^{is} - T_1)}{(T_2 - T_1)} \quad \frac{\text{ideale Arbeit}}{\text{reale Arbeit}}$$

Turbine

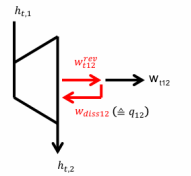
$$\eta_{is,T} = \frac{w_{t12}}{w_{t12}^{rev}} = \frac{(T_2 - T_1)}{(T_2^{is} - T_1)} \quad \frac{\text{reale Arbeit}}{\text{ideale Arbeit}}$$

Verdichter



$$w_{t12} = h_{t,2} - h_{t,1} = w_{t12}^{rev} + w_{diss12}$$

Turbine



$$w_{t12} = h_{t,2} - h_{t,1} = w_{t12}^{rev} - w_{diss12}$$

Gesamtwirkungsgrad

$$P_{t12}^{rev} = \eta_{mot} \cdot \eta_G \cdot \eta_K \cdot \eta_m \cdot \eta_{is} \cdot P_e$$

$$\eta_{ges} = \eta_{mot} \cdot \eta_G \cdot \eta_K \cdot \eta_m \cdot \eta_{is}$$

η: Wirkungsgrad
Mot: Motor
G: Getriebe
K: Kupplung
C: Kompressor
P_{t12}^{rev}: reversible Leistung
P_e: el. Leistungsaufnahme

L.R.